



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$\{b_n\}$ - геометрический прогресс, $b_1 \neq 0, q \neq 0$

1) $b_{10} = b_1 q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$ О.Д.З: $(25x+34)(3x+2) > 0$

2) $b_{12} = b_1 q^{11} = 2-x$

3) $b_{12} = b_1 q^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$

2) : 1) $q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$

3) : 1) $q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} \cdot \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$ ← можно ввести все под один корень. О.Д.З не меняется

$q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(25x+34)(3x+2)^2}}; q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}; q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$

$q^8 = (q^2)^4; \frac{1}{(3x+2)^2} = \left(\frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \right)^4$

$\frac{1}{(3x+2)^2} = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2}; (x-2)^4 = (25x+34)^2;$

$((x-2)^2)^2 - (25x+34)^2 = 0; \begin{cases} (x-2)^2 - 25x - 34 = 0 \\ (x-2)^2 + 25x + 34 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 4x + 4 - 25x - 34 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 + 25x + 34 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \\ x = -19 \\ x = -2 \end{cases}$ — данные корни не подходят под О.Д.З
также $x = 30$ не подходит.

$q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} > 0$, тогда $2-x > 0$
 $x < 2$

т.о. $\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$

Ответ: $-19, -2$.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 2z + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z^2} & (1) \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (2) \end{cases}$$

(2):

$$|y+2| + |y-18| + |y-18| = \sqrt{400-z^2}$$

по св-ву модуля: $|y+2| + |y-18| \geq |y+2 - (y-18)|$
 $|a| + |b| \geq |a-b|$

$$\text{т.о. } |y+2| + |y-18| \geq 20$$

$$\text{но } \sqrt{400-z^2} \leq 20, \text{ т.к. } 400-z^2 \leq 400$$

$$\text{т.о. равенство возможно только при: } \begin{cases} |y+2| + |y-18| = 20 \\ \sqrt{400-z^2} = 20 \end{cases}$$

$y=18$ только при данных значениях (2) равенство выполн.
 $z=0$

подставим эти единств. значения в (1) ур-ие:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

Замени:

$$\sqrt{x+6} = t, t \geq 0, x = t^2 - 6, 9 - t^2 \geq 0$$

$$t - \sqrt{9-t^2} + 7 = 2t\sqrt{9-t^2} \Leftrightarrow$$

$$t+7 = \sqrt{9-t^2}(2t+1) \Leftrightarrow$$

$$t^2 + 14t + 49 = (9-t^2)(4t^2 + 4t + 1) \Leftrightarrow$$

$$t^2 + 14t + 49 = 36t^2 + 36t + 9 - 4t^3 - 4t^2 \Leftrightarrow$$

$$4t^3 + 4t^2 + 21t - 36t^2 + 14t - 36t + 40 = 0 \Leftrightarrow$$

$$4t^3 + 4t^2 - 34t^2 - 22t + 40 = 0 \Leftrightarrow$$

$$4t^3 + 4t^2 - 34t^2 - 22t + 40 = 0 \Leftrightarrow$$

$$4t^3 + 4t^2 - 34t^2 - 22t + 40 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{x+6} + 7 = \sqrt{3-x}(2\sqrt{x+6} + 1) \Leftrightarrow$$

$$x+6 + 14\sqrt{x+6} + 49 = (3-x)(4(x+6) + 4\sqrt{x+6} + 1) \Leftrightarrow$$

$$x \leq 3$$

$$x + 55 + 14\sqrt{x+6} = 12$$

Замени:

$$\sqrt{18-3x-x^2} = t, t \geq 0 \text{ при } 3 \geq x \geq -6$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2t - 7$$

$$x+6 + 3-x - 2t = 4t^2 - 28t + 49$$

Второй неравенский период. могут появиться лишние корни



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 Продолжение

$$\begin{aligned} 9 - 2t &= 4t^2 - 26t + 49; & 4t^2 - 26t + 40 &= 0; \\ 2t^2 - 13t + 20 &= 0; & t &= \frac{13 \pm \sqrt{169 - 160}}{4}; & t &= \frac{13 \pm 3}{4}; & t &= 4 \\ & & & & & & 12t &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

т.о.

$$\begin{aligned} \sqrt{18 - 3x - x^2} &= 4 \quad (1) & (1): & 18 - 3x - x^2 = 16 \\ \sqrt{18 - 3x - x^2} &= \frac{5}{2} \quad (2) & & x^2 + 3x - 2 = 0 \\ & & & x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2}; & x &= \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} (2): & 68 - 12 - 12x - 4x^2 = 25; \\ 4x^2 + 12x - 47 &= 0; & x &= \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 47}}{4}; & x &= \frac{-6 \pm \sqrt{224}}{4} \end{aligned}$$

по О.Р.З. найти все значения

Все значения подходят

$$\begin{aligned} \text{т.о.} & \left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right); \left(\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right); \\ & \left(\frac{-6 + \sqrt{224}}{4}; 18; 0 \right); \left(\frac{-6 - \sqrt{224}}{4}; 18; 0 \right) \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right); \left(\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right); \left(\frac{-6 + \sqrt{224}}{4}; 18; 0 \right); \left(\frac{-6 - \sqrt{224}}{4}; 18; 0 \right).$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0 \quad (*)$$

т.к. $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$ и $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$

$$\Rightarrow p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$\Rightarrow 4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$\Rightarrow p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

Заметим, что наше выражение очень похоже на куб суммы, сделаем его

$$\Rightarrow \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$\Rightarrow (\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$$

т.к. $\cos x \neq 0$ (при $\cos x = 0$ нет выполн. равенства), то

$$1-p = \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^3$$

1) если $\cos x > 0$, то $\frac{1}{\cos x} \geq 1$; $1 + \frac{1}{\cos x} \geq 2$

$$\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^3 \geq 8$$

т.о. $1-p \geq 8 \Leftrightarrow \boxed{p \leq -7}$

при таких p и $\cos x > 0$ всегда найдется решение

2) если $\cos x < 0$, то $\frac{1}{\cos x} \leq -1$; $1 + \frac{1}{\cos x} \leq 0$

$$\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^3 \leq 0$$

т.о. $1-p \leq 0 \Leftrightarrow \boxed{p \geq 1}$

при $p \geq 1$ всегда найдется решение, такое, что $\cos x < 0$

Решим при этих значениях p исходн. ур-е.

$$1-p = \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{1-p} - 1 = \frac{1}{\cos x}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

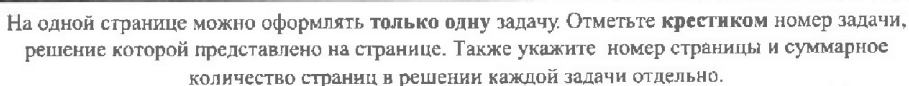
1) если $p \leq -7$, то $\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

2) если $p \geq 1$, то $\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$; $x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$CT:TE = 7:20$$

$$ED:CD = ?$$

- 1) по об-ву секущих и кас.: $CB \cdot CE = CD^2$ угол
- 2) Пусть $\angle CDA = \alpha$, тогда $\angle AED = \alpha$ (как между хордой и касан.)
- 3) проведем AB ($AB \perp O_1O_2$)
- 4) Пусть $\angle DEC = \beta$, тогда $\angle BAT = \beta$ (как омп. кс одной дуге)
- 5) $\triangle BAT \sim \triangle TPE$ (по 2-м угл.): $\angle CTA = \angle PTE$ (верши),
 $\angle BAT = \angle DET$
 $\Rightarrow \frac{BT}{TD} = \frac{AT}{TE} = \frac{AB}{ED}$
- 6) Пусть $\angle DCE = \gamma$, тогда $\angle CAB = \gamma$ (как угол между хорд. и касан.)
- 7) проведем BD
- 8) $\angle BDA = \angle BEA = \varphi$ (омп. кс одной дуге)
- 9) ~~$\triangle BDT \sim \triangle TPE$ (по 2-м углам)~~
- 9) $\angle CPB = \beta$ (как угол между кас. и хордой)
- 10) $\triangle CPE \sim \triangle CBD$ (по 2-м углам):
 $\angle PCE = \gamma$ - общий
 $\angle CPB = \angle DEC = \beta \Rightarrow \frac{CD}{BC} = \frac{CE}{CD} = \frac{BC}{CP} = \frac{BD}{ED}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

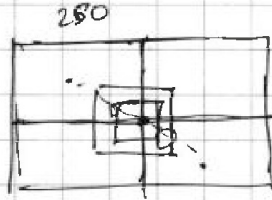
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

500×120

1) Симметрия от центра:

60



кон-во способов

выбрав 1 клетку в одной из 4-х зон: $250/80 \cdot 500 \cdot 120$

необх. взять симметр. ей клетку в друг. области от 0

такой способ один.

$$1 \cdot 250/80 \cdot (500 \cdot 120 - 2) \cdot (500 \cdot 120)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

$(a, b, c) - ?$

1) $a < b$

2) $b - a \mid 3$

3) $(a - c)(b - c) = p^2$

4) $a^2 + b = 1000$

рассмотрим (3) усл.

$(a - c)(b - c) = p^2$

т.к. $(a - c) \in \mathbb{Z}$ и $(b - c) \in \mathbb{Z}$

то $(a - c)(b - c) \in \mathbb{Z}$

$(a - c)(b - c) : p^2$ - такое может быть в 6 случаях

I. $\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases}; b - a = 0; b = a$ (противор. (1) усл.)

II. $\begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases}; b - a = 0; b = a$ (против. (1) усл.)

III. $\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases}; a - b = p^2 - 1 > 0; a > b$ (противор. (1) усл.)

IV. $\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}; a - b = p^2 - 1 > 0; a > b$ (противор. (1) усл.)

V. $\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}; p^2 - 1 = b - a$.
 Если $b - a \mid 3$, то возм. два случая.

$\begin{cases} b - a = 3k + 1 & (1) \\ b - a = 3k + 2 & (2) \end{cases}$

(1): $b - a = 3k + 1$, тогда $p^2 - 1 = 3k + 1; p^2 = 3k + 2$

Посмотрим, какие остатки может давать p^2 при делении на 3

(mod 3) $\begin{matrix} p & p^2 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{matrix}$ т.о. p^2 никогда не дает остат. 2 при дел. на 3, значит $p^2 = 3k + 2$ не выполняется и случай невозможен.

(2): $b - a = 3k + 2$ тогда $p^2 - 1 = 3k + 2; p^2 = 3k + 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow p \mid 3$, а если p - простое, то $p = 3$.

и $b - a = p^2 - 1 = 8; b = a + 8$

и $a^2 + a + 8 = 1000; a^2 + a - 992 = 0; \begin{cases} a = 31 \\ a = -32 \end{cases}$

т.о. $\begin{cases} a = 31 \\ b = 39 \\ c = 30 \end{cases}$ или $\begin{cases} a = -32 \\ b = -24 \\ c = -33 \end{cases}$

VII. $\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}; \begin{cases} b - a = p^2 - 1 \\ c = b + 1 \end{cases}$ - тот же самый вариант, что и



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 Продолжение

но с припиской уже другие значения

$$\left. \begin{array}{l} a = 31 \\ b = 39 \\ c = 40 \end{array} \right\} \text{ или } \left. \begin{array}{l} a = -32 \\ b = -24 \\ c = -23 \end{array} \right\}$$

т.о. тройки (a, b, c) следующие:

$$(31, 39, 40); (-32, -24, -23); (31, 39, 30); (-32, -24, -33)$$

Ответ: $(31, 39, 40); (-32, -24, -23); (31, 39, 30); (-32, -24, -33)$

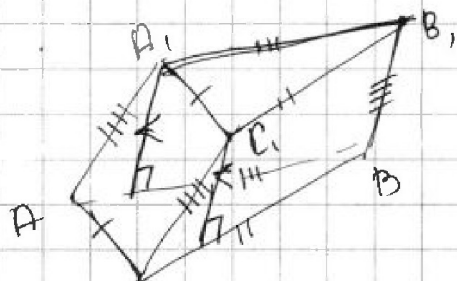


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

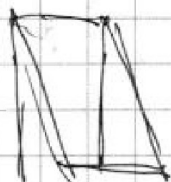
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot a = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

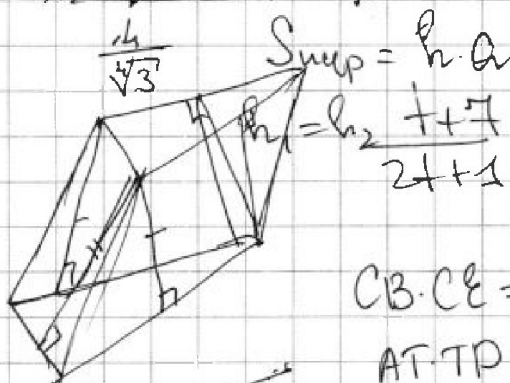
$$\Rightarrow a = \sqrt{\frac{16}{\sqrt{3}}}$$



$$S=4$$

$$S_{rp} =$$

2	2	-17	-11	20
2	2	6	-5	-21
4	2			



$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$AT \cdot TP = ET \cdot BT$$

$$2\sqrt{18-3x-x^2} =$$

$$= 2\sqrt{18-\frac{9}{4}+\frac{9}{4}-x-x^2}$$

$$2\sqrt{18+\frac{9}{4}-(x+\frac{3}{2})^2}$$

$$20,25 \leq 9$$

2	2	-17	-11	20
3	2	8	7	
-2	2	-2	-13	15
-3	2	-4	-5	4
4	2	10		
-2	2	-6	7	
$-\frac{1}{2}$				

$$b-a=3k+1=p^2$$

$$b=a+3k+1$$

$$a^2+a+3k+1=1000$$

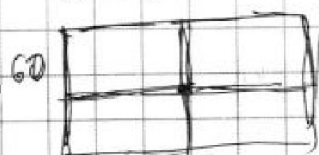
$$a=3t$$

$$b=3d+1$$

$$a(a+1)=999-3k$$

$$a:3$$

$$a+1:3$$



$$x+6+3-x+49$$

$$-14\sqrt{3-x}+7\sqrt{3-x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $b - c = 3k + 1$

$3k + 1 = p^2 - 1$

$3k + 2 = p^2$

$3k + 1 = (p-1)(p+1)$

если k - четно, то этого не бывает.
 k - нечет

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

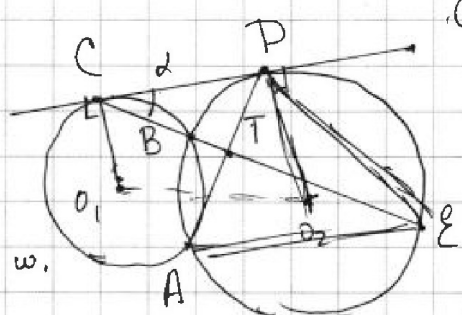
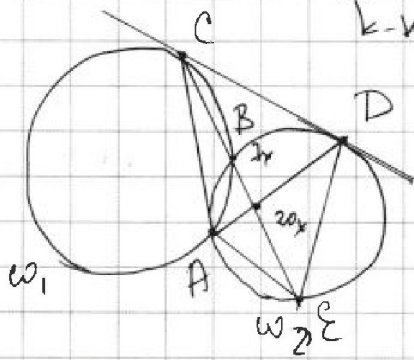
$180 - \beta - \gamma$

$ED : CD = ?$

$180 = \gamma + \beta + \alpha - \beta$
 $+ 180 - \beta - \gamma + \beta -$

$CT : TE =$
 $= 1 : 20$

$CE = 27x$



$CD^2 = CB \cdot CE$

$PE^2 = CD^2 + CE^2 - 2CD \cdot CE \cdot \cos \alpha$

$180 = \gamma + \alpha$

$\angle PAE = \beta$
 $\angle PO_2E = 2\beta$

$90 - \beta$

$EP = 2r_2 \cdot \cos(90 - \beta)$

$ED = 2r_2 \sin \beta$

$\alpha + 180 - 2\beta = 90$

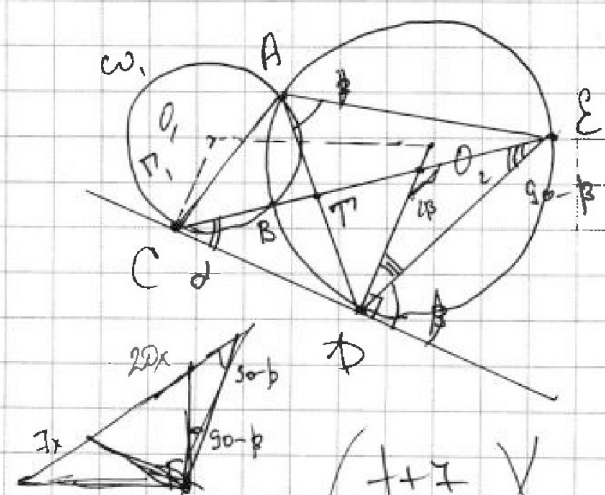
$\frac{CD}{\sin(90 - \beta)} = \frac{ED}{\sin \alpha}$

$2\beta + 180 - 2\beta + \alpha = 90^\circ$

$90 + \alpha = 2\beta$

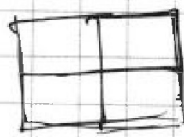
$\frac{1}{2} \leq 3$

$170 (50 - 3) \cdot 4 =$



$\frac{1+7}{2+1}$

$\frac{7(2+1) - (1+7) \cdot 2}{(2+1)^2} = \frac{14}{9}$



$200 - 12x + 3x$

$2 \quad 224$

$x + 6 + 3 - x + 2 \sqrt{16 - 8x - x^2} = 4 \sqrt{16 - 3x - x^2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

①

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \quad b-a=p^2-1 \quad b-a \div 3$$

$$a^2+a+p^2-1=1000 \quad a^2+a=1001-p^2$$

$$b-a=3k+1 \quad b=a+3k+1 \quad a^2+a=999-3k$$

$$p^2=3k+2 \quad \text{ост. } 2$$

$$a \div 3 \Rightarrow b=3k+1$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{matrix} \text{ост. } p & p^2 & \text{ост. } 1 \\ p & \text{ост. } 1 \text{ или } 0 \text{ на } 3(p) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} p^2 & p^2 & p & p^2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & & \end{matrix}$$

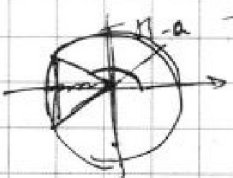
такого не бывает
и выводит.

$$p^2-2 \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases} \quad b-a=p^2-1$$

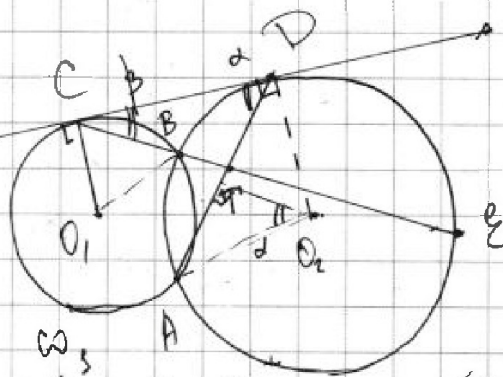
$$\cos x = a$$

$$x =$$



$$\cos x = a$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1-p-1}}\right)$$

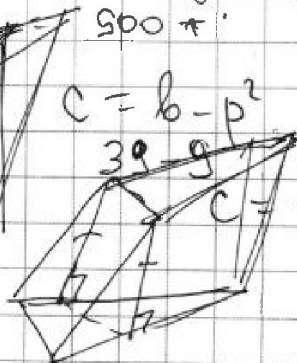
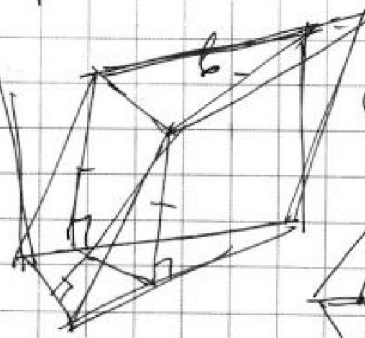
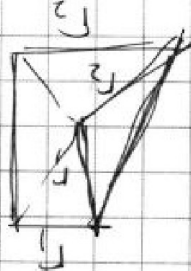


$$\begin{array}{r} 992 \overline{) 2} \\ - 8 \\ \hline 18 \\ - 12 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 992 \overline{) 2} \\ 496 \overline{) 2} \\ 248 \overline{) 2} \\ 124 \overline{) 2} \\ 62 \overline{) 2} \\ 31 \overline{) 2} \end{array}$$

$$(30+2)(30+1) =$$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= 992 \\ x_1 + x_2 &= -1 \\ x_1 &= -32 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$x = ?$

$2b-3$ - экстремум

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = 2-x$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$b_{10} = b_1 \cdot q^9$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{11}$$

$$b_{18} = b_1 \cdot q^{17}$$

$$|y+2| + |y-18|$$

$$y \geq 18$$

$$2y - 16 \geq 2 \cdot 18 - 16 = 36 - 16 = 20$$

$$y < 18 \quad y+2 - y+18 = 20$$

$$y \leq -2$$

$$-y-2 - y+18 = 18-2y$$

$$\frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = q^2$$

$$\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3 \cdot (25x+34)(3x+2)}} = q^2$$

$$= \frac{1}{(3x+2)^2} = q^2 = (q^2)^2$$

$$2-x > 0$$

$$x < 2$$

$$\left(\frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \right)^4 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$\frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2 \cdot (3x+2)^2} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$(2-x)^4 = (25x+34)^2$$

N2

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{4-3x-x^2+2}$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-2z^2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -30$$

$$x_1 + x_2 = 29$$

$$\begin{cases} x_1 = 30 \\ x_2 = -1 \end{cases} \quad \begin{matrix} -13 \\ -2 \end{matrix}$$

$$|y+2| + 2|y-18| \Rightarrow (2y-36)$$

$$|y+2| + |y-18| + |y-48|$$

$$|a| + |b| \geq |a-b| = 20 \quad |y+2| + |y-18| \geq 20$$

$$\begin{cases} z=0 \\ y=18 \end{cases}$$

$$[-6; 3]$$

N3

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$p = ?$

хотел бы 1

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

пар.

принимать

$$= (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2\sin^2 x \cos x =$$

$$t^2 - 6 = x$$

$$-x = 6 - t^2$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$t = \sqrt{x+6}$$

$$t = \sqrt{9-t^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3(p+1)\cos x + 10 = 0$$

$$\cos x = t$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + 3pt + 12t + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 + (p-1)\cos^3 x = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 + (p-1)\cos^3 x = 0$$

если $\cos x = 0$, то

$$\left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3 + (p-1) = 0 \quad 1 - p = \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^3$$

если $\cos x > 0$

$$1 + \frac{1}{\cos x} \geq 2\sqrt{\frac{1}{\cos x}}$$

$$p = 1 - \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^3 = \left(1 - 1 - \frac{1}{\cos x}\right)\left(1 + 1 + \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos^2 x}\right)$$

$$p = -\frac{1}{\cos x} \cdot \left(2 + \frac{\cos x + 1}{\cos^2 x}\right) = -\frac{2\cos^2 x + \cos x + 1}{\cos^2 x \cdot \cos x}$$

$$= -\frac{2\cos^2 x + \cos x + 1}{\cos^3 x}$$

можно решить что-то другим!

№6. $(a, b, c) \in \mathbb{Z}$

$$a < b$$

$$b - a \neq 3$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} !!$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$b-c = p^2$$

$$a-c = 1$$

$$\begin{aligned} b-a &= p^2 - 1 \\ c &= a - 1 \end{aligned}$$

т.е. $a, b, c \in \mathbb{Z}$

$$a-b \in \mathbb{Z}$$

$$b-c \in \mathbb{Z}$$

$$a-c = p \quad a-c = b-c$$

$$b-c = p$$

$$a-c = p^2$$

$$b-c = 1 \Rightarrow b = c + 1$$

$$a-c-b = p^2 - c - 1$$

$$a-b = p^2 - 1 > 0$$

$$b > a !!$$

$$I \quad b-a = 3k+2$$

$$3k+2 = p^2 - 1$$

$$3k = p^2 - 3 : 3$$

$$\begin{aligned} p^2 : 3 &= 1 \\ \Rightarrow p &= 3 \end{aligned}$$