



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

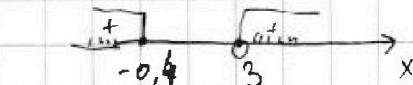
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Число $a_1 = 6$; разность n засчитывает прогрессии равна 9.

$$\text{тогда } 6 \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}; 6 \cdot q^3 = x+4; 6 \cdot q^9 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\text{ODZ: 1) } x-3 \neq 0 \quad 2) \quad \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$$



$$\Rightarrow x \in (-\infty; -0.4] \cup (3; +\infty)$$

Далее преобразование на ОДЗ:

заметим, что при $x = -0.4$; четвёртый и девяносто второй член прогрессии равны нулю. Тогда все члены этой прогрессии равны нулю, б т.з и недостат. $\Rightarrow x+4=0$ и $x=-4$ - противоречие.

Тогда поделим девяносто второй член на четвёртый (оба $\neq 0$):

$$\frac{6 \cdot q^9}{6 \cdot q^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$q^8 = (x-3)^2$$

$$q^4 = |x-3| \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$\text{поделим девяносто второй член на десятый: } \frac{6 \cdot q^9}{6 \cdot q^1} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \Leftrightarrow \sqrt{|x-3|} \leq \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$1) \quad x > 3$$

$$\sqrt{|x-3|} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \quad |: \sqrt{x-3}, \text{ т.к. } 15x+6 > 0 \text{ при } x > 3$$

$$x+4 = \sqrt{15x+6} \quad \text{Решаем т.к. } x > -4$$

$$x^2 + 8x + 16 = 15x + 6 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$$x=5 \text{ или } x=2, \text{ но } x=2 \text{ - не OK, т.к.}$$

$$\Rightarrow x=5 - \text{корень}$$

$$x > 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) x < 3$$

$$\sqrt{|x-3|} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$\sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{-(15x+6)(3-x)}}{x+4}$$

$\therefore \sqrt{3-x}$, и $-(15x+6) > 0$ при $x < 3$ на 003

$$x+4 = \sqrt{-(15x+6)}$$

т.к $x+4$ равно положительному числу, то $x+4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$
тогда обе части обе засы в квадрат:

$$(x+4)^2 = -15x-6$$

$$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+22) = 0$$

$\Rightarrow x = -1$ или $x = -22$, но т.к $x > -4$, то $x = -22$ - это нет.
Тогда $x = -1$ - корень и $x = 5$ - корень. Оба они удовл. 003.

Ответ: -1; 5

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} & (1) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} & (2) \end{cases}$$

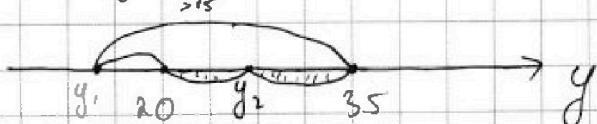
ОДЗ: $x \geq -7$; $5-x-3z \geq 0$; $y-2x-x^2+z \geq 0$; $225-z^2 \geq 0$

Дано на ОДЗ:

Заметим Рассмотрим (1) ур-ки: $\sqrt{225-z^2} \leq 15$

Однако схема этого уравнения мы видим:

$|y-20| + |y-35|$, где $|y-20| + |y-35|$ - сумма расстояний от y до чисел 20 и 35 соответственно.
Заметим, что эта сумма всегда больше или равна 15: если $y < 20$ или $y > 35$, то сумма расстояний больше 15. Если $y \in [20; 35]$, то сумма расстояний равна 15.



Однако наше воронение содержит ошибочное рассуждение до числа 35. Тогда левая и правая части будут равны, только если обе будут равны 15.

Левая часть равна 15, только если $y=35$. Если $y > 35$, то расстояние до числа 20 будет больше 15. Число $y \in [20; 35]$, то расстояние до числа 35 будет больше 15 и $|y-20| + |y-35| = 15$ и $|y-35| > 0 \Rightarrow$ число больше 15 если $y > 20$, то $|y-35| > 15$.

Следовательно $y=35$. Тогда и правая часть равна 15.

$$\sqrt{225-z^2} = 15 \text{ при } z=0$$

Подставим получившееся y и z в (1) ур-ки:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{36-(x+1)^2} + \sqrt{5-x}$$

перенесем ОДЗ для полученного уравнения:

$$1) x \geq -7; 2) 36-(x+1)^2 \geq 0; 3) 5-x > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Будем обе части в квадрат:

$$36x + 252 = 4x^2 + 99x + 121$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

$$D = 64 + 16 \cdot 131 = 16(1+131) = 16 \cdot 135$$

$$x = \frac{-8 \pm 4\sqrt{135}}{8}, \quad x = \frac{-8 + 4\sqrt{135}}{8} > -5,5 \text{ - не OK.}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-8 - 4\sqrt{135}}{8} = -1 - \frac{1}{2}\sqrt{135} = -1 - 0,5\sqrt{135} \text{ годн. ODZ}$$

Четыре решения системы:

$$(-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0), \quad (-1 - \frac{\sqrt{135}}{2}; 35; 0)$$

$$\text{Ответ: } (-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0), \quad (-1 - \frac{\sqrt{135}}{2}; 35; 0)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{нусв } \sqrt{x+7} = a, \sqrt{5-x} = b; a, b \geq 0$$

$$\Rightarrow a+b = 2ab + 6$$

$$a-b+6 + (a-b)^2 - a^2 - b^2 = 0$$

$$a-b+6 + (a-b)^2 - x^2 - 7 - 5 + x = 0$$

$$a-b+6 + (a-b)^2 - 12 = 0$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 6 = 0$$

$$\text{нусв } a-b=t$$

$$t^2 + t - 6 = 0$$

$$(t-2)(t+3) = 0$$

$$\Rightarrow \text{или } a-b=2 \quad \text{или } a-b=-3$$

$$1) \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \quad \text{f}$$

$\sqrt{x+7} = 2 + \sqrt{5-x}$, т.к. $x \geq 0 \Rightarrow$ 16 квадрат

$$x+7 = 4 + 4\sqrt{5-x} + 5-x$$

$$2x-2 = 4\sqrt{5-x}$$

$$x-1 = 2\sqrt{5-x}, \text{ ограничение: } x \geq 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 4(5-x) \Rightarrow 9x = 39 \Rightarrow x = 4$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 \cdot 19 = 4 \cdot 20 = 80$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{80}}{2}, \text{ т.к. } x = \frac{-2 - \sqrt{80}}{2} < 1 - \text{не OK}$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{80}}{2} - \text{OK, убий. ODB}$$

$$2) \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3$$

$\sqrt{x+7} + 3 = \sqrt{5-x}$, т.к. обе члены ≥ 0 , то возведем в кв.

$$x+7 + 6\sqrt{x+7} + 9 = 5-x$$

$$2x + 11 + 6\sqrt{x+7} = 0$$

$$6\sqrt{x+7} = -2x - 11, \quad -2x - 11 \geq 0$$

$$x \leq -5,5, \text{ т.к. корень положителен}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) 36 \geq (x+1)^2 \quad 3) x \leq 5$$

Чтобы: $x \in [-7; 5]$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{(5-x)(x+7)} + \sqrt{5-x} \quad \text{т.к. обе части неотриц. Г6 квадрат}$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = \sqrt{5-x} \cdot \sqrt{2(5-x)(x+7)} \quad \text{корни должны быть не 0.03}$$

$$x+7+6 = 12$$

$$x+7+12=4(5-x)(x+7) + \sqrt{5-x}(x+7) + 5-x$$

$$x+43+12\sqrt{x+7} = 4(x-5)(x+7) + x-5 = 4 \cdot (5-x) \cdot \sqrt{x+7}$$

$$2x+38+12\sqrt{x+7}+4x^2+8x-140 = 20\sqrt{x+7}-4x \cdot \sqrt{x+7}$$

$$4x^2+10x-102 = 8\sqrt{x+7}-4x\sqrt{x+7}$$

$$4x^2+10x-102 = \sqrt{x+7}(8-4x) \quad : (8-4x) \neq 0 \quad \text{т.к. при } x=2 \text{ нет решения}$$

$$\frac{4x^2+10x-102}{8-4x} = \sqrt{x+7}$$

$$\frac{2x^2+5x-51}{4-2x} = \sqrt{x+7}$$

Г6 квадрат т.к. обе части ≥ 0

Хайдем промежутки возрастания/убывания

$$2x^2+5x-51$$

записываем для функции y ее

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{x+7} + 1 \quad (\sqrt{5-x})$$

т.к. справа функция y всегда ≥ 0 , то

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$6 \cos^3 x + 6 \cos x + 5 \cos x = 6 \cos^3 x - 3 + p$$

$$2 \cos 2x \cdot \cos x + 5 \cos x - 3 \cos 2x = p$$

$$5 \cos x + 2 \cos x \cdot \cos 2x - 3 \cos 2x = p$$

$$5 \cos x + 2 \cos x \cdot (2 \cos^2 x - 1) - 6 \cos^3 x + 3 = p$$

$$5 \cos x - 2 \cos x + 4 \cos^3 x - 6 \cos^3 x + 3 = p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

пусть $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$, тогда $f(\cos x)$ принимает все возможные значения, которые принимает $f(t)$ на отрезке $t \in [-1; 1]$.

Найдем промежутки возрастания функции $f(t)$:

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t - 1)^2$$

$\overbrace{\quad\quad\quad}^{+} \quad \overbrace{\quad\quad\quad}^{+} \quad \overbrace{t}^{1}$

\Rightarrow при $t = \frac{1}{2}$ - точка перегиба и $f(t)$ - монотонно возрастает.
Тогда $f(t)$ принимает все значения на промежутке от $(-1, 1)$,
 $f(-1) \leq f(\cos x) \leq f(1)$

$$\begin{aligned} -4 \cdot 6 - 3 \cdot 3 &\leq f(\cos x) \leq 4 \cdot 6 + 3 + 3 \\ -10 &\leq f(\cos x) \leq 4 \end{aligned}$$

Очевидно, что тогда p принимает все возможные значения, которые принимает $f(\cos x)$ и $\Rightarrow p \in [-10; 4]$
Ответ: $[-10; 4]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Рассмотрим случай, когда множество симметрично относительно центра.

Выбираем форму кирпича, кирпич симметрический, который будет симметричен.

Тогда всего существует $\frac{150 \times 200}{2} = 15000$ уникальных пар, обладающих такой симметрией.

Кол-во способов выбрать некоторое количество:

$$N_1 = \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!} = \frac{15000!}{14996! \cdot 4!}$$

2) Рассмотрим случай, когда множество симметрично относительно средней линии.

Пусть множество симметрично относительно горизонтальной линии. Тогда существует 15000 уникальных пар кирпичей, обладающих данной симметрией.

Тогда существует N_2 способов выбрать такое множество:

$$N_2 = \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!}$$

Analogично получается $N_3 = N_2$ способов выбрать множество, обладающее симметрией относительно вертикальной средней линии.

Затем, что если множество симметрично относительно обеих линий, то это равносильно тому, что множество симметрично относительно центра. Тогда получим $N_1 + N_2$, но учитывая повторение четырехугольных множеств. Однако, стоит отметить, что еще один случай мы посчитали дважды.

Однако, если мы сложим N_1, N_2 и N_3 , мы при этом посчитаем один и тот же способ выбрать множество, обладающее всеми трех видами симметрий.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

:	:	:
:	:	:
:	:	:
:	:	:
:	:	:

Множество такого вида представляет из себя прямогоугольника, обладающих центральной симметрией.

Способов выбрать такой прямоугольников $N_4 = \frac{200 \cdot 150}{4} =$

$= 150 \cdot 50 = 7500$, т.к. такой прямоугольников однозначно задается по одной точке.

Способов выбрать для таких прямогоугольника:

$$N_5 = \frac{7500 \cdot 7499}{2}$$

Прямоугольники, состоящие из 4-х квадратов, расположенных вертикально, имеющие симметрию относительно горизонтальной оси.

Заметим, что имеется общность ряда таких только вертикальных, или только горизонтальных симметрий нет.

Если у нас есть симметричные вертикали, то ~~располагая~~ клетка B . То у симметричной клетки B есть симметричные и клетка C , которая и будет симметрической клетке A ~~однотипно~~.

Что было способов: $N_1 + N_2 + N_3 - N_5 =$

$$= 3 \cdot 15000! - \frac{7500 \cdot 7499}{2} = 3 \cdot C_{15000}^4 - C_{7500}^2$$

$$\text{Ответ: } 3 \cdot C_{15000}^4 - C_{7500}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{пуск } (a-c)(b-c) = p^2$$

тогда существует ~~так~~ четыре возможных случая:

$$1) \quad a-c = p; \quad b-c = p$$

$a=p+c; \quad b=p+c$ но тогда $a=b$ - противоречие

$$2) \quad a-c = -p \quad b-c = -p$$

$a=-p+c; \quad b=-p+c$ но тогда $a=b$ - противоречие

$$3) \quad a-c = p^2; \quad b-c = 1$$

$$a = p^2 + c; \quad b = 1 + c$$

$$\text{тогда: } a-b = p^2 + c - 1 - c = p^2 - 1$$

$$\text{но условие } p^2 - 1 \not\equiv 0 \pmod{3} \Leftrightarrow p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$$

Однако величина ~~квадрат~~ ~~натурального~~ числа при делении на три дает либо остаток один, либо остаток два. Это легко видеть, если пуск число ровно $3k+r$, где r -остаток при делении на 3.

тогда $(3k+r)^2 = 9k^2 + 6kr + r^2$, где $9k^2$ и $6kr$ делятся на 3. \Rightarrow возможный остаток квадрата на три это r^2 . Но r^2 либо 0 либо 1, либо 4.

\Rightarrow квадрат данного числа сравним с r^2 по модулю 3. $T-k \quad r=0, 1, 2$; то $r^2=0, 1, 4$ и $r^2 \equiv 1 \pmod{3}$ или $r^2 \equiv 0 \pmod{3}$

$$\Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}. \quad \text{тогда } p=3.$$

$$\Rightarrow a+b^2 = \cancel{p^2} \quad 3^2 + c + 1 + 2c + c^2 = 810$$

$$c^2 + 3c - 810 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 810 = 9(1 + 4 \cdot 90) = 361 \cdot 9 = 19 \cdot 3^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 57}{2} = \begin{cases} 27 \\ -30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 9 + 27 = 36; \quad b = 28; \quad c = 27 \quad \text{или } a = -21; \quad b = -28; \quad c = -30$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9) \quad a - c = -p^2; \quad b - c = -1$$

$$a = -p^2 + c; \quad b = -1 + c$$

$$a - b = 1 - p^2$$

Анализико п.3 $1 - p^2 \neq 0$

$$p^2 \begin{matrix} \text{mod } 3 \\ \not\equiv 1 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow p^2 \begin{matrix} \equiv 0 \\ \text{mod } 3 \end{matrix} \quad \text{и} \quad p = 3, \quad \text{т.к. } p - \text{простое.}$$

$$\text{тогда: } -3 + c + (-1 + c) = 820$$

$$c - 9 + 1 - 2c + c^2 = 820$$

$$c^2 - c - 828 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 828 = 3313$$

$c_1 = \frac{1 \pm \sqrt{3313}}{2} - c - \text{вещественное} \Rightarrow \text{таких трех условий}\}$
ищем где фактически нет.

$$\text{Ответ: } (36; 28; 27), (-21; -29; -30)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

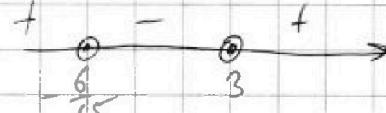
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$|x| \leq 15$
 $x \geq -3$

$$D_3: \frac{15x+6}{(x-3)^3} > 0$$



$$a_{10} = x+4$$

$$a_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{6}{15}) \cup (3; +\infty)$$

$$b_1 \cdot q^3 = a_4$$

$$b_1 \cdot q^9 = a_{10}$$

$$b_1 \cdot q^{15} = a_{12}$$

$$q^6 = \frac{x+4}{\sqrt{15x+6}}$$

$$x = -0,2$$

- 3. надо $x \neq 3$, $x \neq -0,4$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$p = 0$$

$$a \cdot b = 0$$

$$q^6 = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$q = \sqrt[6]{(x-3)^2} = \sqrt[3]{x-3}$$

$$\sqrt{x+4} + 6 = 25 \quad + \sqrt{5x-12}$$

$$(a-c)(b-c) = n^2$$

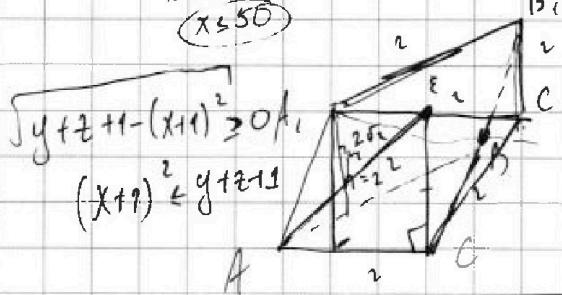
$$5-x-32 \geq 0$$

$$x \leq 5-32 \\ (x \leq -27)$$

$$a+b = 820$$

$$S_{ABCD} = 4$$

$$80+64-54-32=0$$



$$36^{\circ}$$

$$\frac{1}{2}ah = 4$$

$$2h = 4$$

$$h = 2$$

$$(x+8x+16)(x-1) = 15x+6$$

$$x^3 + 18x^2 + 16x - 3x^2 - 29x - 18 = 0$$

$$x^3 + 5x^2 - 23x - 54 = 0$$

$$-8 + 20 + 46 - 54 = 0$$

$$66 - 62 = 0$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6) \cdot \sqrt{(x-3)}}}{x+4}$$

$$x-3 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$\sqrt{(x-3)(x+4)} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$(x-3)(x+4) = (15x+6)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$150 \times 200$$

$$t - c = -p$$

$$b - c = -p$$

$$a = c - p$$

$$b = c - p$$

$$\begin{aligned} & 5x^2 + 16x + 15 \\ & (5x + 15)(x + 1) \\ & 5x^2 + 20x + 15 \\ & (5x + 15)(x + 1) \\ & 5x^2 + 16x + 15 \end{aligned}$$

$$\boxed{}$$

$$\boxed{}$$

$$t^2 - t - 6 = 0$$

$$\begin{array}{l|l} \boxed{} & t = 3 \\ \hline \boxed{} & t = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.05t \\ \hline 0.5 \\ 0.5t \end{array}$$

$$a - c = 1 - b - c$$

$$a - c = p^2 \quad b - c = p^{-1}$$

$$a = p^2 + c \quad b = 1 + c$$

$$a = p^2 + c$$

$$\sqrt{4x+4} = 2\sqrt{(5-x)(x+7)} \quad \therefore \quad a = c = p$$

$$\sqrt{8+4} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 8} + c \neq 4 + c$$

$$\sqrt{12+4} = 4$$

$$\sqrt{12+4} = 4 \quad p^2 \neq 1 \quad \text{Ошибка. Ошибки.}$$

$$a = c + 1$$

$$b = c + p^2$$

$$x = \frac{36}{25}$$

$$a = b^2$$

$$a^2 = 4ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 200 \\ \hline 30000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 200 \\ \hline 30000 \end{array}$$

$$30000 \cdot 1 \cdot 29998 \cdot 1$$

$$30000 \cdot 29998 \cdot 29996 \cdot 29994$$

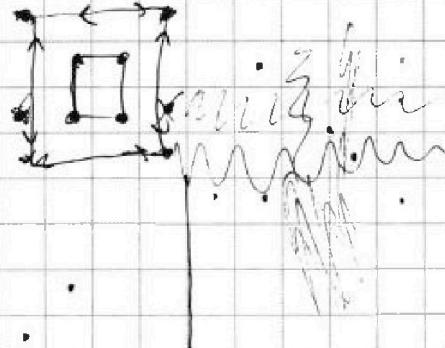
$$= \frac{2 \cdot 15000 \cdot 14995 \cdot 14993 \cdot 14991}{8!}$$

$$= 0.2 \cdot 15000!$$

$$\frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997 \cdot 14996 \cdot 14995}{14994 \cdot 14993 \cdot 14992 \cdot 14991 \cdot 14990 \cdot 14989}$$

$$5 \cdot 10^3$$

$$2.370 - 70 -$$



$$(a-c)p \quad -100 \text{ ошибок}$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$

$$b = c + p$$

$$a = c + p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 42 \\ \times \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\cancel{\text{дискретные значения}}$$

$$\sqrt{1648}$$

$$x+7 + 36 + \sqrt{x+7} = 2 \cdot 36 - 1 - 4 \cdot 56 - 4 \cdot (x+1)^2 + 5 - x + 4\sqrt{.}$$

$$c - 9 + (c-1)^2 = 820$$

$$(2\sqrt{x+7} + 1)\sqrt{5-x} \cdot 2 = 2\sqrt{x+11} + 11$$

$$c - 9 + c^2 - 2c + 1 = 820$$

$$(2\sqrt{x+7} + 1)(2\sqrt{5-x} - 11) = 0 \quad ||$$

$$c^2 - c - 820 = 0$$

$$206x^2 - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 4 \\ \hline 140 \end{array}$$

$$2\sqrt{x+7} + 1 = 11$$

$$\sqrt{x+7} = 5$$

$$\begin{array}{l} x+7=25 \\ x=18 \end{array}$$

$$(8-x)^2 = x^2 - 16x + 64$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 64x + 256 \\ - 74x + 358 \\ \hline \end{array}$$

$$2\sqrt{x+7} = 40$$

$$\begin{array}{r} x=7 \\ \cancel{39} \cancel{13} \cancel{17} \\ \cancel{29} \cancel{11} \cancel{13} \\ \cancel{-23} \cancel{11} \cancel{11} \\ \hline 11 \end{array}$$

$$x=2$$

$$3+6 = 2 \cdot 353 + 153$$

$$g = 753$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 3 \\ \hline 57 \\ 13 \\ \hline 828 \\ \times 4 \\ \hline 73182 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3511 \\ x \vee 511 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 5x - 51 \\ - 2x^2 \\ \hline 5x - 51 \end{array}$$

$$3843$$

$$\begin{array}{r} 828 \\ \times 1 \\ \hline 828 \\ = 1 \\ - 828 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 828 \\ \times 4 \\ \hline 3312 \end{array}$$

$$3313$$

$$\begin{array}{r} 553 \\ \times 53 \\ \hline \end{array}$$