



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

Пусть ^{серьезный} ~~маленький~~ элемент равен a , а ~~маленький~~ ^{маленький} прогрессит b .

Получим:

$$\begin{cases} a - 3b = 6 - 9a & (2) \\ a - b = (n^2 - 2n)^2 & (2) \\ a + 3b = 9n^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (2): 6b = 9n^2 + 9a - 6$$

$$2b = 3n^2 + 3a - 2. \Rightarrow 4b = 6n^2 + 6a - 4. \quad (4)$$

$$(3) - (2): 4b = (3n)^2 - (n^2 - 2n)^2 = (3n - n^2 + 2n)(3n + n^2 - 2)$$

$$4b = (5n - n^2)(n^2 + n) \quad (5)$$

$$(4) \div (5): 6n^2 + 6n - 4 = 5n^3 - n^4 + 5n^2 - n^3$$

$$6n^2 + 6n - 4 = -n^4 + 4n^3 + 5n^2$$

$$n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 = 0$$

Перебрав все множители -4 , мы сможем по теореме Безу найти

корни. При $n = 1: 1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0 \Rightarrow$ делим многочлен на $n - 1$:

$$\begin{array}{r|l} n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 & n - 1 \\ \underline{-n^4 + n^3} & \\ -3n^3 + n^2 & \\ \underline{-3n^3 + 3n^2} & \\ -2n^2 + 6n & \\ \underline{-2n^2 + 2n} & \\ -4n - 4 & \\ \underline{-4n + 4} & \\ 0 & \end{array} \Rightarrow n^4 - 4n^3 + n^2 + 6n - 4 = (n - 1)(n^3 - 3n^2 - 2n + 4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Анализировав, по м. Безу получаем, что $x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = (x-1)(x^2 - 2x - 4)$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x-1 \\ \underline{-(x^3 - x^2)} \\ -2x^2 + 2x \\ \underline{-(2x^2 - 2x)} \\ -4x + 4 \\ \underline{-(-4x + 4)} \\ 0 \end{array}$$

Получаем $(x-1)^2 (x^2 - 2x - 4)$

$$D_2 = 4 + 4 \cdot 4 = 2 + 4 = 6$$

$$x_2 = -2 + \sqrt{6}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{6}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)^2 (x+2-\sqrt{6})(x+2+\sqrt{6}) = 0.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ x=-2+\sqrt{6} \\ x=-2-\sqrt{6} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } \{-2-\sqrt{6}; -2+\sqrt{6}; 1\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получим $p > 2$ и $m+2n=22$; ~~уравнение~~ подставим в 8:
 $mn \cdot 20 = 45Q^2$

$$mn = Q^2 \cdot \frac{45}{4} \quad (1)$$

$$m+2n=22 \Rightarrow m=22-2n. \quad (2)$$

$$\text{в (2) в (1): } 22n-2n^2 = Q^2 \cdot \frac{45}{4}$$

$$-2n^2 + 22n - Q^2 \cdot \frac{45}{4} = 0$$

$$D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot \frac{45}{4} \cdot Q^2 = 121 - 90Q^2. \Rightarrow 90Q^2 \leq 121$$

Первое при $Q^2 \leq \frac{121}{90} \Rightarrow Q < \frac{11}{\sqrt{90}}$

Данное условие выполняется лишь при $Q=2$ (первое при-

-ное число), при $Q > 2$ $Q^2 > \frac{121}{90}$.

Проверим: $mn \cdot 20 = 45 \cdot 4$. $D = 121 - 90Q^2 = 1 \Rightarrow$

$$\begin{cases} mn = 45 \\ m+2n=22 \end{cases}$$

$$m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{-11+1}{-4} = 3, n_2 = \frac{-11-1}{-4} = 3$$

$$\begin{cases} m_1=5, n_1=3 \\ m_2=3, n_2=5 \end{cases}$$

$$m = 22 - 2n = 5.$$

Получим пару (5; 3)

$$II \quad 18 = 11p^2. \quad 11p^2 = m \cdot n \cdot (m+2n+9)$$

Во II случае пара будет пар не будет, т.к. $(m+2n+9) \nmid 11$.

Ответ: (5; 3)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 \approx m - 4n = (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n)(m+2n-4)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

Рассмотрим 2 случая:

$$I) A = 12p^2$$

Поскольку $12 \nmid p$ простое, то один из множителей дроби делится нацело на 12. Кроме того, оба множителя дроби будут кратны p , либо один из них кратен p^2 . Получим следующие варианты:

$$\left\{ \begin{array}{l} m+2n = 1 \\ m+2n-4 = p^2 \cdot 12 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p^2 = -\frac{6}{12} \frac{p \cdot p}{p-12} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m+2n = p \\ m+2n-4 = p \cdot 12 \end{array} \right. \Rightarrow p = -\frac{4}{12} \notin p \text{ - простое}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m+2n = p \cdot 12 \\ m+2n-4 = p \end{array} \right. \Rightarrow p = \frac{4}{12} \notin p \text{ - простое}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m+2n = 12p^2 \\ m+2n-4 = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} 12p^2 = 5 \\ p^2 = \frac{5}{12} \end{array} \notin p \text{ - простое}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m+2n = p^2 \\ m+2n-4 = 12 \end{array} \right. \Rightarrow p^2 = 16, p = 4 \sqrt{2} \notin p \text{ - простое}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m+2n = 12 \\ m+2n-4 = p^2 \end{array} \right. \Rightarrow p^2 = 8, p = 2\sqrt{2} \notin p \text{ - простое}$$

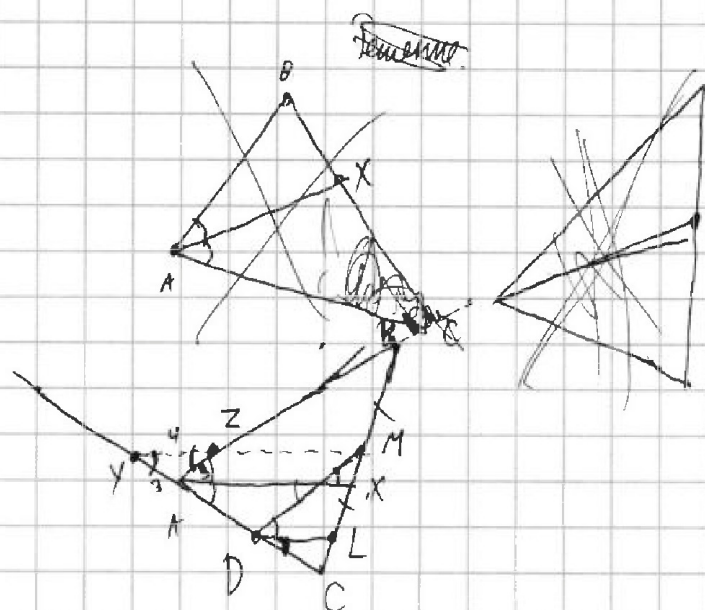


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle ABC$
Дано: $MY \parallel AX$;
 $AC = 5$, $AZ = 3$, $YC = 4$
 $BC = ?$

Решим:

$YZ \parallel AX$ (по условию), AZ — секущая $\Rightarrow$ как накрест лежащие углы
 $\angle AZY = \angle ZAX$. AX — биссектриса $\Rightarrow \angle ZAX = \angle XAC = \angle YZA$.

$YZ \parallel AX$ при секущей $YC \Rightarrow \angle ZYA = \angle XAC = \angle YZA$ (как соответственные углы) $\Rightarrow \triangle AYZ$ — равнобедренный (по признаку); $AY = AZ = 3$.

В $\triangle ABC$ и прямой MY , по теореме Менелая:

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1.$$

$$\left. \begin{aligned} CM = MB \text{ (по условию, } AM \text{ — медиана); } YC = AY + AC = 9. \\ ZA = 3 \text{ (по условию)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{BZ}{ZA} =$$

$$= \frac{1 \cdot YC \cdot MB}{AY \cdot CM} = 3; \quad BZ = 3 \cdot ZA = 9. \Rightarrow AB = BZ + ZA = 12.$$

~~$\triangle AYZ$. $\cos \angle AYZ = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta AYZ \text{ п/д} \Rightarrow \text{высота из т. } A - \text{ медиана; тогда } \cos \angle AYZ = \frac{4}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Тогда } \cos 2 \angle BAC = \cos 2 \angle AYZ = 2 \cos^2 \angle AYZ - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}.$$

В ΔABC , по теореме косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC.$$

$$BC^2 = 144 + 36 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 180 + \frac{2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 1}{9} = 180 + 16 = 196$$

$$BC = 14.$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Н.к. $9 - t^2 = 2\sqrt{24 + 5n - n^2}$, по:

$$\begin{cases} 84 = \sqrt{24 + 5n - n^2} & | \cdot 4^2 \\ \frac{5}{2} = \sqrt{24 + 5n - n^2} & | \cdot 2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -n^2 + 5n + 24 - 26 = 0 \\ -n^2 + 5n + 14 - \frac{25}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -n^2 + 5n - 2 = 0 & (1) \\ -n^2 + 5n + \frac{31}{4} = 0 & (2) \end{cases}$$

(2): $\Delta_{\text{yp}} = 25 - 4 \cdot 2 = 24$; $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{24}}{-2} = \frac{5 - \sqrt{24}}{2}$
 $x_2 = \frac{-5 - \sqrt{24}}{-2} = \frac{5 + \sqrt{24}}{2}$

(2) $\Delta_{\text{yp}} = 25 + 31 = 56 = (2\sqrt{14})^2$; $x_1 = \frac{-5 + 2\sqrt{14}}{-2} = \frac{5 - 2\sqrt{14}}{2} < 0$
 $x_2 = \frac{-5 - 2\sqrt{14}}{-2} = \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2}$

(2) и (2):

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5 - \sqrt{24}}{2} \\ x_2 = \frac{5 + \sqrt{24}}{2} \\ x_3 = \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ \frac{5 - \sqrt{24}}{2}; \frac{5 + \sqrt{24}}{2}; \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \right\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение

2-ое уравнение $x^3 + 3x\sqrt{4-x} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \Leftrightarrow 0 \leq 3: 4y \geq 0, x \geq 0$

$$\Leftrightarrow x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}.$$

Получим, что $f(x) = f(y)$, причем функция $f(x)$

имеет монотонно возрастает при $x \geq 0$, т.к. все ее слага-

емые слагаемые и зависят от x и монотонно возрастают.

т.е. монотонно с $f(y)$. Функции совпадают $\Rightarrow f(x) = f(y)$ воз-

можно лишь при совпадении аргументов, то есть:

$$x = y.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4+5x-x^2} \\ x=y \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{4+5x-x^2} \\ x=y \end{array} \right.$$

Пусть $\sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} = t.$

$$t^2 = x+2+4-x-2\sqrt{4+5x-x^2} = 9-2\sqrt{4+5x-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{4+5x-x^2} = 9-t^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{x+2} - \sqrt{4-x} \\ x=y \end{array} \right.$$

$$t+4 = 9-t^2 \quad t^2+t-2=0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm 3}{2} = -2; 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.

Всего клеток 21×21 .

Рассмотрим следующие вещи: • если две точки не симметричны относительно центра, то ^{раскраски} их узлы превратятся в 4-х способ.
• если две точки симметричны относительно центра, то ^{4-х} раскраски превратятся в 2 способа.

Всего раскрасок $\frac{21 \cdot 20}{2}$; ^{н.к} для парных раскраски неважно.

Кол-во симметр. раскрасок: для каждой точки, кроме центральной, соответствующая будет равна 1 точке. Парный пар всего

$$\frac{21-1}{2} \Rightarrow \text{всего способов } \left(\frac{21 \cdot 20}{2} - \frac{20}{2} \right) : 4 + \frac{20}{2 \cdot 2} =$$

$$= \frac{30 \cdot 60}{8 \cdot 4} + 20 = 2250 + 20 = 2270.$$

Ответ: 2270.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 & (1) \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$(2) + (1): \quad \cancel{x+y} \leq \cancel{1}$$

$$-3 \leq 3(x-y) \leq 3$$

$$-1 \leq x-y \leq 1 \quad (3)$$

$$(3) + (2): \quad (3) \quad (2) - (3): \quad \begin{array}{l} -3 \leq -y \leq 3 \\ -3 \leq y \leq 3 \end{array}$$

$$-(2): -2 \leq y-x \leq 2$$

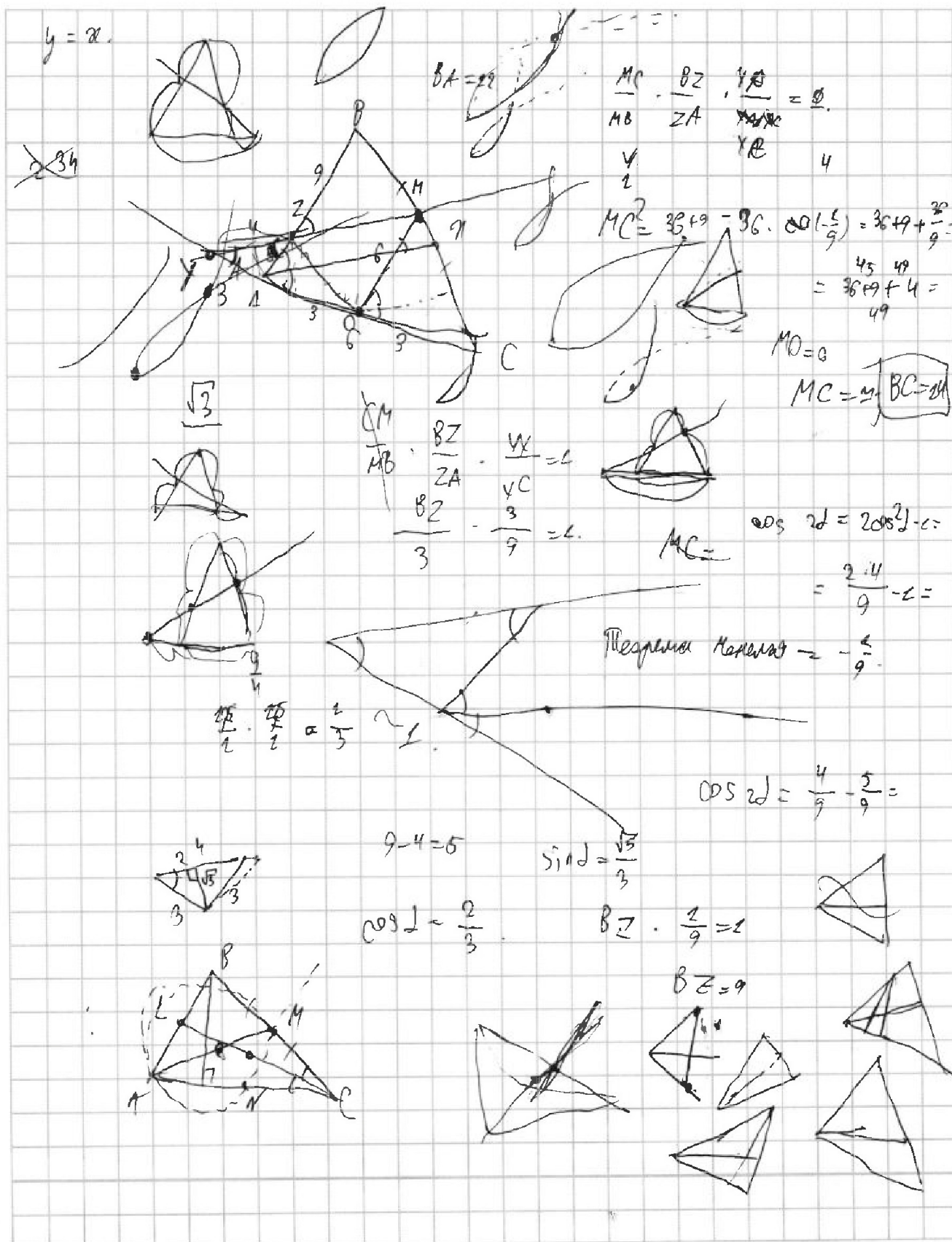
$$-(4) + (3): \quad \cancel{-1} \leq y \leq \cancel{1} \quad (4)$$

$$(4) + (3): \quad \cancel{-1} \leq x \leq \cancel{1}$$

$\Downarrow$

$$-9 \leq 3y + 6x \leq 9$$

Ответ: 2 9





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) (m+2n-4)(m+2n) = 250?$$

$$m \cdot n \cdot (m+2n+9) = 2p^2$$

$$11p^2 = n \cdot g \cdot z$$

$$11 \cdot pp = 1 \cdot 11 \cdot p^2 = 1 \cdot 11 \cdot p \cdot p = p \cdot p \cdot 11 = 11 \cdot pp$$

$$n = 11; n = 20 + 2n \Rightarrow n = -20$$

$$2n + 20 = 2$$

$$n = 20; m = m + 32$$

$$m = n = 1;$$

$$2n + 20 = 2$$

$$m + 2n + 9 = 11; m = n$$

$$3n = 11$$

$$3m = 2$$

$$2p^2 = 11 \cdot p^2$$

$$2p$$

$$2p + 10 = 11 \cdot p^2$$

$$n = 11$$

$$m + 11 = 11 \cdot p^2$$

$$m = 11$$

$$m + 2n =$$

$$m + 2n = -8$$

$$n = 11; 3m + 9 = 11; 3n = 2$$

$$2n + 11 = 11 \cdot p$$

$$n = p$$

$$m + 11 = 11 \cdot m$$

$$m = 11$$

$$2n + 11 = 11 \cdot n$$

$$m = n + 32$$

$$n = 1; m + 11 = 11$$

$$n = 2n + 10$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} -2 &\leq x-2y \leq 2 \\ -1 &\leq 2x-y \leq 1 \\ 1. \quad -3 &\leq 3x-2y \leq 3 \\ -1 &\leq x-y \leq 1 \end{aligned}$$

$$b = \frac{(x^2-2y)^2 - 6 + 9x}{2}$$

$$a =$$

$$+6b = 9x^2 + 9x - 6$$

$$2b = 3x^2 + 3x - 2$$

$$3x^2 + 3x - 2 = (x^2 - 2y)^2 - 6 + 9x$$

$$3x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{aligned} -1 &\leq x-2y \leq 1 \quad a+b \quad a \quad a+3b \\ -1 &\leq 2x-y \leq 1 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \leq 0 \end{aligned}$$

$$a-3b = 6-9x$$

$$a-b = (x^2-2y)^2$$

$$a+3b = 9x^2$$

$$x=1$$

$$2a = 9x^2 - 9x + 6$$

$$6a + 9x = 9$$

$$a = 9x(x-1) + 6$$

$$-4b = (x^2-2y-3x)(x^2+2x+3x)$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x - 9x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$-3$$

$$-4b = x^2(x-5)(x+1)$$

$$f(x) = f(y)$$

$$-2 \leq x-2y \leq 2$$

$$-2 \leq -2y \leq 2 \quad 2 \geq 2y \geq -2$$

$$2. \quad -1 \leq 2x-y \leq 1$$

$$0 \leq x \leq 0 \quad x=0$$

$$-3 \leq 3x-2y \leq 3$$

$$2 \geq y \geq -2$$

$$-1 \leq x-y \leq 1$$

$$-1 \cdot 3 - 2 + 4$$

$$3y + 6x = 3$$

$$3$$

$$x^3(x-4) + x(x+6) - 4$$

$$3x^2 + 6x - 4 = -3(x^2+2x)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x-1$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - x^3$$

$$-3x^3 + x^2$$

$$-3x^3 + 3x^2$$

$$-2x^2 + 6x$$

$$-2x^2 + 2x$$

$$4x - 4$$

$$x_2 = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$$x^2 - 4x + 4 \mid \frac{6}{x} - \frac{4}{x^2}$$

$$(x-1)^2(x^2-2x-4)$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+2n)^2 - 4(m+2n) = (m+2n-2)(m+2n) \quad (2) \quad 5 \cdot 6 = 30$$

$$B = mn(m+2n+2)$$

$$m+2n-2 = 2$$

$$m+2n-2 = 8$$

$$m+2n = 10$$

$$p-2 = p^2$$

$$p^2 - p + 2 = 0$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 5 \cdot 3 \\ \hline \end{array}$$

$$m+2n = 22$$

$$m+2n-2 = p^2$$

$$m+2n = 22$$

$$m+2n-2 = p$$

$$m = 20 - p$$

$$\begin{array}{r} 22 \cdot 4 \cdot 2 \\ 5 \cdot 6 \cdot 20 = 600 \\ 25 \cdot 3 \cdot 4 \\ 5 \cdot 3 \cdot 20 = 300 \\ 2^2 = 8 \end{array}$$

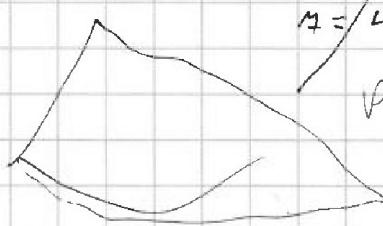
$$22-2 = p^2$$

$$p^2 = 20$$

$$p = 2$$

$$m+2n = 20$$

$$m = 22 - 2n$$



$$mn(20) = 250 \quad 27y - 2n \geq -2$$

$$mn = \frac{25}{4} p^2$$

$$(22-2n)n = \frac{25}{4} p^2$$

$$-2n^2 + 22n = \frac{25}{4} p^2$$

$$D = 22^2 - 4 \cdot \frac{25}{4} p^2 = 484 - 25p^2$$

$$mn = 2$$

$$2n^2 - 22n + \frac{25}{4} p^2 = 0$$

m

$$n_1 = \frac{22 + 2}{4} = 3$$

$$n_2 = \frac{22 - 2}{4} = 2.5$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including diagrams and calculations.

Top Left: Calculations for x and y using the quadratic formula. $x = y = \frac{-5 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{5 \pm 5}{-2}$. Solutions: $x = y = 0$ and $x = y = -5$.

Top Center: A diagram of a sphere with points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z. A line segment connects points A and B. A point M is marked on the sphere's surface.

Top Right: Calculations for t and x . $t = 2$. $4.8 = 2\sqrt{24+5x-x^2}$. $-x^2+5x-2=0$. $5x-x^2-2=0$. $x = y = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$.

Middle Left: A diagram of a sphere with points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z. A line segment connects points A and B. A point M is marked on the sphere's surface.

Middle Center: Calculations for x and y . $x+2+y-2\sqrt{4x+4y-xy}$. $0 \leq y \leq 7$.

Middle Right: Calculations for t and x . $t+2=9-t^2$. $5^2=25/4(2+t-2)=0$. $56-25=31$. $D=1+8=3^2$.

Bottom Left: Calculations for x and y . $x^3+3x+\sqrt{2x} \geq y^3+3y+\sqrt{2y}$. $\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x} + x = 2\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x}$.

Bottom Center: A diagram of a sphere with points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z. A line segment connects points A and B. A point M is marked on the sphere's surface.

Bottom Right: Calculations for t and x . $t^2 = 9 - 2\sqrt{24+5x-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{24+5x-x^2} = 9-t^2$. $x_1 = \frac{-5+2\sqrt{24}}{2}$. $x_2 = \frac{-5-2\sqrt{24}}{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 3 & -21 \\ & 0 \\ 12^2 - 1 & = 120 \end{matrix}$$

$$4) 6 - 18 = -12$$

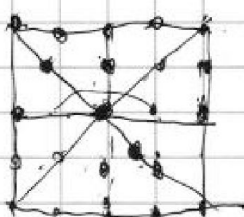
$$6) = 0$$

$$10 = 30$$

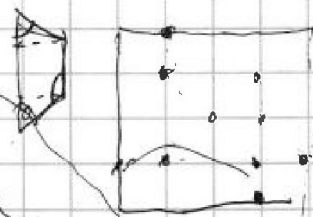
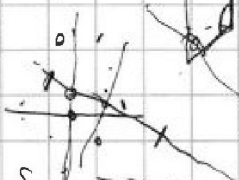
$$1) 10 = 30$$

$$2) \text{ Sum}$$

$$\begin{matrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & & & & \end{matrix}$$



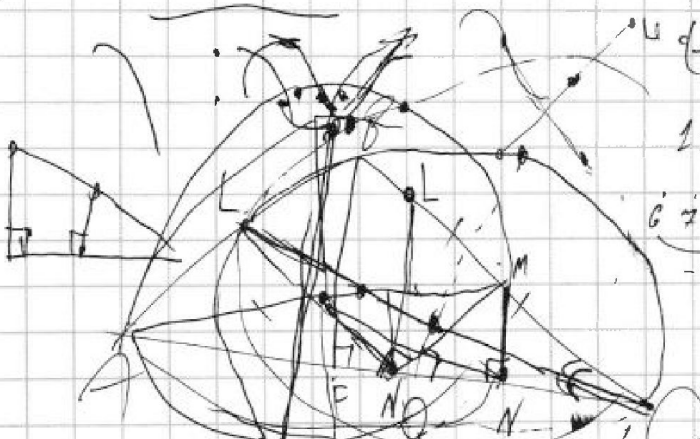
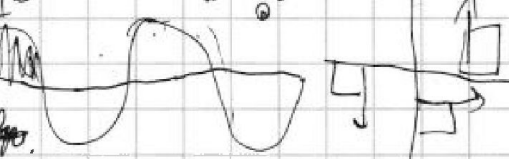
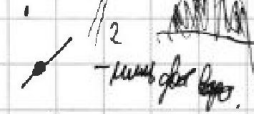
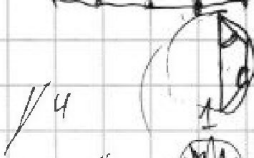
$$121 - 990$$



$$S_{AP} = 0 \quad \pi$$
$$S_{AP} = 4 \int \sin \pi \, d\pi$$

$$\sin \rightarrow \cos$$

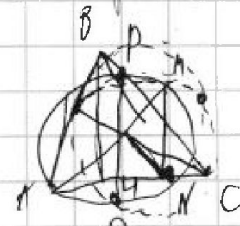
$$-\cos \rightarrow +\sin$$



$$4(-\cos \pi) = -4$$

$$11 \cdot 3 +$$

$$6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$$
$$-46$$



$$(x^2 - 2x - 3x)(x^2 + x) = -46$$

$$\frac{121 - 120 - 120}{2 - 4}$$

$$+ \frac{120}{2 \cdot 2}$$

$$x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 8x - 4 \quad | \quad x^4 - 2x^3 + 4$$

$$\begin{matrix} -2x^3 + 0x^2 + 8x \\ -2x^3 + 4x^2 - 2x \\ -4x^2 + 8x - 4 \\ -4x^2 + 8x - 4 \end{matrix}$$



$$\frac{120 \cdot 120 \cdot 30}{8 \cdot 2} + 30 = 30 \cdot 60 + 30 =$$

$$= 30 \cdot 61 = 1830$$

$$x^2 - 2x - 4$$

