



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_4 = 6 - 9x \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases}$$

где a_n - ар. прогр. тогда

b - разность ар. прогр.

$$\begin{cases} 6 - 9x = a_1 + 3b \\ (x^2 - 2x)^2 = a_1 + 5b \\ 9x^2 = a_1 + 7b \end{cases}$$

Заметим, что

$$\begin{cases} a_{10} - a_4 = a_1 + 9b - a_1 - 3b \\ a_{10} - a_4 = 9x^2 + 9x - 6 \end{cases}$$

$$6b = 9x^2 + 9x - 6 \quad \text{т.е.} \quad b = \frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{2} - 1, \text{ подставим в}$$

$$(x^2 - 2x)^2 + 4b = 3x^2 \quad (\text{это ур-е } a_{10} = a_6 + 4b)$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 4b = 0$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 2(3x^2 + 3x - 2)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \quad \text{Заметим, что}$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x-1 \\ \underline{x^4 - x^3} \\ -3x^3 + x^2 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \\ \underline{4x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x-1 \\ \underline{x^3 - x^2} \\ -2x^2 - 2x \\ \underline{-2x^2 - 2x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{и гдет } x^2 - 2x - 4: \frac{D}{4} = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{1}$$

$$\text{т.е. } \begin{cases} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)(x-1)(x^2 - 2x - 4) \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x = 1, \text{ и } x = 1 + \sqrt{5}, \text{ и } x = 1 - \sqrt{5} - \text{ корни ур-я}$$

$$\text{Ответ: } x = 1; x = 1 + \sqrt{5}; x = 1 - \sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n-7=p^2 \end{cases}$$

$$p^2+7=11$$

$$p=2 \text{ верно}$$

тогда проверим оставшиеся условия

$$mn(m+2n+9)=75q^2$$

$$mn \cdot (11+9)=75q^2$$

$$mn \cdot 4=15q^2$$

q - простое,
m, n ∈ ℕ т.е.

$$\begin{cases} mn=15 \\ q=2 \end{cases}$$

$$1.1) \begin{cases} m=5 \\ n=3 \end{cases}$$

$$5+2 \cdot 3=11$$

верно

$$1.2) \begin{cases} m=3 \\ n=5 \end{cases}$$

3+10=11
неверно

$$2) \begin{cases} m+2n=1 \\ m+2n-7=11p^2 \end{cases}$$

$$11p^2+7=1$$

не возм.

$$3) \begin{cases} m+2n=11p \\ m+2n-7=p \end{cases}$$

$$11p=p+7$$

$$10p=7$$

не возм.

$$4) \begin{cases} m+2n=p^2 \\ m+2n-7=11 \end{cases}$$

$$p^2=11+7$$

не возм.

$$5) \begin{cases} m+2n=11p^2 \\ m+2n-7=1 \end{cases}$$

$$11p^2=1+7$$

$$p^2=\frac{8}{11}$$

не возм.

$$6) \begin{cases} m+2n=p \\ m+2n-7=11p \end{cases}$$

$$p=11p+7$$

невозм.

$$* 6) \begin{cases} m+2n+9=11 \\ mn=p^2 \end{cases}$$

$$6.1) \begin{cases} m=p \\ n=p \end{cases}$$

$$3(p+3)=11$$

не возм.

$$6.2) \begin{cases} m=p^2 \\ n=1 \end{cases}$$

$$p^2+11=11$$

$$p=0$$

не возм.
0 - не прост.

$$6.3) \begin{cases} m=1 \\ n=p^2 \end{cases}$$

$$10+2p^2=11$$

$$p^2=\frac{1}{2}$$

не возм.

Рассмотрим
все случаи
верен только

$$\begin{cases} m=5 \\ n=3 \end{cases}$$

Ответ: m=5
n=3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассм. варианты где $m^2 + 4mn - 7m - 14 = 759^2$, а
 $m^2n + 2mn^2 + 9mn = 11p^2$

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 759^2 \\ mn(m+2n+9) = 11p^2 \end{cases}; 11, p - \text{простые}, m, n - \text{натуральные},$$

тогда случаи могут быть такими:

1) $m+2n+9=1$
невозм. т.к.
 $m, n \in \mathbb{N}$

2) $\begin{cases} m+2n+9=p \\ mn=11p \end{cases}$

2.1) $\begin{cases} m=11 \\ n=p \end{cases}$
 $20+2p=p$
невозм.

2.2) $\begin{cases} m=11p \\ n=1 \end{cases}$
 $11p+11=p$
 ~~$10p=0$~~
невозм.

2.3) $\begin{cases} m=p \\ n=11 \end{cases}$
 $p+31=p$
невозм.

2.4) $\begin{cases} m=1 \\ n=11p \end{cases}$
 $10+22p=p$
невозм.

3) $\begin{cases} m+2n+9=p^2 \\ mn=11 \end{cases}$

3.1) $\begin{cases} m=1 \\ n=11 \end{cases}$
 $32=p^2$
 $p=\sqrt{32}$
невозм.

3.2) $\begin{cases} m=11 \\ n=1 \end{cases}$
 $20=p^2$
 $p=\sqrt{20}$
невозм.

4) $\begin{cases} m+2n+9=11p \\ mn=p \end{cases}$

4.1) $\begin{cases} m=p \\ n=1 \end{cases}$
 $p+11=11p$
 $p=\frac{11}{10}$
невозм.

4.2) $\begin{cases} m=1 \\ n=p \end{cases}$
 $10+p=11p$
 $p=\frac{10}{9}$
невозм.

5) $\begin{cases} m+2n+9=11p^2 \\ mn=1 \end{cases}$
 $m=n=1$

$12=11p^2$
невозм.

(*)

Значит

$$m^2 + 4mn - 7m - 14 = 11p^2, \text{ а } m^2n + 2mn^2 + 9mn = 759^2$$

Рассмотрим возможные варианты где

$11 \cdot p^2$, $1 \cdot 11p^2$, $11p \cdot p$ и $p^2 \cdot 11$, $11p^2 \cdot 1$, $p \cdot 11p$

их всего 6:



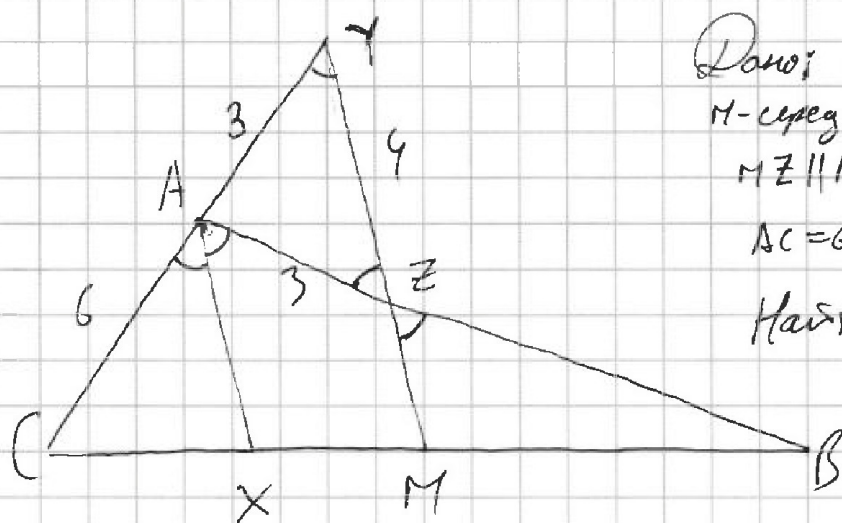
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$; AX - бис-са
 M - середина BC ; $E \in AB$ т.т.
 $ME \parallel AX$; $ME \cap AC = Z$
 $AC = 6$; $AE = 3$; $ZC = 4$
 Найти: $BC = ?$

Решение:

1) Пусть $BZ = x$, тогда по ~~т.~~ т.т. Параллельности для $AX \parallel ME$

$$\frac{AE}{EB} = \frac{XM}{MB} \quad \text{т.т.} \quad \frac{XM}{MB} = \frac{3}{x}, \quad \text{при этом } BM = MC$$

Пусть $MB = y$, тогда $MB = xy$; $xM = 3y$
 Значит $CM = xy - 3y = y(x-3)$
 $BC = BM + MC = y + y(x-3) = y(x+3)$

2) по св-ву бис-са (AX) т.т. ($\triangle ABC$) $CX : XB = CA : AB$

$$6 : (3+x) = y : (x+3) \quad \text{тогда } 6 = x-3$$

$$x = 9$$

3) (т.т. $AX \parallel MY$) $\angle CAZ = \angle CYM$

(т.т. бис-са) $\angle XAB = \angle AZY$
 (т.т. $AX \parallel MY$)

$\Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедренный

$$\text{т.т. } AY = AZ = 3$$

Пусть эти углы равны по д



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Из $\triangle A E Y$ ($A E = A Y$) получим:

Пусть M - середина $E Y$, тогда $A M$ - высота, бис-са, медиана равнобедренного тр-ка. т.е. $\cos \alpha = \frac{E M}{A E} = \frac{2}{3}$

$$5) \angle C A B = 2\alpha ; \cos \angle C A B = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \\ = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{9}$$

6) по т. косинусов в $\triangle A B C$:

$$B C = \sqrt{A C^2 + A B^2 - 2 A B \cdot A C \cos \angle C A B} = \sqrt{36 + (3+3)^2 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)} = \\ = \sqrt{180 + 2 \cdot 2 \cdot 4} = 14 \quad \text{Ответ: } B C = 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

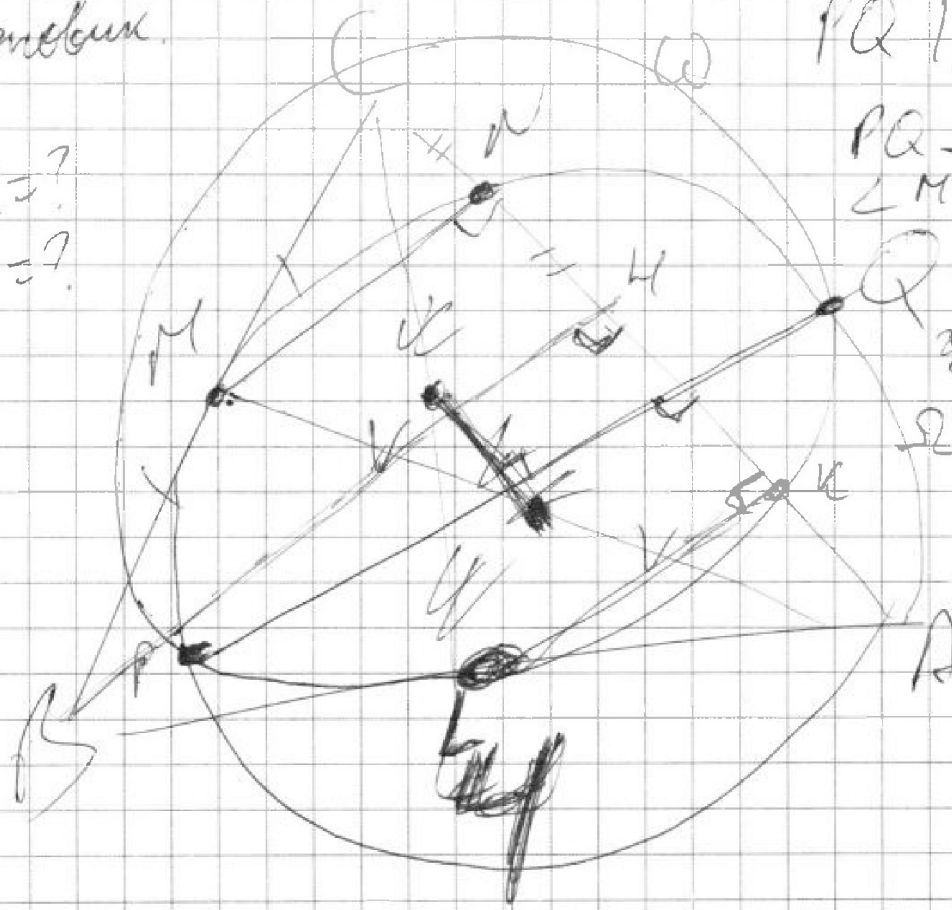
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$BC = ?$
 $AC = ?$



$PQ \parallel BH \perp AC$

$PQ \perp AC$
 $\angle MNA = 90^\circ$

$\angle KCB = 60^\circ$

$K = \omega \cap AC$

$AN = 8$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

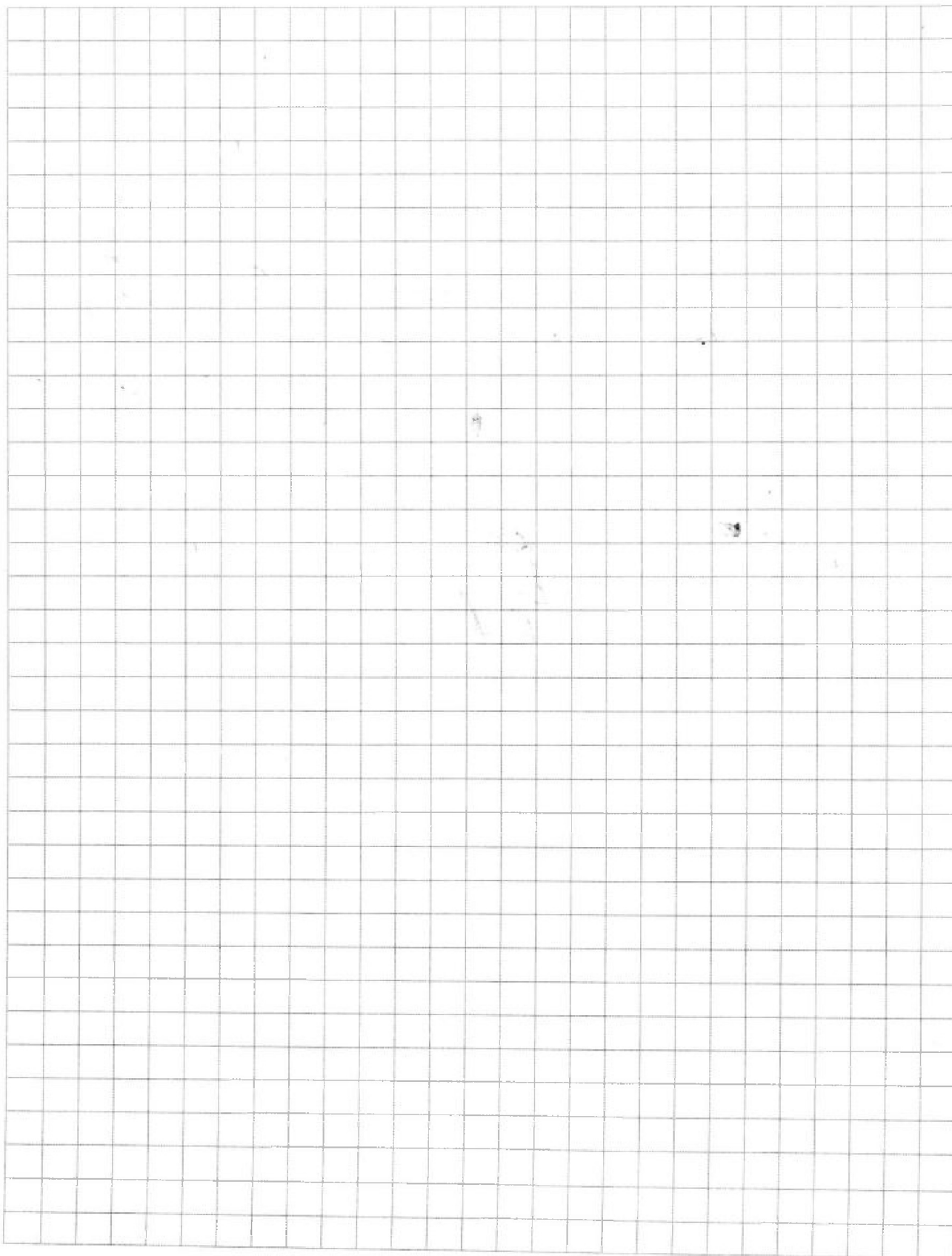
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$$8x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = (x-1)^2/x$$

-3; 1; 9
14; 16; 110

$$\frac{x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4}{x^4 - x^2} \cdot (x-1)$$

$$\frac{-3x^3 + x^2}{-3x^3 + 3x^2} \cdot (x-1)$$

$$\frac{-2x^2 + 6x}{-2x^2 + 2x} \cdot (x-1)$$

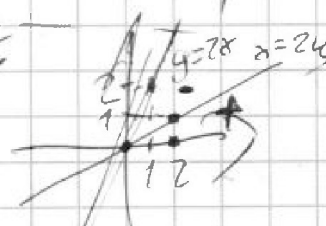
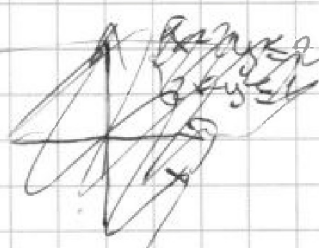
$$\frac{-2x^2 + 2x}{-2x^2 + 2x} \cdot (x-1)$$

$$\frac{4x-4}{2x-2}$$

$$\frac{4}{2} = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{1}$$

$$\begin{cases} 3x + 6y \\ x - 2y \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$



1x
2x
3x
4x
5
6
7

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ y - 2x \leq 1 \end{cases}$$

⑦

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 & y \leq 1 + \frac{1}{2}x \\ 2x - y \leq 1 & y \geq 2x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 & y \leq 1 + \frac{1}{2}x \\ y - 2x \leq 1 & y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 & y \geq \frac{x-2}{2} \\ 2x - y \leq 1 & y \geq 2x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x-2}{2} \\ y \geq 2x - 1 \end{cases}$$

$$(m+n)(m+n-1) = 759$$

$$mn(m+2n+3) = 11P^2$$

$$2x-1$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

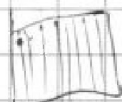
Черновик

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

$$x = ?$$



$$a_6 = a_4 + 2b$$

$$a_{10} = a_6 + 4b = a_4 + 6b$$

$$9x^2 = (x^2 - 2x)^2 + 4b = 6 - 9x + 6b$$

$$a_4 = a_1 + 3b = 6 - 9x$$

$$a_6 = a_1 + 5b = (x^2 - 2x)^2 \quad \begin{cases} 9x^2 + 9x = 6 + 6b \\ 3x(x+1) = 2+8b \end{cases}$$

$$a_{10} = a_1 + 9b = 9x^2 \quad \begin{cases} 9x^2 = (x^2 - 2x)^2 + 4b \\ x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 6x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$a_{10} = a_1 + 9b = 9x^2$$

$$3x^2 + 3x - 2 = 3x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$1) 6b = 9x^2 + 9x - 6$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$b = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$1) 4b = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$$

$$\frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{2} - 1 = \frac{5}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^3$$

$$b = \frac{5}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^3$$

$$6x^2 + 6x - 4 = 5x^2 + x^4 - 4x^3 = 0$$

$$x^4 + x^2 - 4x^3 - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4$$

$$b = \frac{x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 3x - 3}{2}$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 6x - 4$$

$$-x^4 + 5x^2 + 4x^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

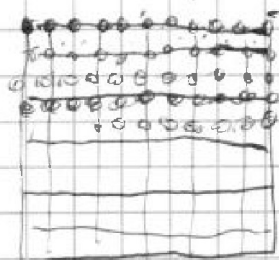
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик) $m^2 + 4mn - 7m - 16n = 35q^2$ $m, n \in \mathbb{N}$
 $m^2n + 2mn^2 + 9mn = 11p^2$
 $(m+2n)^2 - 7(m+2n) = 3 \cdot (5q)^2$ $AC, BC, AD = 4$
 $mn(m+2n+9) = 11p^2$ $AK=5$
 $(m+2n)(m+2n-7) = 3 \cdot (5q)^2$
 $mn(m+2n+9) = 11p^2$

$m+2n = 30$ $m+2n-7 = 3$
 $m+2n = 15q$ $m+2n-7 = 15$ $m:11$
 $m+2n = 5q$ $m+2n-7 = 5$ $n:11$
 $m+2n = 25q$ $m+2n-7 = 25$ $m+2n+9:11$
 $m+2n = 75q$ $m+2n-7 = 75$
 $m+2n = 9$
 $m+2n = 9^2$

$4(x-3) = 0$
 $2x - 7 \cdot 5q = 0$
 $1(x+9):11$
 $BC = ?$



$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$4(x-3) = 34$
 $6 \cdot 5$

196
14
84

$4(x+3) : 4(x-3)$
 $3+x : 6$
 $x = 9$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$(x+2+7 + 2 \cdot 7 \sqrt{x+2} = 4(14+5x-y^2) + 7-y + 2\sqrt{14+5x-y^2}(7-y))$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})((\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) + \sqrt{2}) = 0$$

учн

$$x+9+14\sqrt{x+2} = 58+20x-4y^2-y+2\sqrt{(14+5x-y^2)(7-y)}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) = -\sqrt{2}$$

учн.



$$46+46=134$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 46 \cdot 45 = 2085 \\ \hline 2085 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \cdot 75 \\ \hline 7 \end{array}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\max(3y+6x)=?$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

Область между

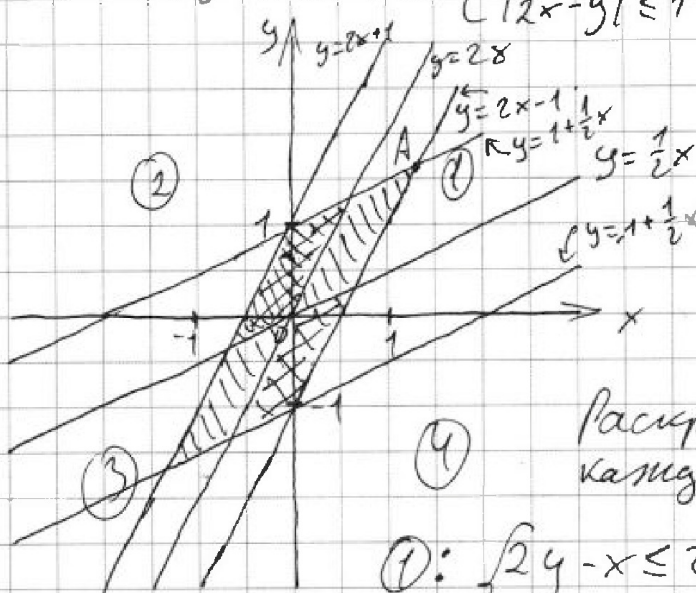
$$y=2x \text{ и } y=\frac{1}{2}x$$

в 1-й четверти ①

во 2-й четверти ②

в 3-й четверти ③

в 4-й четверти ④



Раскроем модули в каждой области:

$$\textcircled{1}: \begin{cases} 2y-x \leq 2 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \leq 1+\frac{1}{2}x \\ y \geq 2x-1 \end{cases}$$

$$\textcircled{2}: \begin{cases} 2y-x \leq 2 \\ y-2x \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \leq 1+\frac{1}{2}x \\ y \leq 2x+1 \end{cases}$$

$$\textcircled{3}: \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ y-2x \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \geq \frac{1}{2}x-1 \\ y \leq 1+2x \end{cases}$$

$$\textcircled{4}: \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \geq \frac{1}{2}x-1 \\ y \geq 2x-1 \end{cases}$$

$$\max(3y+6x) \text{ там}$$

где x и y max

это т. А

$$2x_A - 1 = 1 + \frac{1}{2}x_A$$

$$\frac{3x_A}{2} = 2$$

$$x_A = \frac{4}{3} \quad y_A = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

$$3y_A + 6x_A = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$$

Ответ: 13