



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть последовательность - $\{a_n\}$

$$a_3 = 3x+3, a_5 = (x^2+2x)^2, a_9 = 3x^2$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x+3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2+2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x+3 \\ a_1 + 4d = (x^2+2x)^2 \\ a_1 + 8d = 3x^2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} a_1 = 3x^2 - 8d \\ 3x^2 - 6d = 3x+3 \\ a_1 + 4d = (x^2+2x)^2 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x^2 - 2d = x+1 \\ a_1 = 3x^2 - 8d \\ a_1 + 4d = (x^2+2x)^2 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2d = x^2 - x - 1 \\ a_1 = 3x^2 - 4x^2 + 4x + 4 \\ 3x^2 - 4x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = (x^2+2x)^2 \end{cases};$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = -1$$

$$\begin{matrix} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \end{cases};$$

$$x^3 + 2x^2 + x^2 - 2 = 0$$

$$x^2(x+1) + 2(x^2-1) = 0$$

$$(x+1)(x^2+2(x-1)) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$x = -1 - \text{не подходит}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{3} - \text{не подходит}$$

$$a_3 = 0$$

$$a_3 = -3 - 3\sqrt{3}$$

$$a_3 = -3 + 3\sqrt{3}$$

$$a_1 = -1 - 4 + 4 = -1$$

$$a_1 = (-1 - \sqrt{3})^2 + 4(-1 - \sqrt{3}) + 4 =$$

$$d = \frac{1+x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_3 = a_1 + 2d = 0$$

$$d = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4 - 4\sqrt{3} + 4} = 4 - 6\sqrt{3}$$

$$d = 4 + 2\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 5 + 3\sqrt{3} \Rightarrow a_3 = 4 + 6\sqrt{3} + 8 + 6\sqrt{3} = 12 + 12\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } -1$$



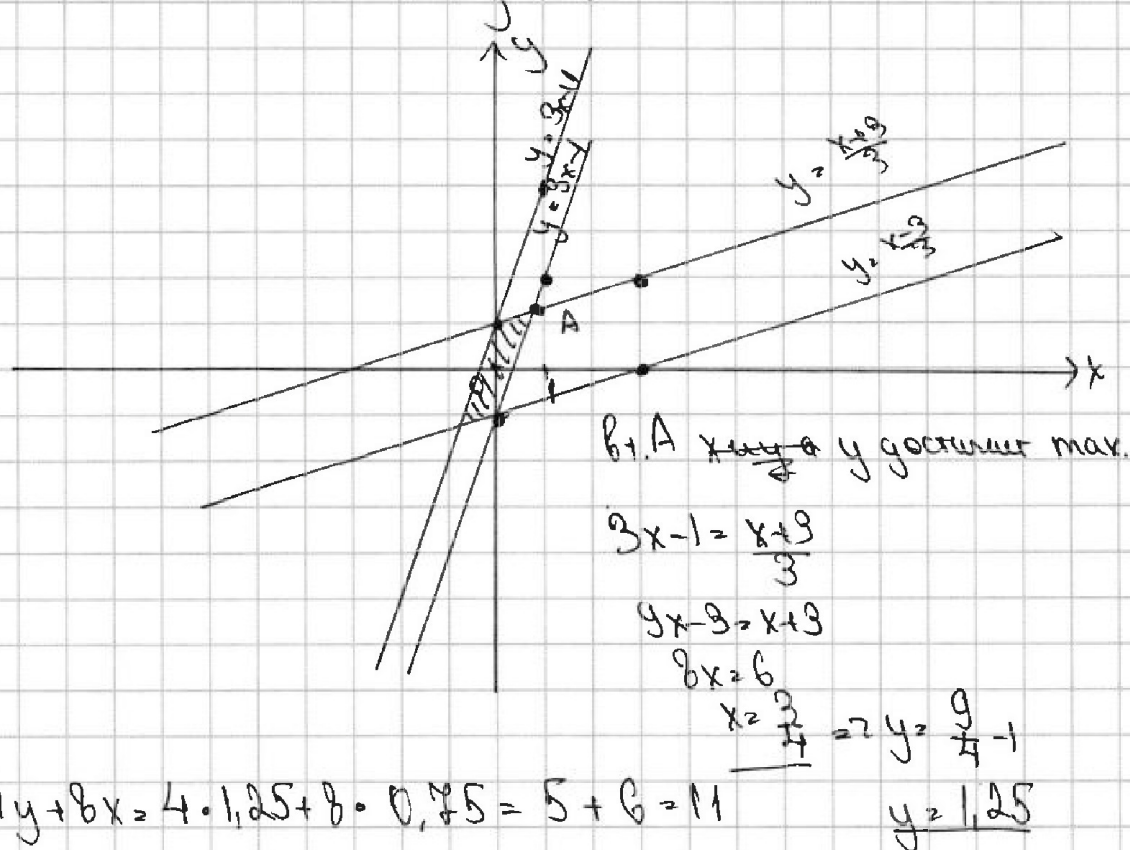
1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \geq -3 \\ x-3y \leq 3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}; \quad \begin{cases} y \leq \frac{x+3}{3} \\ y \geq \frac{x-3}{3} \\ y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$



Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Пусть $A = 45q^2$, $B = 13p^2$

тогда $m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n-9) = 45q^2$

$m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) = 13p^2$

Имеем:

mn	$m+n-3$
1	$13p^2$
13	p^2
p	$13p$
$13p$	p
p^2	13
$13p^2$	1

возможные значения
 $13p^2 : (1+1)(2+1) = 6$ делителей,
 т.е. 6 возможных случаев, но
 так как симметричное уравнение
 $mn(m+n-3) \rightarrow$ от m и n .

Значит можно рассмотреть ~~возможные случаи~~

① $mn = 1$
 $m+n-3 = p^2 \cdot 13$, $m, n \in \mathbb{N}$, p - простое
 $\downarrow$
 $m = n = 1$

$m+n-3 = 1+1-3 = -1$
 $p^2 \cdot 13 = -1$ - неверно

② $mn = p$, p - простое
 $m+n-3 = 13p$
 $m = p$
 $n = 1$

③ $mn = 13$
 тогда $m = 1, n = 13$
 $m+n-3 = 11$
 $11 = p^2 \cdot 13$ - неверно

$1+p-3 = 13p$
 $12p = -2$ - неверно

④ $m \cdot n = 13p$
 $m+n-3 = p$

$m = 13, n = p$
 $13+p-3 = p$ - неверно
 $m = 13p, n = 1 \Rightarrow 13p+1-3 = p$
 $13p-2 = p$ - неверно

⑤ $mn = p^2$
 $m = n = p$ либо $m = p^2, n = 1$
 $2p-3 = 13$
 $p = 8, p$ - простое $\Rightarrow$ не подходит

$p^2+1-3 = 13$
 $p^2 = 15$ - неверно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$⑥ \begin{cases} mn = 13p^2 \\ m+n-3=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=4 \\ m=13 \\ n=p^2 \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} m=13p^2 \\ n=1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} m=13p \\ n=p \end{cases}$$

$$1. 13p^2=4$$

$p^2=9$ - неверно

$$2. 13p+p=4$$

- неверно

$$3. 13p^2+1=4$$

- неверно

$\Rightarrow$ 6 ст. тоже не подходит

Значит $13 \neq 13q^2$

Пусть $A=13p^2, B=25q^2$

$$(m+n)(m+n-3)=13p^2$$

$$mn(m+n-3)=25q^2$$

Рассматриваем аналогичные случаи:

$$\begin{cases} mn=13p \\ m+n-3=13p \end{cases}$$

$$(m+n)(m+n-3)=13p^2$$

- | | |
|-----------|---------|
| ① 1 | $13p^2$ |
| ② p | $13p$ |
| ③ p^2 | 13 |
| ④ 13p | p |
| ⑤ $13p^2$ | p^2 |
| ⑥ 13 | |

$$① \begin{cases} m+n=1 \\ 1-3=13p^2 \end{cases}$$

- неверно

$$② \begin{cases} mn=p \\ p-3=13p \end{cases}$$

- неверно

$$③ \begin{cases} mn=p^2 \\ p^2-3=13 \end{cases}$$

- неверно

$$④ \begin{cases} mn=13p \\ m+n-3=p \end{cases}$$

$13p-3=p$ - неверно

$$⑤ \begin{cases} mn=13p^2 \\ 13p^2-3=1 \end{cases}$$

- неверно

$$⑥ \begin{cases} mn=13 \\ 13-3=p^2 \end{cases}$$

$p^2=4$
 $p=2 \checkmark$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 - простое $\Rightarrow p = 2$ - подходит, значит $m+n = 13$

тогда $mn = 10 = 5q^2$

$$2mn = 5q^2 \Rightarrow mn \equiv 0 \pmod{5}$$

$$q^2 \equiv 0 \pmod{2} \Rightarrow q \equiv 0 \pmod{2}$$

q - простое, значит q принимает единств. значение $q = 2$

$$\begin{cases} 2mn = 15 \cdot 4 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = \frac{30}{n} \\ \frac{30}{n} + n = 13 \end{cases}$$

$$30 + n^2 = 13n$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$D = 49$$

$$n_{1,2} = \frac{13 \pm 7}{2}$$

$$\begin{aligned} n_1 = 3 &\Rightarrow m = 10 \\ n_2 = 10 &\Rightarrow m = 3 \end{aligned}$$

Для

любых значений n , где n принимает

значения < 0 , невозможны, так $m, n \in \mathbb{N}$

$$m+n > 0$$

mn не может быть < 0

Ответ: $(10, 3); (3, 10)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по т. sin в $\triangle ABC$

$$\frac{BC}{\sin \angle A} = \frac{AC}{\sin \angle B}$$

$$\angle A = 22^\circ \Rightarrow \frac{BC}{\sin 22^\circ} = \frac{18}{\sin \angle B}$$

$$\frac{\sin 22^\circ \cdot 18}{BC} = \frac{2 \sin 22^\circ \cdot 12}{BC}$$

$$2 \sin 22^\circ \cdot 9 = \sin 22^\circ \cdot 12$$

$$2 \cos 22^\circ \cdot 9 = 12$$

$$3 \cos 22^\circ = 2$$

$$\cos 22^\circ = \frac{2}{3}$$

по т. cos в $\triangle ABC$
~~по т. sin~~

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cos \angle A \cdot AC \cdot AB$$

$$BC = \sqrt{18^2 + 30^2 - \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 18 \cdot 30} = \sqrt{324 + 900 - 120} =$$

$$= \sqrt{900 + 444} = \sqrt{1344} = 2\sqrt{336} = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$

по т. sin в $\triangle MZB$:

$$\angle MZB = \angle AZY \text{ (вертикальные)}$$

$$\frac{MB}{\sin \angle MZB} = \frac{ZM}{\sin \angle B}$$

$$\frac{\frac{1}{2} BC}{\sin 22^\circ} = \frac{12}{\sin \angle B}$$

$$\frac{BC}{2 \sin 22^\circ} = \frac{12}{\sin \angle B}$$

$$\sin 22^\circ = 0 \Rightarrow 22^\circ = \pi - \text{невозможно}$$

$\Downarrow$
 $\sin 22^\circ \neq 0$



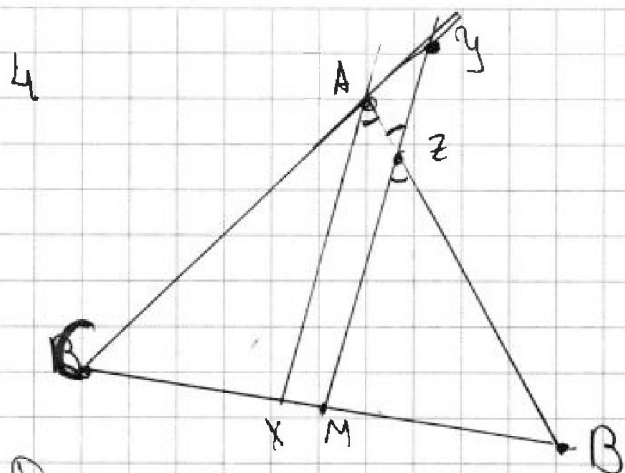
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

M - с-р BC

AX - бис. $\angle A$

AC = 18, AZ = 6

YZ = 8

Найти: BC?

Решение:

$$AB \cap MY = \{Z\}$$

$$CA \cap MY = \{Y\}$$

$$\text{Пусть } \angle XAB = \alpha, \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$AX - \text{бис.} \Rightarrow \angle CAZ = \angle XAB = \alpha, ZM \parallel AX \Rightarrow \angle XAZ \text{ и } \angle AZY - \text{накрест. ветв., где } \angle XAZ = \angle AZY = \alpha$$

$$\angle CAB + \angle BAY = 180^\circ \text{ (смежные углы)}$$

$$\angle CAB = \angle CAZ + \angle XAB = 2\alpha \Rightarrow \angle BAY = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \angle CYM = 2\alpha$$

$$\angle CYM = \angle AZY = \alpha \Rightarrow \triangle AZY - \text{равноб., где } AZ = AY = 6$$

по т. Менелая в $\triangle CYM$: $\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{BC} = 1$, M - с-р. BC
 $\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$
 $ZM = 12$
 $MB = \frac{1}{2} BC$

по т. Менелая в $\triangle ABC$: $\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$

$$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{6+18} = 1 \quad BZ = 24 \Rightarrow AB = BZ + AZ = 6 + 24 = 30$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5. \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

Ответ:

$$x = \left\{ \frac{5+2\sqrt{10}}{2}, \right.$$

$$\left. x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \right.$$

$$\left. \frac{5 \pm \sqrt{19}}{2} \right\}$$

$$x^4 + y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})((x^2 + y^2 + 5)(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1) = 0$$

$$\left[\sqrt{x} = \sqrt{y} \right.$$

$$\left. (x^2 + y^2 + 5)(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1 = 0 \right] \text{ - реш. нет}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0, y \geq 0 \\ x = y \end{array} \right. \downarrow$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}, \quad x \geq 0, x \leq 6$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5, \quad x \in [0, 6]$$

$$4 - 2\sqrt{6+5x-x^2} = 4(6+5x-x^2) + 25 - 20\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{6+5x-x^2}$$

$$2(6+5x-x^2) + 9 - 9\sqrt{6+5x-x^2} = 0$$

$$2a^2 + 9 - 9a = 0$$

$$D = 81 - 18 \cdot 4 = 9$$

$$a_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4}$$

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 1,5$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = 3$$

$$-x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0 \Rightarrow D = 25 - 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < 0 \text{ - не подходит}$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm 8\sqrt{10}}{6}$$

$$\frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

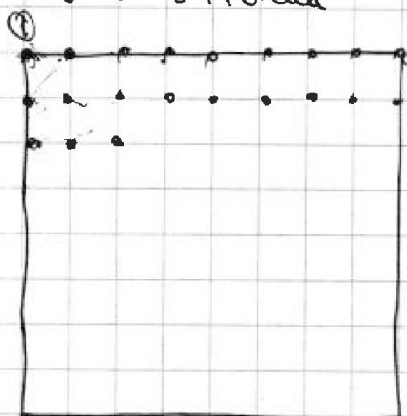
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. Всего 64 квадрата

9.9 = 61 точка



Реш:

$$C_{81}^2 - (C_4^1 \cdot C_{77}^1 + C_{28}^1 \cdot C_{55}^1 + C_{49}^1 \cdot C_{33}^1) = 404981 - 276 = 405257$$

Решим 1 квадрат $C_{81}^2 - (C_4^1 \cdot C_{77}^1 + C_{28}^1 \cdot C_{55}^1 + C_{49}^1 \cdot C_{33}^1) = 405257$
☒ - 6 способов разместить 2 точки на соседних рядах

Всего - C_{61}^2 способов выбрать 2 точки

Если мы возьмем точку ① и возьмем или самую-малую по этой точке получится 79 точек, точку из 80 останется, и там сделаем следующий, но

всего пар точек будет: ~~$C_{81}^2 - C_{80}^1$~~

C_4^1 - кол-во выбрать 1 точку из квадрата

$C_{81-4}^1 = C_{77}^1$ - кол-во сп. выбрать точку не из того же квадрата

C_{64}^1 - кол-во способов выбрать 1 квадрат

Решим точки на границе и внутри большого квадрата:

~~$C_{9+9+72}^1 = C_{80}^1$ - кол-во способов выбрать точку на границе~~

~~C_{49} кол-во сп. выбрать т. внутри квадрата, не граничащую с ней~~

C_4^1 - кол-во сп. выбрать т. на вершинах, у нее 2 соседние точки

C_{77} - кол-во сп. выбрать т. на границах, кроме вершин

$C_{77-4}^1 = C_{73}$ - кол-во сп. выбрать т. на границе, без вершин

C_{75}^1 - кол-во сп. выбрать т. и к ней

C_{49} - кол-во сп. выбрать т. внутри

C_{72} - кол-во сп. выбрать т. и к ней

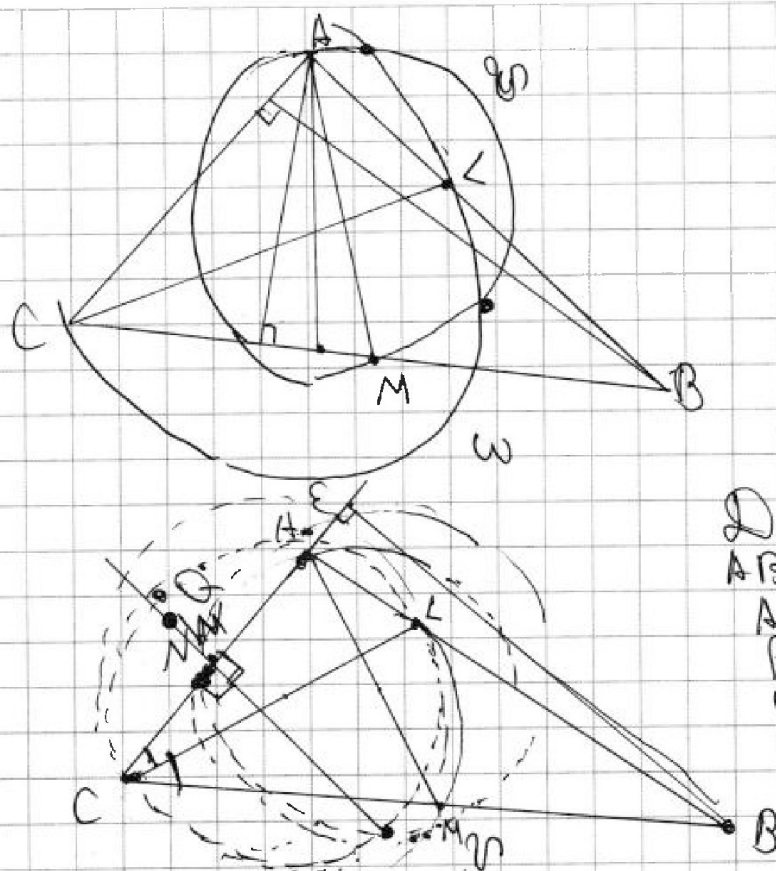


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:
 $AB = 10$
 $AN = 8$
 $PQ \parallel BE$
 BE — высота $\angle B$
 Найти:
 AC и BC — ?

Решение:

$CL = D_1$
 $AM = D_2$
 $PQ \perp AC$

$CM = MB$, AN — медиана
 CL — биссектриса $\Rightarrow \angle AEL = \angle LCB \Rightarrow \frac{AL}{AC} = \frac{LB}{CB}$
 $AL = LB = AC$

$PQ \perp AC$; Итого $PQ \cap AC = \{N\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. a_3 = 3x+3, a_5 = (x^2+2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2 \quad a_1, -x^2+4x+4 = -1-4+4 = -1$$

$$a_3 = a_1 + d(n-1) = a_1 + d \cdot 2 = 3x+3$$

$$-1-2d$$

$$d = 0,5$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2+2x)^2$$

$$1-2d = 0$$

$$2d = 1$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

$$-1 \cdot 3 + 8 \cdot 0$$

$$-1 + 2 \cdot 0,5 = 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

$$a_1 = 3x^2 - 8d$$

$$3x+3 = 3x^2 - 8d + 2d$$

$$x = -1$$

$$-1-7d = x$$

$$3x+3-3x^2 = -6d$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$a_1 = -(1+3+2\sqrt{3}) - 4-4\sqrt{3}+4 =$$

$$-3x-3+3x^2 = 6d$$

$$x^3 + x^2 + 2x^2 - 2 = 0$$

$$= -4-2\sqrt{3}-4\sqrt{3} = -4-6\sqrt{3}$$

$$d = 4+2\sqrt{3}+13-1-4+3\sqrt{3}$$

$$x^2(x+1)+2(x^2-1) = 0$$

$$-x-1+x^2 = 2d$$

$$(x+1)(x^2+2(x-1)) = 0$$

$$3x^2 - 8d + 4d = (x^2+2x)^2$$

$$-4-6\sqrt{3}+8+3\sqrt{3} = 4-3\sqrt{3}$$

$$x^2+2x-2 = 0$$

$$3x^2 - 4d = (x^2+2x)^2$$

$$-2 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad -6$$

$$D = 4+8 \cdot 12$$

$$3x^2 - 2(x^2-x-1) = (x^2+2x)^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 4 & 5 & -4 & -4 \\ -1 & 1 & 3 & 2 & -6 \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$3x^2 - 4x^2 + 4x + 4 = (x^2+2x)^2$$

$$3x^2 - 2x^2 + 2x + 2 = (x^2+2x)^2$$

$$-x^2 + 4x + 4 = (x^2+2x)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$-x^2 + 4x + 4 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 \quad -4 \quad +3 \quad +2 \quad -2$$

$$x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x = -2$$

$$x = 1$$

$$1 \quad 4 \quad 5 \quad -4 \quad -4$$

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 4 & 5 & -4 & -4 \\ 1 & 4 & 5 & -4 & -4 \end{array}$$

$$1 \quad 1 \quad 5 \quad 10$$

$$9 \quad 6 \quad 1$$

$$1 \quad 4 \quad 3 \quad -2 \quad -2$$

$$9 \quad 7 \quad 1$$

$$1 \quad 1 \quad 5 \quad 8 \quad 6$$

$$9 \quad 8 \quad 8$$

$$9 \quad 8 \quad 8$$

$$9 \quad 8 \quad 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = 5 + 2 - 10$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} = a$$

$$\sqrt{6-x} = b$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a - b - 2ab + 5 = 0$$

$$a - b(1+2a)$$

$$a(1-2b) - b = -5$$

$$a = \frac{b-5}{1-2b}$$

$$x+1 = \frac{b-5}{1-2b}$$

$$x+1 + 6 - x = \frac{b-5}{1-2b}$$

$$x+1 = \frac{b-5}{1-2b}$$

$$6+5x-x^2 = 2,25$$

$$x^2 - 5x - 3,75 = 0$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$D = 400 + 60 \cdot 4 = 640$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm 8\sqrt{10}}{8}$$

$$x \leq 6$$

$$x^2 + 5x - 6 \leq 0$$

$$(6-x)(x+1) = 6x - x^2 + 6 - x^2$$

$$= -x^2 + 5x + 6$$

$$D = 25 - 9 \cdot 2 = 4 = 2$$

$$a_{1,2} = \frac{5 \pm 2}{4}$$

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = 1,5$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = 3$$

$$6x - x^2 + 6 - x^2 = 9$$

$$-x^2 + 5x + 6 = 9$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$5 - 3,6 = 1,4$$

$$5 + 3,6 = 8,6$$

$$b_{1,2} = 4,3$$

$$2(x+1)(6-x) + 9 - 9\sqrt{(x+1)(6-x)} = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$5 \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + \sqrt{y} + 5y^2$$

$$x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x, y \geq 0 \Rightarrow x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} + 5 = 0$$

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - \sqrt{6-x} + 5 = 0$$

$$x+1 = a \quad -a = -x-1$$

$$6+5x-x^2 \geq 0 \quad -a + \frac{1}{2} = 0$$

$$x+1 + 6 - x = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(x+1)(6-x) + 25 - 20\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$4(x+1)(6-x) + 18 - 18\sqrt{(x+1)(6-x)} = 0$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = a$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

