МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2+4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x.

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x+5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x-3y| \leqslant 6, \\ |3x-2y| \leqslant 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m,n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC, проходящая через середину M его стороны BC, пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC, если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q. Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC, проведённой из вершины B. Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N. Найдите длины сторон AC и BC, если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

В арифметической прогрессии a_n (n-ый член прогрессии) имеет след. вид: $a_n = a_1 + d(n-1)$, где a_1 - 1-ый член прог-ии, d - разность прогрессии, n - номер члена

$a_2 = 12-12x$
$a_4 = (x^2+4x)^2$
$a_8 = -6x^2$

$$\begin{cases} a_1 + d = 12-12x & (1) \\ a_1 + 3d = (x^2+4x)^2 & (2) \\ a_1 + 7d = -6x^2 & (3) \end{cases}$$

(1): $a_1 + d = 12-12x$
$d = 12-12x-a_1$

(2): $a_1 + 3d = (x^2+4x)^2$
$a_1 + 36 - 36x - 3a_1 = (x^2+4x)^2$
$-2a_1 = (x^2+4x)^2 - 36 + 36x$
$a_1 = -\frac{(x^2+4x)^2}{2} + 18 - 18x$

(3): $a_1 + 7d = -6x^2$

$a_1 + 84 - 84x - 7a_1 = -6x^2$

$-6a_1 - 84x + 84 = -6x^2$

$3(x^2+4x)^2 - 108 + 108x + 84 - 84x = -6x^2$

$3(x^2+4x)^2 - 24 + 24x = -6x^2 \quad |:3$

$(x^2+4x)^2 - 8 + 8x = -2x^2$

$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть есть корень и он равен α.

Тогда:

$$(x-\alpha)(x^3+bx^2+cx+d)=0$$

$$\cancel{x^4+bx^3+cx-\alpha x^3-b\alpha x^2}$$

$$x^4+bx^3+cx^2+dx-\alpha\cdot x^3-\alpha\cdot bx^2-\alpha\cdot cx-\alpha d=0$$

$$x^4+x^3(b-\alpha)+x^2(c-\alpha b)+x(d-\alpha c)-\alpha d=0$$

$$\begin{cases} b-\alpha=8 & b=8+\alpha \\ c-\alpha b=18 \quad (2) \\ d-\alpha c=8 \quad (3) \\ \alpha d=8 & d=\frac{8}{\alpha} \end{cases}$$

$$(3)\quad d-\alpha c=8$$

$$\alpha c=d-8$$

$$c=\frac{d}{\alpha}-\frac{8}{\alpha} \qquad c=\frac{8}{\alpha^2}-\frac{8}{\alpha}$$

$$(2)\quad \frac{8}{\alpha^2}-\frac{8}{\alpha}-8\alpha-\alpha^2=18$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |2x-3y| \le 6 \\ |3x-2y| \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \le 2x-3y \le 6 \quad \cdot(-2) \\ -4 \le 3x-2y \le 4 \quad \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12 \le 6y-4x \le 12 \ (1) \\ -12 \le 9x-6y \le 12 \ (2) \end{cases}$$

$(1)+(2)$: $-24 \le 5x \le 24$

$$-\frac{24}{5} \le x \le \frac{24}{5}$$

$$\begin{cases} -6 \le 2x-3y \le 6 \quad \cdot(-3) \\ -4 \le 3x-2y \le 4 \quad \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -18 \le -6x+9y \le 18 \ (3) \\ -8 \le 6x-4y \le 8 \ (4) \end{cases}$$

$(3)+(4)$: $-26 \le 5y \le 26$

$$-\frac{26}{5} \le y \le \frac{26}{5}$$

Очевидно, что $10x+5y$ – наим, когда x и y – наименьш.

$\Rightarrow$ $10x+5y = 10\cdot\left(-\frac{24}{5}\right) + 5\cdot\left(-\frac{26}{5}\right)$

$10x+5y = -74$

Ответ: -74

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3

$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$

$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$

$17p^2 > 0$; $15q^2 > 0$

$\Rightarrow A > 0; \Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) > 0$

$Б > 0 \Rightarrow mn(m-2n-2) > 0$ $mn > 0$, т.к. натуральные по услов.

$\Rightarrow m-2n-2 > 0$

$m > 2n+2 \Rightarrow m-2n+13 > 0$

$A > 0; (m-2n+13) > 0 \Rightarrow m-2n > 0$

$m > 2n$

Пусть $m = 2n + k$, где $k \in N$

Тогда: $A = k(k+13)$ - чётное, т.к. при k - нечёт $(k+13)$ - чётное. При k - чёт. чётность очевидна

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} A = 17p^2 \\ A = 15q^2 \end{array}\right. \\ A \vdots 2 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p=2 \\ q=2 \end{array}\right.$$, т.к. единственное чётное простое число - 2.

$$\left[\begin{array}{l} A = 68 \\ A = 60 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k(k+13) = 68 \quad (1) \\ k(k+13) = 60 \quad (2) \end{array}\right.$$

(1) $k^2 + 13k - 68 = 0$

$D = 169 + 272 = 441 = 21^2$

~~$k_{1,2}$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$k = \frac{-13 \pm 21}{2} \Rightarrow k = 4$, т.к. $k \in N$

(2) $k^2 + 13k - 60 = 0$

$D = 169 + 240 = 409$

$k = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \Rightarrow \varnothing$, т.к. $k \in N$

Получается, $k = 4$; $A = 17p^2$; $p = 2 \Rightarrow B = 15q^2$

$B = mn(m-2n-2)$, $m = 2n+k$, $m = 2n+4$

$mn(m-2n-2) = 15q^2$

$(2n+4) \cdot n \cdot 2 = 15q^2 \Rightarrow 15q^2$ чётное $\Rightarrow q = 2$, т.к. это единств. простое чётное

$(2n+4)2n = 60$

$4n^2 + 8n = 60$

$n^2 + 2n = 15$

$n^2 + 2n - 15 = 0$

$D = 4 + 60 = 64 = 8^2$

$n = \frac{-2 \pm 8}{2}$; $n = 3$, т.к. $n \in N$ по услов.

$\Rightarrow m = 10$

Это единственная пара $(m; n)$ удовлетв. условиям

Ответ: 10; 3

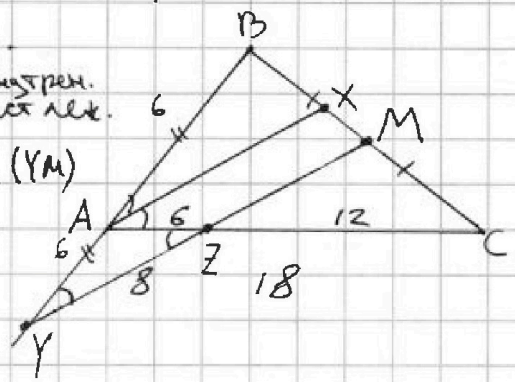
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4



1. $\angle AZY = \angle XAC$ как внутрен. накрест леж. при парал. прямых (AX) и (YM) и секущей (AC)

$\angle CAY = 180 - 2\angle XAC$

$\angle CAY = 180 - 2\angle AZY$

$\Rightarrow \angle ZYA = \angle AZY$

по сумме углов треуг. $\Rightarrow \triangle AYC$ - р/б по призн.

$\Rightarrow AY = AZ$. $AY = 6$

2. Рассмотрим теорему Менелая для $\triangle ABC$ и пр. MY:

$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$. $\frac{BM}{MC} = 1$ по услов; $\frac{CZ}{ZA} = 2$

$2 \cdot \frac{AY}{YB} = 1 \Rightarrow \frac{AY}{YB} = \frac{1}{2}$ $2 \cdot AY = YB \Rightarrow AB = AY$

$AB = 6$

3. Рассмотрим теор. косинусов для $\triangle YAZ$:

$YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2 \cdot AY \cdot AZ \cdot \cos\angle YAZ$

$64 = 36 + 36 - 2 \cdot 36 \cdot \cos\angle YAZ$

$64 = 72(1 - \cos\angle YAZ)$

$\cos\angle YAZ = \frac{1}{9}$

$\angle YAZ = 180 - \angle BAC \Rightarrow \cos\angle BAC = -\cos\angle YAZ$; $\cos\angle BAC = -\frac{1}{9}$

4. Теорема косинусов для $\triangle ABC$:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 AB \cdot AC \cdot \cos\angle BAC$; $AB = 6$, $AC = 18$, $\cos\angle BAC = -\frac{1}{9}$

$BC^2 = 36 + 324 + 24 \Rightarrow BC = 8\sqrt{6}$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

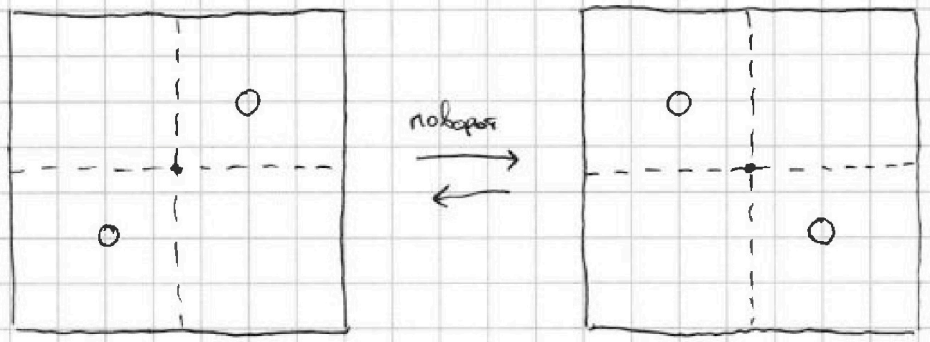
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6

Всего вариантов покрасить два узла в белый (если не учитывать условие про повороты):

1) $\frac{64 \cdot 63}{2} = 63 \cdot 32$, т.к. всего узлов 64 и посл-ть неупорядоч.

2) Если 2 белых узла симметричны относительно центра квадрата (пример ниже), то данная раскраска убирает одну уже посчитанную (в п.1):

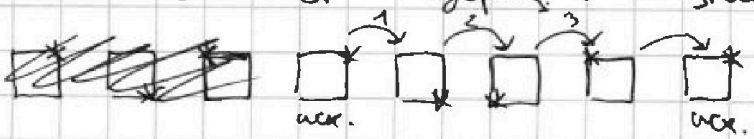


○ - белый узел
• - центр квадрата

Всего вариантов взять две точки симметрич. относ. центра квадрата: 32. (ровно половина всех узлов - т.к. каждой точке сим-на отн. центра квадрата только одна и посл-ть неупорядочена, то есть нам не важен порядок ~~...~~ раскрашивания)

3) Все остальные раскраски ~~...~~ (где точки не сим-ны ~~отн.~~ относ. центра) будут убирать 3 (посчитанные в п.1), т.к. мы поворачиваем квадрат 3 раза до того как он вернётся в исходное положение, и все эти 4 раскраски не совпадают без поворотов, т.к. не сим-ны отн. центра.

Почему квадрат возвращ. в исходное положение за 4 поворота: в одну сторону



Пометим один из углов *, чтобы понимать полож. квадр.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

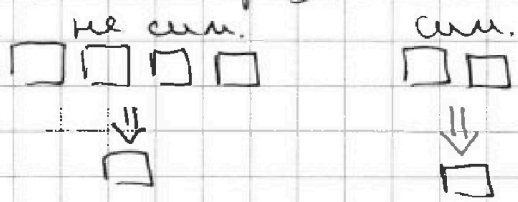
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Таким образом:

с учётом поворотов, раскрасок (посчитан. в п.1)) не сим-ных отн. центра, должно быть в 4 раза меньше, а раскрасок, ~~это~~ сим-ых относ. центра должно быть в 2 раза меньше.



} 32, мы считали в п.2)

Получается, всего способов:

$$\frac{63 \cdot 32 + 32}{4} = 512$$

мы прибавили ко всем вариантам раскрасок (32·63) 32, чтоб удвоить кол-во сим-ых отн. центра, чтобы ~~итоговое~~ полученное число ровно в 4 раза отличалось от нужного нам по условию

Ответ: 512

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА ___ ИЗ ___

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$m-2n-2>0$

$m>2n+2$

$m-2n+13$

$(m^{2n}-2n)^2+13(m-2n)$

$a_2=12-12x=a_1+d$

$a_4=(x^2+4x)^2=a_1+3d$

$a_8=-6x^2=a_1+7d$

$a_1+d=12-12x$ $\boxed{a_1=12-12x-d}$

$12-12x-d+3d=(x^2+4x)^2$

$2d=(x^2+4x)^2-12+12x$

$\boxed{d=\frac{(x^2+4x)^2}{2}-6+6x}$

$x^2(5-x)(x+1)$

$5x^2-x^3)(x+1)$

$5x^3+5x^2-x^4-x^3$

$m;n$

$mn(m-2n-2)=$

m^2n-2mn^2-2mn

$m^2n-4mn^2+2mn^2-2mn$

$mn(m-2n)$

$A=m^2-4mn+4n^2+13m-26n$

$B=m^2n-2mn^2-2mn$

$(m-2n)(m-2n+13)=17p^2$

$mn(m-2n-2)=15q^2$

или

совмещ. $12-12x-\frac{(x^2+4x)^2}{2}+6-6x+\frac{7(x^2+4x)^2}{2}-42+42x=-6x^2$

$(m-2n)(m-2n+13)=17p^2$

$mn(m-2n-2)=15q^2$

$24-24x-(x^2+4x)^2+12-12x+7(x^2+4x)^2-84+84x=-12x^2$

$-36x+84$

-36

48

36

-84

$18=9\cdot2$

$3\cdot5\cdot q\cdot q$

$6(x^2+4x)^2+48x+12x^2-48=0$

$(x^2+4x)^2=-2x^2-8x+8$

$3n\cdot(1-2n)=5q$

$3-2n$

$x^4+8x^3+16x^2=-2x^2-8x+8$

$(q\cdot a\cdot n)(q\cdot a-2n-2)=15qx^4+8x^3+18x^2+8x-8=0$

2^3 $3^2\cdot2$

$m-2n-2>0$

$m>2n+2$

$m>2n$

$(2n+k)n(k-2)$

$3^4\pm2^3\cdot3^3+3^4\cdot2\pm2^3\cdot3-2^3$

$81\pm27\cdot8+81\cdot2\pm8\cdot3-8$

$-2n$

$81\cdot3-8\cdot3$

$-2(x^2+4x-4)$

$x^2+4x+4-8$

$(\ )^2=-2((x+2)^2-8)$

$81\cdot3$

3^5

$27\cdot8+8\cdot3$

$3^3\cdot3$ 81 27

$-\frac{(x^2+4x)^2}{2}+18-18x$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА ___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x+4}-\sqrt{3-y}+5=2\sqrt{12-x-y^2}$ $\boxed{\sqrt[4]{3x}-\sqrt[4]{3y}+2x^5-2y^5+4x^2-4y^2=0}$

$2x^5+4x^2-\sqrt[4]{3y}=2y^5-\sqrt[4]{3x}+4y^2$

$\sqrt[4]{2^4}-\sqrt[4]{1^4}$ $\sqrt[4]{3^4}-\sqrt[4]{2^4}$

$\sqrt{x+4}-\sqrt{3-y}+5=2\sqrt{12-x-y^2}$

$C_n^k=C_{64}^2=\frac{64\cdot 63}{2}$

$\frac{64\cdot 63}{2\cdot 4}$ $\frac{32\cdot 63+32}{4}$ $\frac{32\cdot(63+1)}{4}$

$63\cdot 64=63\cdot 32$ $-6\le 2x-3y\le 6$

$|2x-3y|\le 4$ $-4\le 3x-2y\le 4$

$32\cdot 63$

$x^4+8x^3+18x^2+8x=0$

$x^4+8x^3+16x^2+2x^2+8x=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА ___ ИЗ ___

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$k(k+13)$

$k^2+13k=68$

$k^2+13k=60$

$k=$

$k=4$

$p=2$

$k=4$

$n=3$

$m=10$

$m=2n+4$

$n=4+60=64$

$(2n+4)\cdot 2n=15q^2$

$4n^2+8n=60$

$2n^2+4n=30$

$n^2+2n=15$

$n^2+2n-15=0$

$mc^2=36+18^2-2\cdot 60\cdot 18$

$mc^2=360+240$

$mc=120$

$mc=\sqrt{120}$

$\sqrt{600}$

$10\sqrt{6}$

$64=36+36-36\cdot 2\cdot\cos$

$64=36\cdot 2-36\cdot 2\cdot\cos$

$\frac{64}{72}=1-\cos\alpha$

$\frac{1}{9}=\cos\alpha$

$\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha=180$

$BC-?$

$\frac{BM}{MC}\cdot\frac{12}{6}\cdot\frac{AV}{VB}=1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$S_n = a_1 + d(n-1)$

$a_1 = 2$ $a_2 = 5$ $a_3 = 8$ $a_4 = 11$

$a_n = a_1 + d\cdot(n-1)$

$a_4 = a_1 + 3\cdot(n-1)$

$a_2 = 12 - 12x$

$a_4 = (x^2+4x)^2$

$a_8 = (-6x^2)$

$4a_1 + 4d = 12 - 12x$

$a_1 + 3d = (x^2+4x)^2$

$a_1 + 7d = -6x^2$

$4a_1 = 48 - 48x + 6x^2 + (x^2+4x)^2$

$a_1 + d = 12 - 12x$ $\quad d = 12 - 12x - a_1$

$a_1 + 3d = x^4 + 8x^3 + 16x^2$

$a_1 + 7d = -6x^2$

$a_1 + 84 - 84x - 7a_1 = -6x^2$

$-6a_1 = 84x - 6x^2 - 84$

$-a_1 = 14x - x^2 - 14$

$a_1 = x^2 - 14x + 14$

$x^2 - 14x + 14 + 36 - 36x - 3a_1 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$

$x^2 - 14x + 50 - 36x - 3x^2 + 42x - 42 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$

$-18x^2 - 8x + 8 = x^4 + 8x^3$

$-2x^2 - 8x + 8 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$

$-2(x^2 + 4x - 4) = (x^2+4x)^2$

$-2(x^2 + 4x + 4 - 8)$

$(x+2)^2 - 8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1

$a_1 + d = 12 - 12x$

$a_1 + 3d = (x^2+4x)^2$

$a_1 + 7d = -6x^2$

$d = 12 - 12x - a_1$

$a_1 + 36 - 36x - 3a_1 = (x^2+4x)^2$

$-2a_1 - (x^2+4x)^2 + 36 - 36x = 0$

$a_1 = -\frac{(x^2+4x)^2}{2} + 18 - 18x$

$-6a_1 = -6x^2$

$3(x^2+4x)^2 + 108 - 108x = -6x^2 + 24x - 24$

$3(x^2+4x)^2 = -6x^2 + 24x - 24 - 108 + 108x$

$(x^2+4x)^2 = -2x^2 + 8x - 8$

$-2(x^2 - 4x + 4)$

$(x^2+4x)^2 = -2(x-2)^2$

$(x+2)^2 \le 0$

$(x+2)^2 \le 8$

$-2\sqrt{2} \le x+2 \le 2\sqrt{2}$

$-4\sqrt{2} \le x \le 2\sqrt{2} - 2$

$-2(x^2+4x+4) - 2((x+2)^2 - 8)$

$(x^2+4x)^2 = -2((x+2)^2 - 8)$

$\sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 - 2\sqrt{10}$

$5 - \sqrt{10} + 5\sqrt{5} = 2\sqrt{2}$

$x \ge 0$

$x \le 12$

$d < 0$

$12 - x - y^2$

$y \ge 0$

$y \le 3$

$2x^5 + 4x^2 - 2y^5 - 4y^2 + \sqrt[5]{3x} - \sqrt[5]{3y} = 0$

$\sqrt[5]{3x}$

$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12 - x - y^2}$

$(x+4)^2(x^2+1)+x^2=24$

$a_1+d=12-12x$

$d=12-12x-a_1$

$a_1+3d=(x+4x)^2$

$a_1+36-36x-3a_1$

$a_n=a_1+d(n-1)$

$a_1+7d=-6x^2$

$-2a_1+36-36x-2a_1+36=0$

$a_1=+18-18x-\frac{(x^2+4x)^2}{2}$

$a_1+84-84x-7a_1=-6x^2$

$+108+108x+3(x^2+4x)^2+84-84x=-6x^2$

$-24+24x+3(x^2+4x)^2=-6x^2$

$(x^2+4x)^2=-2x^2-8-8x$

$(x^2+4x)^2-8x-8=-2x^2$

$(x^2+4x)^2-2x^2+8x-8=-2x^2$

$8=2\cdot2\cdot4$

$(x^2+4x)^2=2(x^2-8x\cdot4)$

$(x^2+4x)^2-2(x-2)^2=-4x^2$

$x^2+8x+16$

$3(x^2+4x)^2-24+24x=-6x^2$

$(x^2+4x)^2-8+8x=-2x^2$

$x^2(x+4)^2+2x^2+8x-8=0$

$x^2(x+4)^2+x^2+8x+16+x^2-24=0$

$(x+4)^2(x^2+1)+x^2=24$

$\frac{5}{12}+\frac{48}{12}$

$\frac{53^2\cdot13^2}{144}+\frac{25}{144}=24$

$-2(x^2+4x+4)$

$(x-2)^2$

$\frac{25}{144}+\frac{144}{144}$

$\frac{169}{9}$

$\frac{169}{9^2}\cdot10+\frac{8^2}{9^2}\cdot24$

$\frac{1690}{81}$

$\frac{81}{4}\cdot\frac{5}{4}$

$\frac{81\cdot5+4}{16}=24$

$\frac{2}{6}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{0}{12}$

$\frac{1}{9}+\frac{9}{9}$

$\frac{1}{2}+\frac{9}{2}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$

$\frac{13}{3}$

$\frac{1}{5}+\frac{9}{5}(x+4)^2$

$\frac{1}{4}+1$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{12}$

$\frac{1}{144}$

$\frac{1}{216}$

$\frac{1}{144}$

$\frac{1}{144}$

$\frac{1}{144

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА ___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^4+8x^3+18x^2+8x-8=0$

$1-8+18-8-8$

$-24+18$ -16

$(x^2+4x)^2+8x+2x^2-8=0$

$x^4+8x^3+16x^2+8x+2x^2-8=0$

$x^4+8x^3+18x^2+8x-8=0$

$x^4+2^3x^3+2\cdot3^2\cdot x^2+2^3x-2^3$

$x^4-x^3+3^2x^2-x$

$4-2-1$

$c=8$

$b-\alpha=8$

$\alpha\cdot b=18$

$(x^2+4x)^2-8+8x+2x^2$

$x^4+8x^3+18x^2+8x-8=0$

$\alpha\cdot c=8$ $(x-\alpha)(ax^3+bx^2+c)$

$x^4+bx^3+cx-\alpha x^3-\alpha\cdot bx^2-\alpha c$

$x^4+x^3(b-\alpha)-\alpha\cdot bx^2$

$\times\begin{array}{r}27\\8\\\hline216\end{array}$ $\times\begin{array}{r}18\\9\\\hline162\end{array}$

$81-216+162-27-8$

243 2 $2+8$ 241

$36^2-8\cdot6^3+18\cdot36-8\cdot6-8=0$

$6-8+8-6-8$ 48

$\times\begin{array}{r}36\\36\\\hline216\\108\\\hline1296\end{array}$ $\times\begin{array}{r}36\\6\\\hline216\end{array}$ $\times\begin{array}{r}216\\8\\\hline1728\end{array}$ $\times\begin{array}{r}36\\18\\\hline288\\36\\\hline648\end{array}$

$1296-1728+648-56$

$a_1+d=12-12x$ 12 $40+640-1720$

$a_1+3d=(x^2+4x)^2$ $\rightarrow d=12-12x-a_1$

$a_1+36-36x-3a_1=(x^2+4x)^2$

$-2a_1=(x^2+4x)^2-36+36x$ $\times\begin{array}{r}18\\6\\\hline108\end{array}$

$a_1=-\frac{(x^2+4x)^2}{2}+18-18x$

$a_1+84-84x-7a_1=-6x^2-108$ $\begin{array}{r}84\\\hline24\end{array}$

$a_1+84-84x=-6x^2$

$3(x^2+4x)^2-108+108x+84-84x=-6x^2$

$3(x^2+4x)^2-24+24x=-6x^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!