



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$a_0, a_0+d, a_0+2d, \dots$ — соответствующая

арифметическая прогрессия.

По условию:

$$\begin{cases} 6-9x = a_0 + 3d \\ (x^2-2x)^2 = a_0 + 5d \\ 9x^2 = a_0 + 9d \end{cases}$$

Вычтем первое уравнение из последнего:

$$\textcircled{1} 9x^2 + 9x - 6 = 6d$$

Вычтем первое уравнение из второго:

$$\textcircled{2} x^4 + 4x^2 - 4x^3 + 9x - 6 = 2d$$

Вычтем второе уравнение из последнего:

$$\textcircled{3} -x^4 - 4x^2 + 4x^3 + 9x^2 = 4d$$

$$\begin{cases} 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 9x - 12 = 4d \\ -x^4 + 4x^3 + 5x^2 = 4d \end{cases} \Rightarrow 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 9x - 12 = 0$$

$$\Downarrow$$
$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 3x - 4 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n$$

$$A = (m + 2n)^2 - 4(m + 2n)$$

$$A = (m + 2n)(m + 2n - 4)$$

$$B = m^2n + 2m^2 + 9mn$$

$$B = mn(m + 2n + 9)$$

Ни одно из чисел $11p^2$ и $75q^2$ не $\div 2$, если
только $p = 2$ или $q = 2$

Если $m \div 2$ или $n \div 2$, то B , имеющее mn
в разложении автоматически $\div 2$. Иначе, если
 $m \not\div 2$ и $n \not\div 2$, рассмотрим A :

$A = (m + 2n)(m + 2n - 4)$. Если $m + 2n$ четной
четности, то $m + 2n - 4$ четной, т.к. мы
вычитаем 4, меньшее четность. Иначе
говоря A всегда $\div 2 \Rightarrow$

Существует 2 случая



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① $A = 11p^2$, где $p = ?$

② $A = 45g^2$, где $g = ?$

I сл. $(m+2n)(m+2n-4) = 44$
 $m^2 + 4mn + 4n^2 - 4m - 4n = 44$

$44 = 1 \cdot 44 = 2 \cdot 22 = 4 \cdot 11 \leftarrow 3 \text{ случая}$

$\begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-4 = 44 \end{cases} \quad \forall \text{ сумма } 3x \in \mathbb{N} = 4$

$\begin{cases} m+2n = 44 \\ m+2n-4 = 1 \end{cases} \quad (\text{вычитаем уравн.})$
 $\Rightarrow 4 = 43 \quad \forall$

$\begin{cases} m+2n = 2 \\ m+2n-4 = 22 \end{cases} \quad \forall \text{ сумма } 3x \in \mathbb{N} = 2$

$\begin{cases} m+2n = 22 \\ m+2n-4 = 2 \end{cases} \quad (\text{вычитаем уравн.})$
 $\Rightarrow 4 = 20 \quad \forall$

$\begin{cases} m+2n = 4 \\ m+2n-4 = 11 \end{cases} \quad \text{первое равенство возможно в единственном случае}$

$m = ?$
 $n = 1$, что легко показать перебором



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Но в таком случае не выполняется второе
р-но к

← последний случай

$$\begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n-4=4 \end{cases}$$

Под первое р-но выполняется для некоторых
пар $(n; m)$

1) $n=1$
 $m=9$

2) $n=2$
 $m=7$

3) $n=3$
 $m=5$

4) $n=4$
 $m=3$

5) $n=5$
 $m=1$

Подходит
под 2ое

Подходит
под второе

и т.д. (т.к. $m+2n=11$)

Теперь подставим найденные пары в В:

$$B = nm(2n + m^2 + 9)$$

1) $9 \cdot (2 + 9 + 9) \neq 75$

2) $4 \cdot 2 (4 + 7 + 9) \neq 75$

3) $3 \cdot 5 (6 + 5 + 9) = 250 = 4 \cdot 75 \Rightarrow q=2 \neq 75$

Подходит окончательно, т.к. в условии
не сказано $p \neq q \Rightarrow 300 = 4 \cdot 75 \Rightarrow q=2$

Подходит окончательно, т.к. в условии не сказано,
что $p \neq q$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) 4 \cdot 3 (8+3+9) \neq 75 \text{ (X)}$$

$$5) 5 \cdot 1 (10+1+9) \neq 75 \text{ (X)}$$

II случай

$$A = 75q^2 = 300$$

$$(m+2n)(m+2n-4)$$

$$300 = 1 \cdot 300 = 2 \cdot 150 = 3 \cdot 100 = 4 \cdot 75 = 5 \cdot 60 = 6 \cdot 50 =$$

$$10 \cdot 30 = 15 \cdot 20 = 12 \cdot 25$$

Снова будем смотреть на случаи:

1 и 300 (уже доказывали, что $m+2n = 1$ (X))

2 и 150 (тоже самое (X))

3 и 100: $m+2n = 3$ (мы отнимаем 4 от $m+2n$ и увеличиваем результат (X))
 $m+2n-4 = 100$

Следует рассмотреть только

такие пары множителей, где первый

больше второго иначе $m+2n < m+2n-4$

$$-4 > 0 \text{ (X)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} m+2n=300 \\ m+2n-7=1 \end{cases} \quad W \quad (7=299)$$

$$2) \begin{cases} m+2n=150 \\ m+2n-7=2 \end{cases} \quad W \quad (7=148)$$

$$3) \begin{cases} m+2n=100 \\ m+2n-7=3 \end{cases} \quad W \quad (7=97)$$

$$4) \begin{cases} m+2n=75 \\ m+2n-7=4 \end{cases} \quad W \quad (7=71)$$

и т.д. для верного выполнения
системы уравнений должны
отличаться на 7!

$$a, b = 300$$

$$\begin{cases} m+2n=b \\ m+2n-7=a \end{cases} \Rightarrow b-a=7$$

Таких разностей нет $\Rightarrow$ II сл. полностью
невозможен, а ответ единственен.

Ответ: $(5; 3)$

Фактически и A и B всегда чётные (доп-ая
по множителям, $\Rightarrow$ ед. реч. $p=q=2$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - 2y \leq 2$$

$$2x - y \leq 1$$

$$2x > y$$

$$x > 2y$$

$$6 - 9x + 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$6 - 9x$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6 - 9x$$

$$\frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6 - 9x}{2} = a_0 + d$$

$$9x^2 + 30 - 45x$$

6

$$9x^2 - 6 + 9x$$

6

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x$$

2

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$5 \cdot 3 +$$

$$15 - 45 = m \cdot n$$

$$\frac{(m+n)(m+2n-y)}{m(m+n+2n+y)} = 44$$

$$300$$



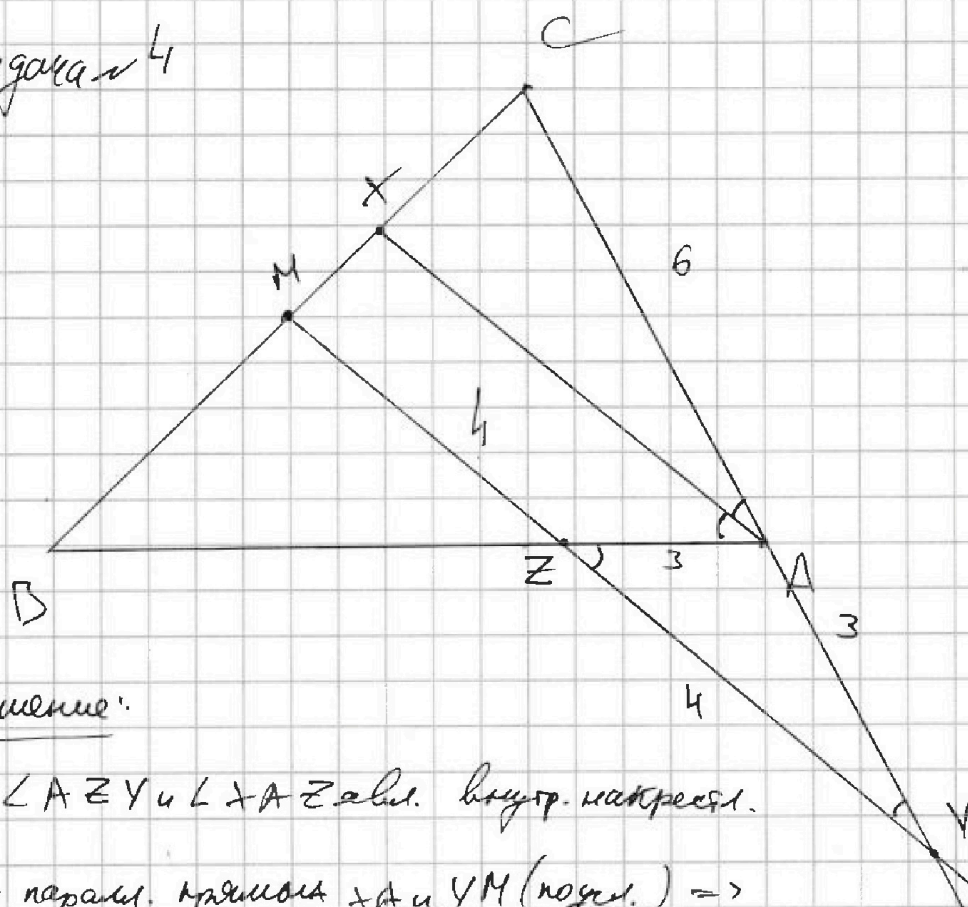
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



Решение:

1) $\angle AZY$ и $\angle XAZ$ явл. внутр. накрестл.

при паралл. прямых XA и YM (по усл.) $\Rightarrow$

$$\angle AZY = \angle XAZ$$

2) $\angle CAZ$ и $\angle XAZ$ явл. внешними углами при паралл.

прямым AX и $MY \Rightarrow \angle CAZ = \angle AYZ$

3) по усл. AX - бис-са $\Rightarrow \angle ZAX = \angle CAZ \Rightarrow$ по п. 1 и п. 2.

$$\angle AZY = \angle AYZ \Rightarrow \triangle AZY \text{ явл. р/б по усл.} \Rightarrow$$

$$|AZ| = |AY| = 3$$

4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассм. Δ сумм (AB):

по Т. Менелая:

$$\frac{AC}{AV} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{BM}{BC} = 1.$$

$$|AC| = 6 \text{ погв.}$$

$$|YZ| = 4 \text{ погв.}; \text{т. М-сер. BC погв.} = 7$$

$$|AV| = 3 \text{ по п. 3}$$

$$|MZ| = ?$$

$$BM: MC = 1:1 \Rightarrow$$

$$\Delta M: BC = 1:2.$$

$$\frac{6}{3} \cdot \frac{4}{MZ} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow MZ = 4$$

5) Рассм. Δ АYZ и т. косинусов для него:

$$|AZ|^2 = |YZ|^2 + |AV|^2 - 2 \cos \angle AVZ \cdot |YZ| \cdot |AV|$$

$$\cos \angle AVZ = \frac{16 + 9 - 9}{2 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

6) Рассм. Δ сумм т. косинусов для него:

$$|MC|^2 = |MY|^2 + |CY|^2 - 2 \cos \angle AVZ |MY| |CY|$$

$$|MC|^2 = 64 + 91 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 42 = 69 \Rightarrow |MC| = 7$$

7) М-сер. BC погв. $\Rightarrow |MC| = \frac{1}{2} |BC| \Rightarrow$

$$|BC| = 14$$

$$\text{Ответ: } 14$$

2



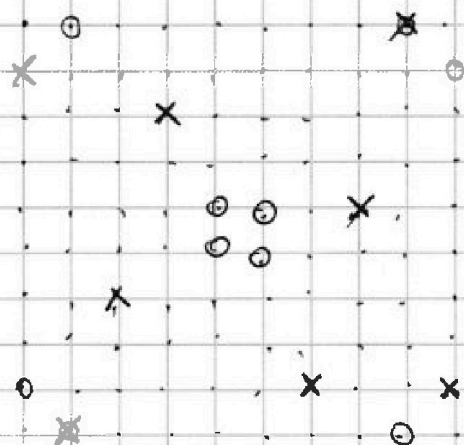
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



~~У каждой кр~~
У каждого узла есть симметричный ему относительно центра узел. Соответственно, зафиксировав 2 таких

узла и вращая квадрат мы получим все возможные 2-различные раскраски. Если же в пару к узлу выбрать ему не симметричный и вращать квадрат, мы будем получать 4 новых различных раскраски. Всего 100 узлов = 750 симметричных пар. (каждый узел дважды учитывается в симметричной паре). Всего способов выбрать 2 различных узла

$$= \frac{100 \cdot 99}{2} = 50 \cdot 99 \text{ пар, 50 из которых симметричные}$$

Симметричные пары учтены 2 раза, оставшиеся по 4.

$$= 7 \text{ всего раскрасок} = \frac{50 \cdot 99 - 50}{4} + \frac{50}{2} = 25 \cdot 49 + 25 =$$

1250 раскрасок

Ответ: 1250 раскрасок



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Рассм. $\triangle A_2LM$:

T_1 - сер. A_2 по п. 3 ; K_1 - сер. AM по определению $\Rightarrow$

T_1, K_1 - ср. линии $\triangle A_2LM$ по определению $\Rightarrow T_1, K_1 \parallel A_2M$

$[T_1, K_1]$ - часть (K_1, K_2) ; $(K_1, K_2) \parallel AC \Rightarrow T_1, K_1 \parallel AC \Rightarrow$

$AC \parallel A_2M$; M - середина BC (по усл.) $\Rightarrow A_2M$ - ср. линия

$\triangle ABC$ по (определению) ~~свойству~~ $\Rightarrow A_2M$ - ср. линия

$AB \Rightarrow$ сд и медиана и высота $\Rightarrow$ по $\Rightarrow$ $\triangle ABC$ - р/б ($AC = BC$)

$\triangle ABC$ - р/б ($AC = BC$)

5) $\angle MNA$ явл. вписанным в окр-ть Ω . Оно опирается

на диаметр $AM \Rightarrow \angle MNA = 90^\circ \Rightarrow BN \parallel MN$ ($BN \perp AC$)

Рассм. $\triangle BNC$: M - сер. BC (по усл.); $MN \parallel BN \Rightarrow MN$ по $\Rightarrow$

ср. линия $\triangle BNC \Rightarrow MN = NC = x$.

6) Выразим обобщен катет BS' из прямоуг. $\triangle ABS'$ и $\triangle BNC$ и приравняем квадраты:

$$AB^2 - AN^2 = BC^2 - NC^2$$

$$16 - (5-x)^2 = (5+2x)^2 - (2x)^2$$

$$16 - 25 - x^2 + 10x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

б) Выразим общий катет ВН по теореме Пифагора в прямоугольных треугольниках $\triangle ВНМ$ и $\triangle ВНС$ и приравняем их:

$$AC = BC = 5 + 2x, \text{ где } x = |HM| = |NC|$$

$$AB^2 - AH^2 = BC^2 - CH^2$$

$$16 - (5 - x)^2 = (5 + 2x)^2 - (2x)^2$$

$$16 - 25 - x^2 + 10x = 25 + 4x^2 - 4x^2 + 20x$$

$$x^2 + 10x + 36 = 0$$

$$16 - 25 - x^2 + 10x = 25 + x^2 - 4x^2 + 10x$$

$$2x^2 - 36 = 0$$

$$x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} = |NC|$$

$$|AC| = |BC| = |AM| + |NC| = \sqrt{18} + 5$$

Ответ: $5 + \sqrt{18}$
 $5 + \sqrt{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{4-y} + 4 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 - y^3 + 3x - 3y + \sqrt{2x+1} - \sqrt{2y} = 0$$

$$(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y})^2 = x^3 + 2 + 2\sqrt{2x+1}$$

$$(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y})^2 - \sqrt{2x+1} + 2\sqrt{2y} - 2$$

$$x^3 - 2x^2$$

$$64 - 48 - 8 - 4$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$-3(x^2 + 1)$$

$$x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$-3x^2 - 3 - 2x$$

$$x^3 - 3x^2 - 4x$$

$$-3(x^2 + x + 1) + 1$$

$$(x^2 + x + 1) / (x - 1) + x = 0$$

$$x^3 - 4x^2 + x^2 - 4x + x = 4 - x$$

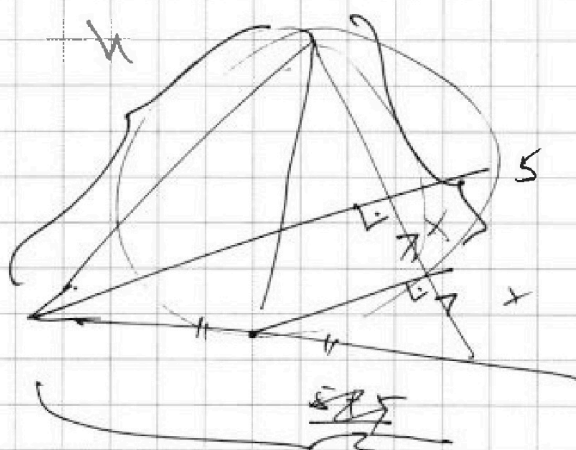
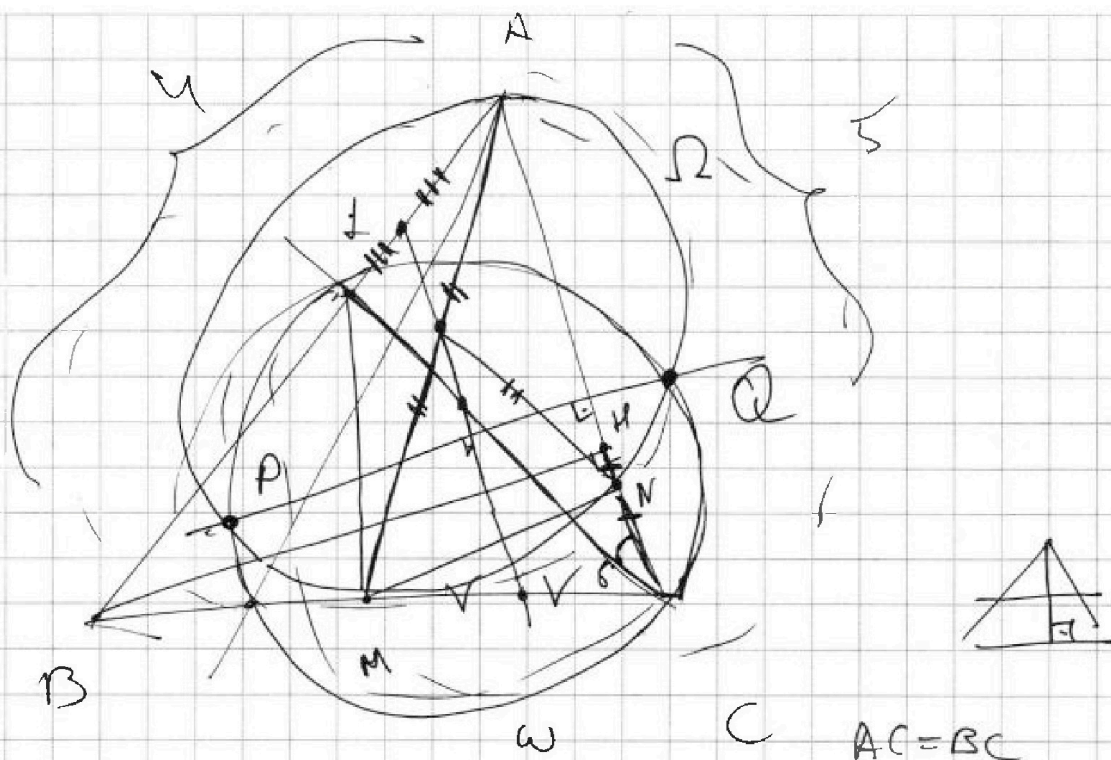


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - 10x + 134 = 0$$
$$100 - 6.34x$$

$$16 - (5 - 2x)^2 = (5 + x)^2 - 4x^2$$

$$16 - 25 - 4x^2 + 20x = 25 + 3x^2 + 10x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$mn(m + 2n + 9)$$

$$(m + 2n)^2 - 4(m + 2n)$$

$$(m + 2n)(m + 2n - 4)$$

$$3 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

$$2^2 \cdot 5^2 \cdot 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 3 = (x^2 + 2x + 1)$$

$$x^2(x+1) - 2x^2 - 3 = (x+1)^2$$

$$-3(x^2+1)$$

$$x^2(x+1) - 3(x^2+1) = (x+1)^2$$

$$(x+1)(x^2 - x - 1) = 3(x^2+1)$$

$$(x+1)(x^2 + x + 1) = 3(x^2+1)$$

$$x^3 + 1 - 2x - 2 = 3x^2 - 3$$

$$x^3 - 1 + 2x^2 + 2x + 2 - 3x^2 - 3$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x^2(x-1) + 2(x-1) = 0$$

$$(x-1)(x^2+2) = 0$$

$$(x^2+1)(x-4) = x(3+x)$$

$$x^2(x+1) - 3(x^2+1) = x^3 - 2x - 1$$

$$= (x^2+1) - 2x$$

$$= (x^2+1) \cdot 4 - 2x + x^3 + x^2$$

$$x(x^2+1) - 3x + x^2 = (x^2+1) - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha_0 = 3 - \alpha_1 - \alpha_2$$

$$3\alpha_1 - \alpha_1^2 - \alpha_2\alpha_1 + \alpha_1\alpha_2 + 3\alpha_2 - \alpha_1\alpha_2 - \alpha_2^2 = -2$$

$$3\alpha_1\alpha_2 - \alpha_1^2\alpha_2 - \alpha_1\alpha_2^2 = 4$$

$$-\alpha_1^2\alpha_2 + \alpha_1(3\alpha_2 - \alpha_2^2) - 4 = 0$$

$$3x^4 + 3x^2 - 12x^3 + 18x - 12 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x^4 + x^2 - 4x^3 + 6x - 4 = 0$$

$$-3x^4 - 12x^2 + 12x^3 + 27x^2 = 18x^2 + 18x^4 - 12$$

$$-3x^4 + 12x^3 - 3x^2 - 18x + 12 = 0$$

$$-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$(x-2)(x^2 - x + 2) + 2x^6$$

$$\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 2$$

$$x-2 \nmid x^3 - 8 + 18x^6$$

$$x^3 - 8 + 6x + (2+x^2)(1-x)$$

$$\cancel{x^3 + 2x - 10 = 0}$$

$$x^3 + 4x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\cancel{x^3 + 7x - 10 = 0}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{4y} + 4 = 2\sqrt{4+5+y^2}$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

$$(x-y)(x^2+y^2+2y) + 3(x-y) = \sqrt{2y} - \sqrt{2x}$$

$$(x-y)(x^2+y^2+x+y+3) = \sqrt{2y} - \sqrt{2x}$$

$$(x-y)^2(x^2+y^2+x+y+3)^2 = 2y+2x-4\sqrt{xy}$$

$$\sqrt{5(x+1) + (y+3)(3-y)}$$

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} -3 & +1 & 9 \\ 4 & 6 & 10 \end{array}$$

$$8 - 12 - 4 - 1$$

$$27 - 24 - 6 - 4$$

$$64 - 48 - 8 - 4 = 4$$

$$3 \quad 4 \quad 4$$

$$9x^2 + x^4 - 6x^3 - 16x$$

$$\frac{14}{4} = 3,5$$

$$x^2(x^3 - 6x^2 + 9x - 16)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$343 - 299$$

$$\frac{49}{8} = 6 \frac{1}{8}$$

$$\frac{343}{8} - \frac{49 \cdot 3 \cdot 2}{8} = 7 - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\frac{9}{2}$$

$$81 \cdot 9 = 810 - 81 = 729$$

$$6 \cdot 81 = 486$$

$$\frac{729}{8} - \frac{486}{8}$$

$$\frac{10}{5}$$

$$\frac{18}{5}$$

$$\frac{1000}{27} - \frac{900}{27} - \frac{20}{3} - 4$$

$$\frac{18 \cdot 18 \cdot 18}{125} - \frac{18 \cdot 18 \cdot 15}{125} - \frac{2 \cdot 18}{5}$$

$$175 - 45 - 10 - 4$$

$$\frac{324 \cdot 3}{125} - \frac{36 \cdot 25}{125} - 4$$

$$x^3 - x^2 = x^2(x-1) - 2(x^2+x+2)$$

$$- (2x^2+2x+4)$$

$$-2/x-$$

$$x^2+x+2$$

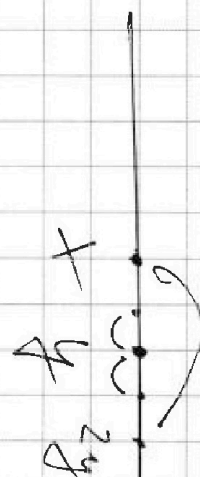
$$- ((x^2+2)^2 + x^2 - 2x)$$

$$- (x^2+2)^2 + x^3 - x^2 - x^2 + 2x$$

$$x^3 - 2x^2 + 2x$$

$$x(x^2+2) - 2x^2$$

$$(x^2+2)(x-x^2-2) - 2x^2 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - 2y| \leq 2$$

$$|2x - y| \leq 1$$

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$2x - y \leq 1$$

$$x - y \leq 1$$

$$\boxed{\begin{matrix} y = -1 \\ x = 0 \end{matrix}}$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$y - 2x \leq 1$$

$$x + y \geq -3$$

$$2y - x \leq 2$$

$$2x - y \leq 1$$

$$x + y \leq 3$$

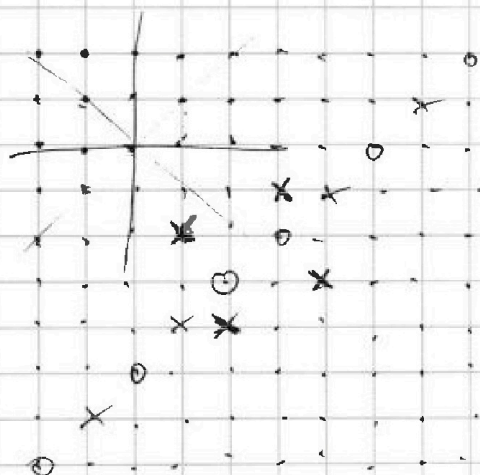
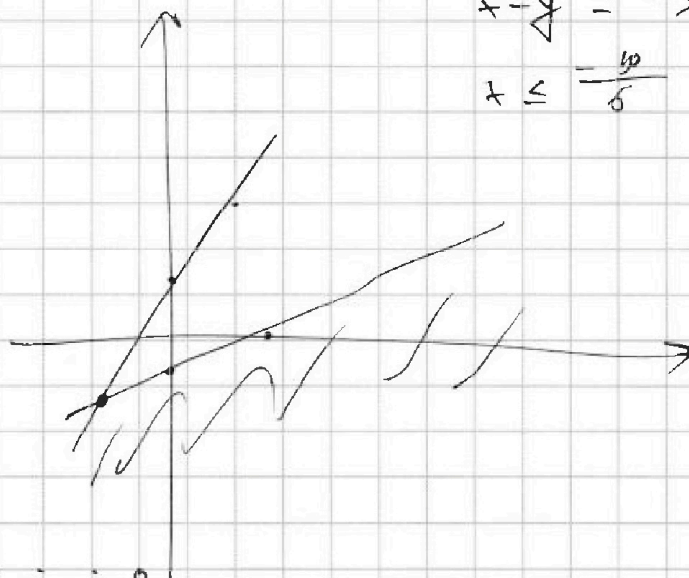
$$x - y \leq -\frac{1}{3}$$

$$x \leq \frac{10}{5}$$

$$2y - x \leq 2$$

$$y - 2x \leq 1$$

$$y + x \leq 1$$



$$50.25 =$$

$$625.2$$

$$1750$$

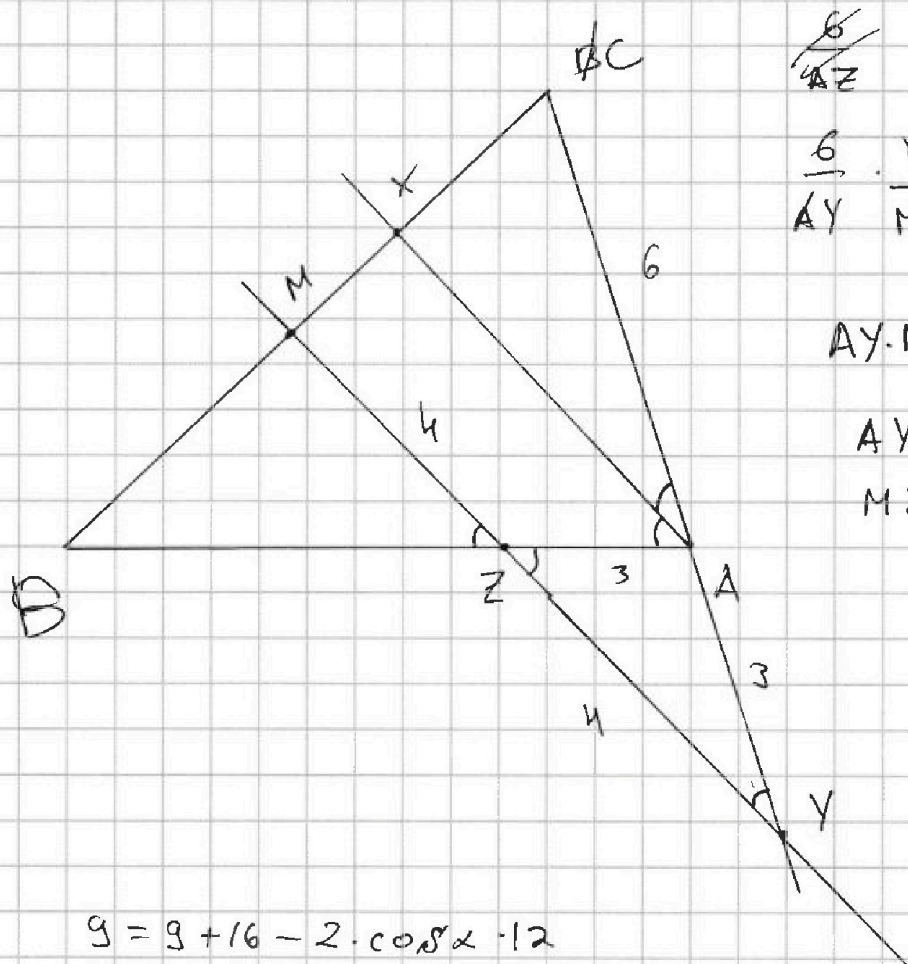


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{6}{AZ} \cdot \frac{4^2}{MZ} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$AY \cdot MZ = 12$$

$$AY = 3$$

$$MZ = 4$$

$$9 = 9 + 16 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot 12$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$MC^2 = 64 + 81 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 16$$
$$125 - 96$$

$$MC = \sqrt{29}$$

$$125 - 96$$

$$12 \cdot 16 = 160 + 32$$

$$72 \cdot \frac{4}{3}$$
$$12 \cdot 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_0 = 6 - 9x$$

$$\sqrt{x+2} \sqrt{4-y}$$

$$a_0 + 2d = x^4 + 4x^2 - 4x^3 \quad \sqrt{4x - 4y + 14 - 2y}$$

$$a_0 + 6d = 9x^2$$

$$\frac{9x^2 + 12 - 18x}{3} = x^4 + 4x^2 - 4x^3$$

~~3x~~

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ - x^4 + 4x^3 \\ \hline x^2 + 6x - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} + -1 \\ \hline +3 - 3x^2 \end{array}$$

$$-3x^3 + x^2 + 6x - 4$$

~~4~~
~~3~~

$$x^3 - 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = \sqrt{n}$$

$$n\sqrt{n} - 3n - 2\sqrt{n} - 4 \quad -\sqrt{2}$$

$$-2\sqrt{2} - 6 + 2\sqrt{2} - 4 = -10$$