



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из этого можно сделать вывод, что

$$2((x^2 - 4x)^2 - 6x - 18) = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2, \text{ т.к. сумма -}$$

разность арифм. прогрессии, то $(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2$, и

$$-3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 48$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4x - \frac{12}{3} = 0$$

$$t = x^2 - 4x$$

$$t^2 + t - 12 = 0$$

по теореме Виета

$$\begin{cases} t = -4 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ x^2 - 4x - 3 = 0 \end{cases}$$

~~решения~~

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

~~решения~~

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 12}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{1}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

Ответ: $x \in \{2 + \sqrt{7}, 2 - \sqrt{7}, 2\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} (4x - 3y) \in [-6, 6] \\ (3x - 4y) \in [-8, 8] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (12x - 9y) \in [-18, 18] \\ (12x - 16y) \in [-32, 32] \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} 46x - 12y \in [-24, 24] \\ 9x - 12y \in [-24, 24] \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} 7y \in [-50, 50] \\ 7x \in [-48, 48] \end{cases} \Rightarrow (14x + 7y) \in [-146, 146] \end{aligned}$$

Ответ: -146, достигается при $x = -\frac{48}{7}$, $y = -\frac{50}{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\mathbb{P}$ - н-во простых чисел. ~~доказано~~

$$B = m^2 - mn + 3n = \frac{1}{2} mn (m-n+3)$$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n+3)(m-n)$$

если $A = 13p^2$, то ~~каким~~

~~выразимся~~

$$\begin{cases} m-n+3 = 13(m-n) \Rightarrow m-n \notin \mathbb{Z} \\ m-n = 13(m-n+3) \Rightarrow m-n \notin \mathbb{Z} \\ m-n = 13; m-n+3 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \\ m-n+3 = 13, m-n = p^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-n = 13 \\ m-n+3 = 13 \end{cases}$$

$\sqrt{22} \notin \mathbb{P}$

если $m-n = 13$, то $m-n+3 = 12$; ~~не простое в квадрате~~

если $m-n+3 = 13$, то $m-n = 4$; $2 \in \mathbb{P}$

проверим, что при $m-n = 2 \nexists m, n \in \mathbb{N}: B = 3q^2$

$$\begin{cases} B = 5mn \\ m-n = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 5n(n+2) \\ B \text{ делится на } 5 \end{cases}, \text{ т.к. } 5 \in \mathbb{P}, \text{ то } \begin{cases} n=5 \\ n+2=5 \Rightarrow \\ m=7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=3 \end{cases} \text{ при } n=5 \quad B \neq 3$$

при $n=3 \quad B = 45 = 3 \cdot 5^2$, т.е. как квадрат ~~какого-то~~ $(5, 3)$

если $A = 3q^2$, то аналогично ~~каким-то~~ $\begin{cases} m-n=3 \\ m-n+3=3 \end{cases}$

при $m-n=3$, то $m-n+3=6$; $\sqrt{6} \notin \mathbb{P}$

если $m-n+3=3$, то $m-n=-6$; $\sqrt{-6} \notin \mathbb{P}$

Ответ: $(5, 3)$



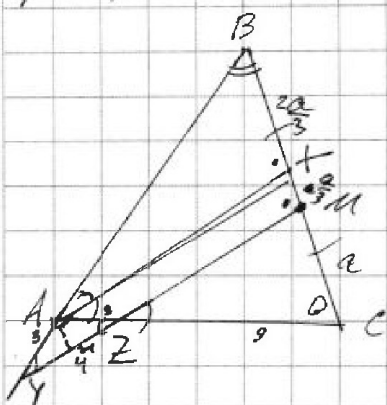
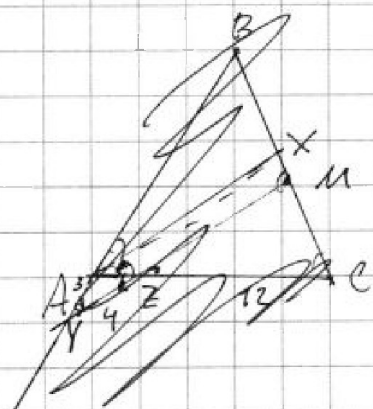
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Реш. Пусть $\angle XAC = \alpha$.

также. $MY \parallel XA \Rightarrow \angle XAC = \angle MZC$
 $\angle BAX = \angle BYM$

также $\angle MZC = \angle AZY$ (вертикальные)

Реш. По условию: $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$, тогда

$\angle XAC = \angle MZC = \angle BAX = \angle BYM = \alpha$, тогда

$\triangle AZE$ равнобедрен, тогда $AZ = ZE = 3$

По условию $\angle AZE = 120^\circ$

проведем высоту AH в $\triangle AZE$, тогда $HZ = 2$

тогда $\angle AZE = 120^\circ$, $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$

м.к. $AX \parallel ZM$: $\frac{CZ}{AC} = \frac{CM}{XC} \Rightarrow \frac{CM}{XC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{AC - AB}{AC} = \frac{3}{4}$

$XZ(CM + XM) = 4 \cdot XM \Rightarrow XM = \frac{1}{3} CM \Rightarrow \frac{BX}{CX} = \frac{CM - XM}{CM + XM} = \frac{1}{2}$, тогда

по свойству биссектрисы $\frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 24$

тогда $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 120^\circ \cdot AB \cdot AC = 576 + 144 - 576 \cdot (-\frac{1}{2}) =$

$= 576 + 144 + 288 = 984$

$BC = \sqrt{984} = 28$

Ответ: 28



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{x} = 4y^4 + y - 5\sqrt{y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \end{cases}$$

$f(t) = 4t^{16} + 5t + t^4$ определена только для $t \in \mathbb{R}_+$ и есть взаимно однозначная соответствия t и $f(t)$

Рассм. $f(t) = 4t^{16} + 5t + t^4$

Выводим, что при $t \geq 0$ $f(t)$ — возрастающая

функция на интервале $(0; +\infty)$ $f(t)$ не имеет корней и взаимно однозначна

$4t^{16}$ при увеличении t на промежутке $(0; +\infty)$ строго возрастает

$5t$ и t^4 , также возрастает на $[0; +\infty)$ $f(t)$

Строго возрастает, значит есть взаимно однозначная соответствие значений и аргумента, тогда

или $f(\sqrt{x}) = f(\sqrt{y})$, то $x = y$, тогда

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \quad x \geq 0$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)} \\ & \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} \end{aligned}$$

$$4 - \sqrt{x+6} + \sqrt{5-x} = 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}$$

$$4 - 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} + \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} = 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} - 4$$

или на стороне



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+6-2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}+5-x=4(x+6)(5-x)-20\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}+25$$

$$4(x+6)(5-x)-16\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}+14=0$$

$$4(x+6)(5-x)-16\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}+14=0$$

$$t=\sqrt{x+6}\sqrt{5-x}, t \geq 0$$

$$4t^2-16t+14=0$$

$$2t^2-8t+7=0$$

по теореме Виета

$$\begin{cases} t=1 \\ t=\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{(x+6)(5-x)}=1, x \in [-6; 5]$$

$$\sqrt{(x+6)(5-x)}=\frac{7}{2}, x \in [-6; 5], x \in [-6; 5]$$

$$\begin{cases} 30-x-x^2=1 \\ 30-x-x^2=\frac{49}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+x-29=0 \\ x^2+x-\frac{71}{4}=0 \end{cases}$$

$$x^2+x-29=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+29}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{30}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{1+29}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{1+29}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{1+29}}{2} > \frac{-1 + \sqrt{29}}{2} > 14.75$$

$$\frac{-1 - \sqrt{1+29}}{2} < \frac{-1 - \sqrt{29}}{2} < -15.6$$

$$\frac{-1 + \sqrt{72}}{2} > 0.75 \text{ и } \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} < \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} = 5$$

Итого: $x \geq 0$, но $\frac{-1 - \sqrt{72}}{2}$ не абс. корнем

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-1 + \sqrt{72}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} \right)$$



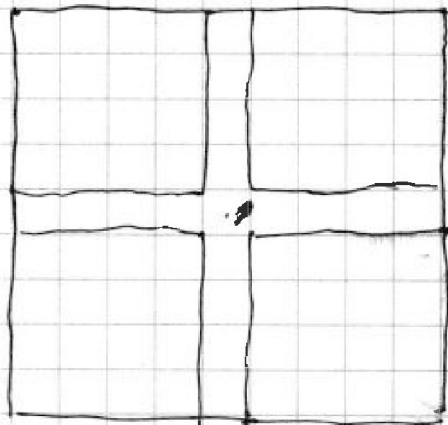
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разобьем квадрат так, как на рисунке. Тогда нам нужно найти кол-во способов покрасить два узла в двух соседних, в одном и в не граничащих квадратах центра.

$$C_{4,4}^2 + 8C_{4,4}^1 \cdot C_{4,4}^1 + \cancel{C_{4,4}^1 \cdot C_{4,4}^1} + C_{4,4}^1 \cdot C_{4,4}^1 = 2 \cdot 16 + \frac{15 \cdot 16}{2} =$$
$$= \cancel{160} (4 + 15) \cdot 8 = 152$$



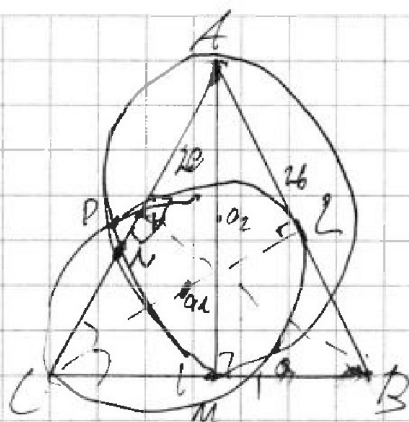
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



O_1 и O_2 — центры Ω

тогда $O_1L \perp AB$
 $O_2M \perp CB$ (радиусы к касательным)

тогда CL — высота и биссектриса
 AM — медиана и высота } $\Rightarrow$

ΔABC — равнобедренный $\Rightarrow AB = AC = BC = 26$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

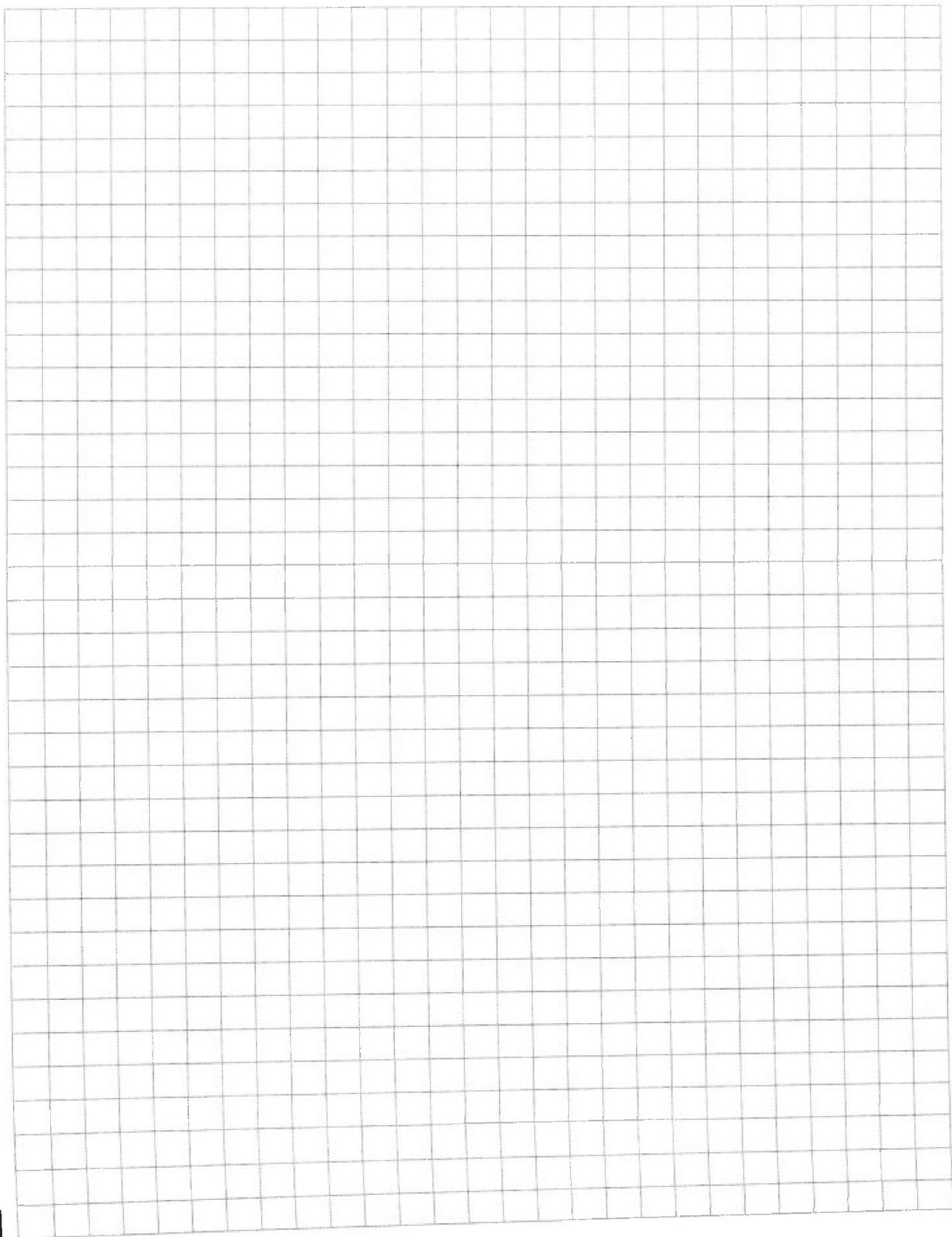
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4a^{16} + a^4 + 5a = 4b^{16} + b^4 + 5b \quad 3+4+4+4+5+5 = \underline{25}$$

$$4a^{16} + a^4 + 5a$$

$$a(4a^{15} + a^3 + 5a)$$

$$a = -1$$

$$a(a+1)$$

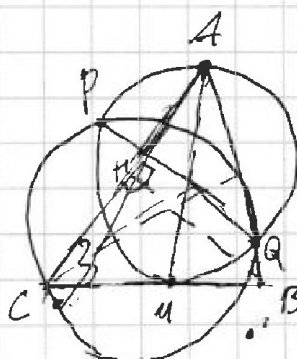
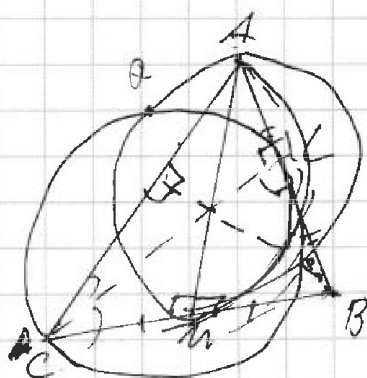
$$4a^{15} + a^3 + 5 \mid a+1$$

$$4a^{14} + 4a^{13} + 4a^{12} + \dots + 4a^3 + 5a^2 - 5a + 5$$

$$a = 0$$

$$a = -1$$

$$n=7$$





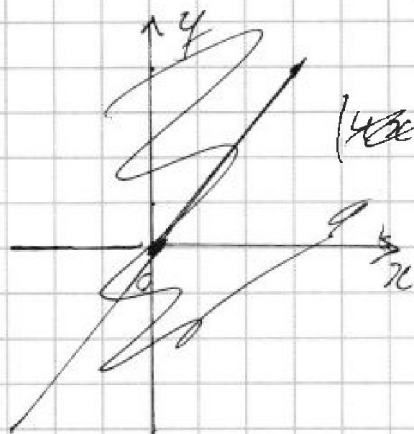
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|4x - 3y| \leq 6 \quad \text{или} \quad 4x - 3y \leq 6 \quad \text{или} \quad 4x - 3y \geq -6$$



$$4x - 3y \leq 6$$

$$\begin{cases} 4x - 3y - 6 \leq 0 \\ 4x - 3y \geq 0 \end{cases}$$

$$4x - 3y \in [0, 6] \vee$$

$$4. \quad 4x - 3y \in [-6, 6]$$

$$3. \quad 3x - 4y \in [-9, 9]$$

$$7x \in [-24, 24] \vee$$

$$14. \quad 12x - 9y \in [-18, 18] \quad \text{или} \quad x \in \left[-\frac{24}{7}, \frac{24}{7}\right]$$

$$3x - 4y \in [-9, 9] \quad -24 \quad -24$$

$$12x - 16y \in [-32, 32] \quad 7y$$

$$7y \in$$

$$x \in \left[-\frac{48}{7}, \frac{48}{7}\right]$$

$$7y \in [-50, 50]$$

$$14x = -96$$

$$7y = -50$$

$$4 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) - 3 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right) = -146$$

$$\frac{1}{7}(-48 \cdot 4 + 150) = \frac{1}{7}$$

$$160 + 192$$

$$|3x - 4y| = \left| \frac{1}{7}(-144 + 200) \right|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \quad | \quad x^2 - 4x - 3 \\ - (x^4 - 4x^3 - 3x^2) \\ \hline -4x^3 + 20x^2 - 4x - 12 \\ - (4x^3 + 16x^2 + 12x) \\ \hline -36x^2 - 16x - 12 \\ - (36x^2 + 144x + 108) \\ \hline 128x + 96 \end{array}$$

$$(x-1)(x-3)(x^2-4x-3)=0$$

$$t(t+1)=12$$

$$t^2+t-12=0$$

$$\begin{cases} t=-4 \\ t=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-4x=-4 \\ x^2-4x=3 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 36 \cdot 64 =$$

$$(x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2(-3x^2 - 6x - 18)$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = -6x^2 - 12x - 36$$

$$2(-6x^2 - 12x - 36) - 6x - 18 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 71^2 =$$

$$-12x^2 - 12x - 36 + 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 4970 + 71 = 5041$$

$$-9x^2 - 18x - 54 = 0$$

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5057}{64}}$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = 2(-3x^2 - 6x - 18)$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 = -6x^2 - 12x - 36$$

$$-6x^2 - 12x - 36 - 6x^2 - 12x - 36 + 3x^2 = 0$$

$$-9x^2 - 18x - 54 = 0$$

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5057}{64}} \leftarrow -6$$

$$6x^2 + 12x + 36 \mid (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = 2(x^2 - 4x)^2 - 3x^2$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = (x^2 - 4x)^2 - 3x^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 12x - 36$$

$$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x^2 - 4x)(x^2 - 4x + 1) - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x = 3$$

$$x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 12}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 4x - 12 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

0 → 0
1 → 1
2 → 4
3 → 9
4 → 3
5 → 12
6 → 10
7 → 10
8 → 12
9 → 3

10 → 9
11 → 4
12 → 1

$$\begin{aligned} (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 &= 4d \\ -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 &= 4d \end{aligned}$$

$$-3x^2 - 6x - 18 = 4d$$

$$2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 + 6x - 18 = 0 \quad 18 + 6x - 3x^2$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 3x^2 - 6x - 18 = 0 \quad 78$$

$$-6x^2 - (x^2 - 4x)^2 = -3x^2 - 6x - 18 \quad x = \frac{18 \pm 6x - 3x^2}{2}$$

$$-12(x^2 - 4x)^2 \quad 18 \pm 3x^2 \pm 18 \quad 91$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = -3x^2 - 6x - 18 \quad 104$$

$$2(x^2 - 4x - 3)(x^2 - 4x + 3) + 3x^2 - 6x = 0 \quad 112$$

$$4(x^2 - 4x - 3)(x^2 - 4x + 3) \quad 12$$

$$x^4 - 16x^3 + 16x^2 + 3x^2 - 6x - 18$$

$$2x^4 \dots - 18 = 0 \quad \left(\frac{1}{2} - 2\right)^2 =$$

$$x^4 \dots - 9 = 0$$

$$x = \pm 1 \quad x \neq \pm 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

$$A = (m-n+9)(m-n)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

$$p^2 = A + 4B, \text{ если } A \geq B$$

$$p^2 = B - 4A, \text{ если } B \geq A$$

$$(m-n+9)(m-n) \pm 4mn(m-n+3) = p^2$$

$$A = 13p^2, \text{ если}$$

$$m-n : 13$$

$$m \equiv n \pmod{13} \Rightarrow m-n+9 \equiv 9 \pmod{13}$$

$$\text{или } m-n+9 : 13 \Rightarrow m-n+9 \equiv 0 \pmod{13} \Rightarrow m-n \equiv 4 \pmod{13}$$

$$B = 3q^2, \text{ если } m-n+3 : 3, \text{ т.е. } m \equiv n \pmod{3} \Rightarrow m-n+3 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$m : 3, \text{ т.е. } m \equiv 0 \pmod{3}$$

$$n : 3, \text{ т.е. } n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{если } A = 13p^2, \text{ то } p^2 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow p \equiv 4 \pmod{13}$$

$$p^2 \equiv 4 \pmod{13} \Rightarrow p \equiv 2 \pmod{13}$$

$$p \equiv 11 \pmod{13}$$

$$\text{если } B = 3q^2, \text{ то}$$

$$n(3-n) \equiv q^2 \pmod{3}, \text{ т.е. } -n^2 \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$m(3-m) \equiv q^2 \pmod{3}, \text{ т.е. } -m^2 \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$mn \equiv q^2 \pmod{3}$$

$$m = n + 4$$

$$4 \pmod{13}$$

$$n + 4 + 13k, k \in \mathbb{Z}$$

$$13(k+1) \cdot (4+13k) = 13p^2$$

$$(k+1)(4+13k) = p^2$$

$$n(4+13k)(7+13k) = 3q^2$$

$$3(k+1)(7+13k)$$

$$k+1 = 4+13k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m - n + 9)(m - n)$$

$$B = mn(m - n + 3)$$

$$m - n + 9 = 13(m - n)$$

$$m = 3$$

$$n = 3$$

$$m - n + 3 = 3$$

$$m = 1$$

$$n = 1$$

$$m - n + 3 = 1$$

$$m - n + 9 = 13(m - n)$$

$$m - n = 13(m - n + 9)$$

$$(2(m - n) + 117 = 0$$

$$12(n - m) = 117$$

$$117 / 12$$

$$m - n + 9 = 3(m - n)$$

$$m - n = 3(m - n + 9)$$

$$2(n - m) = 9$$

$$576$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-2-y^2}$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{2} = 4y^4 + y + 5\sqrt{y}$$

$$4t^{16} + t^4 + 5t = 4$$

$$4t^{16} + t^4 + 5t = 4$$

$$30 - x - y^2 =$$

$$(x+6)(5-y) = 5x + 30 - xy - 6y$$

$$25^2 = 625$$

$$30^2 = 900$$

$$28 \cdot 28 = 560 + 28$$

$$\begin{array}{r} 576 \overline{) 9} \\ 54 \\ \hline 36 \end{array}$$