



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x+3 \quad a_5 = (x^2+2x)^2 \quad a_7 = 3x^2 \quad x=?$$

Свойство арифм прогрессии: $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{k}, n, k \in \mathbb{N}$

$$\frac{a_5 + a_3}{2} = a_4, \quad \frac{a_7 + a_3}{2} = a_5 \Rightarrow \frac{a_5 + a_3}{2} + a_3 = a_5 \Leftrightarrow 3a_3 = a_5 + 2a_3$$

$$3 \cdot (x^2+2x)^2 = 3x^2 + 2(3x+3)$$

$$3(x^4+4x^3+4x^2) = 3x^2 + 6x + 6 \quad |:3$$

$$3x^4 \neq$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Если известно, что если есть ур-ние целые корни, то они обязательно будут делителями свободного члена.

делители -2: $\pm 1, \pm 2$

$$x = -1: (-1)^4 + 4 \cdot (-1)^3 + 3(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 2 = 0$$

0=0 - верно, $x = -1$ - корень ур-ния

$$x^4 + x^3 + 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x - 2x - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^2(x+1) + 2x(x+1) - 2(x+1)) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x = -1$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: -1 , $-1-\sqrt{3}$, $-1+\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 & (1) \\ |3x-y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3y+3 \\ x \geq 3y-3 \end{cases} \end{cases}$$

$$x = 3y + a, \text{ где } a \in [-3; 3].$$

$$(2) \quad |3x-y| \leq 1, \text{ где } a \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

$$y = 3x + b, \text{ где } b \in [-1; 1].$$

$$\begin{cases} x = 3y + a \\ y = 3x + b \end{cases} \quad \begin{aligned} x &= 3(3x+b) + a \\ x &= 9x + 3b + a \Leftrightarrow 8x = -(3b+a) \end{aligned}$$

$$y = 3(3y+a) + b \Leftrightarrow y = 9y + 3a + b \Leftrightarrow 4y = -\frac{3a+b}{2}$$

$$4y + 8x = -\left(3b+a + \frac{3a+b}{2}\right) = -\frac{7}{2}(a+b)$$

чем меньше $(a+b)$, тем больше значение $-\frac{7}{2}(a+b)$,
поэтому берём минимальные значения a и b
 $a = -3 \quad b = -1$

$$4y + 8x = -\frac{7}{2}(-3-1) = 4 \cdot \frac{7}{2} = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1) Пусть $A = (m+n)(m+n-9) = 13p^2$, тогда $B = mn(m+n-3) = 45q^2$
 Пусть $m+n = k$, $mn = b$, при этом $k > 0$, $b > 0$
 $k, b \in \mathbb{N}$

$k(k-9) = 13p^2$, если k - нечет, то $k+1, k+3, k+5, \dots, k+9$ - чет. $\Rightarrow$
 $\Rightarrow k(k-9) = \text{нечёт} \cdot \text{чёт} = \text{чёт} \Rightarrow 13p^2 : 2 \Rightarrow p^2 : 2 \Rightarrow p : 2$

Какое простое число может делиться нацело на 2? Только „2“ $\Rightarrow$
 $\Rightarrow p = 2$:

$$k(k-9) = 13 \cdot 2^2$$

$k^2 - 9k - 13 \cdot 4 = 0$, по Т. Виета: $k = 13$ $k = -4$ - не
 удовл. условию $k > 0$

Посмотрим на 2 ур-ние:

$(k-3) \cdot b = 45q^2$, $k \neq 13$, $10b = 45q^2$, $2b = 15q^2$
 $2b : 2 \Rightarrow 15q^2 : 2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q : 2$ q - простое и делится
 нацело на 2 $\Rightarrow$

$\Rightarrow q = 2$, $2b = 15 \cdot 2^2$, $2b = 60$, $b = 30$

$$\begin{cases} m+n = k = 13 \\ m \cdot n = b = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 13-n \\ (13-n)n = 30 \Rightarrow n^2 - 13n + 30 = 0 \end{cases}$$

по Т. Виета $n = 10$
 $m = 13 - 10 = 3$

$n = 3$
 $m = 13 - 3 = 10$

2) Но если $A = k(k-9) = 45q^2$, а $B = (k-3)b = 13p^2$

По той же идее, что и в пункте 1 $q = 2$, решим ур-ние.
 $k(k-9) = 45 \cdot 4$, $k^2 - 9k - 180 = 0$, $D = 81 + 720 = 801$
 $k = \frac{9 \pm \sqrt{801}}{2}$, $k \in \mathbb{N} \Rightarrow$ нет (m, n) таких m и n (натуральных),
 что $(m+n)(m+n-9) = 45q^2$

Ответ: $(10; 3); (3; 10)$

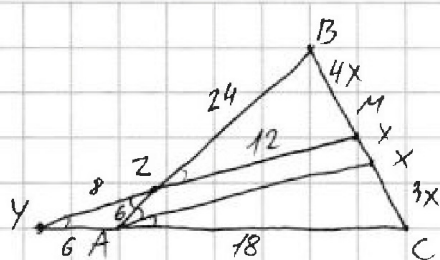


1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8 \quad BC = ?$$

Решение:

AX - биссектриса $\Rightarrow \angle BAX = \angle CAX$

$MZ \parallel AX$ (по условию) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAX = \angle BZM$ (как накрест. лежащие ^{одностор.})

$\angle BZM = \angle AZM$ (как вертикальные)

$\angle ZYA = \angle XAC$ (как односторонние пр $YM \parallel AX$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle YZA = \angle ZYA \Rightarrow \triangle AZY$ - равнобедр $\Rightarrow AZ = YA = 6$

$\triangle ABC$ и секущая YM : $\frac{AC}{BM} \cdot \frac{CM}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$ (по Т. Менелая)

$CM = MB$ (M - середина по усл.)

$$YC = YA + AC = 6 + 18 = 24$$

$$\frac{BM}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1 \Rightarrow BM = 24$$

По свойству биссектрисы: $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX}$ $\frac{18}{30} = \frac{CX}{BX} = \frac{3}{5}$
если $CX = 3x$, то, $BX = 5x$, $BC = 5x + 3x = 8x$, $BM = \frac{BC}{2} = 4x$,
и $CX = MX = 4x - 3x = x$

По Т. Менелая для $\triangle CYX$ и сек AB :

$$\frac{AC}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{BM}{BC} = 1; \quad \frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{4x}{8x} = 1, \quad ZM = 12$$

$\triangle ACX \sim \triangle YMC$ ($\angle C$ - общий, $\angle XAC = \angle YC$) $\Rightarrow \frac{AX}{YC} = \frac{18}{24} \Rightarrow$
 $\Rightarrow AX = \frac{20 \cdot 18}{24} = 15$

По Т. косинусов для $\triangle BZM$ и $\triangle CAX$:

$$16x^2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 24 \cdot \cos \alpha$$

$$9x^2 = 15^2 + 18^2 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{16x^2 - 24^2 - 12^2}{-24^2}$$

$$9x^2 = 225 + 324 + 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{16x^2 - 24^2 - 12^2}{24^2}$$

$$16 \cdot 9x^2 = 16 \cdot 549 + 15 \cdot 16x^2 - 15 \cdot 720$$

$$6 \cdot 16x^2 = 15 \cdot 720 - 549 \cdot 16$$

$$x^2 = 21$$

$$x = \sqrt{21} \quad BC = 8x = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } y \in [0; 6] \quad x \geq 0$$

$$6 + 5x - y^2 \geq 0$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \quad f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$$

либо $x = -y$ если ф-ция четная
у нас $\sqrt{x-y}$ ф-ция общего вида
(из-за ОДЗ)

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6-x} \cdot \sqrt{x+1} \quad \text{Пусто } x = a - 3,5 \quad x+1 = a - 2,5$$

Пусто $x+1 = a - 3,5$, тогда $6-x = -a - 3,5$ ~~$y = 6 - x - 6 = x - 6 =$~~

$$\sqrt{a-3,5} - \sqrt{-a-3,5} = 2\sqrt{6-3,5} \cdot \sqrt{a-3,5} - 5$$

$$a - 3,5 - a - 3,5 = 2\sqrt{a^2 - 3,5^2} = 4(a^2 - 3,5^2) + 25 + 10\sqrt{a^2 - 3,5^2}$$

$$2\sqrt{a^2 - 3,5^2} = -4 - 25 - 4(a^2 - 3,5^2)$$

Решим ур квадратное ур-ние отн-но $\sqrt{a^2 - 3,5^2} = z$

$$4z^2 + 22z + 32 = 0 \quad | : 2 \quad 2z^2 + 11z + 16 = 0$$

$$D = 121 - 128 < 0 \Rightarrow z \in \emptyset \Rightarrow a \in \emptyset \Rightarrow x, y \in \emptyset$$

Ответ: $x, y \in \emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

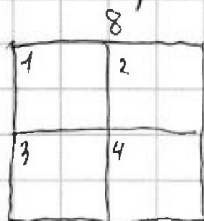
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим Разобьем квадрат на 4 квадрата 4×4 :



Рассмотрим 3 случая: когда

8 1) Когда точки закрашивают в 1 квадрате 4×4

Всего способов закрасить в 1 квадрате 4×4 : C_{16}^2

Всего таких квадратов 4, если начать закрашивать в другом квадрате 4×4 , то при повороте начнут совпадать точки, т.к. мы нашли все способы в 1 квадратике.

В этом случае C_{16}^2 способов.

2) Берём 2 соседних квадрата 4×4 (например, "1 и 2").

В 1 квадрате можно выбрать 16 и 2-ом можно выбрать 16
Всего способов: $16 \cdot 16$

Если возьмём другую пару квадратов и начнём выбирать точки, то при повороте начнут совпадать точки (как в 1 пункте).

3) Берём точки из "2" и "3" или "1" и "4" квадратов.

Ситуация практически такая же как и в пункте 2
Всего способов $16 \cdot 16$

4) Всего способов: $C_{16}^2 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16 = \frac{16!}{14! \cdot 2} + 256 + 256 =$
 $= 8 \cdot 15 + 512 = 120 + 512 = 632$ способов

Ответ: 632 способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad 13p^2 : (m+n) \text{ когда } p^2 = m+n \text{ или } p = m+n$$

$$(m+n) \cdot mn = 45q^2 \quad 13 \cdot p^2 \quad 13p \cdot p$$

$$\frac{mn}{m+n-9} = \frac{45q^2}{13p^2}$$



$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$6+5x-y^2 \geq 0 \quad 0 \leq x \leq 6 \quad x \geq 0 \quad 6+5x-y^2 \geq 0$$

$$y \leq 6 \quad y \geq 0 \quad 0 \leq y^2 \leq 36 \quad x$$

$$6+5x-y^2 = (x+1) \quad 5(x+1) + 1 - y^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad \text{или } (m+n) = 13, \text{ тогда } q^2 : 13 \Rightarrow q = 13$$

$$(m+n) \cdot mn = 45q^2$$

$$mn = 45 \cdot 13^2$$

$$m+n = 13$$

$$\frac{45 \cdot 13^2}{n} + n = 13$$

$$\text{или } m+n = 45; \text{ то } p^2 : 45 \quad p = 45$$

$$m+n = 13 \quad p = 2$$

$$k-9 = 13t \quad k = t \quad (m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$k-9 = 13 \quad p^2 = 22 \quad t = 13t-9$$

$$k = 13 \quad p^2 = 2 \quad k = 13t$$

$$k \cdot m \cdot n = 45q^2$$

$$k \cdot m \cdot n = 45q^2$$

$$\text{НОД}(13p^2, 45q^2) = m+n$$

$$\text{НОК}(13p^2, 45q^2) = (m+n) \cdot mn$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 45q^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

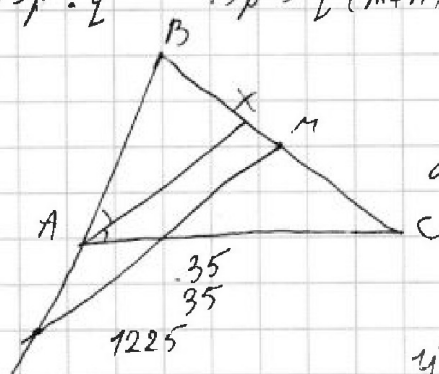
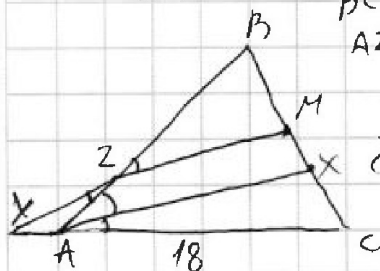
$$(m+n)(m+n-9) \cdot mn = 45q^2$$

$$BC = 1$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$\frac{AC}{CX} = \frac{AB}{BX}$$



$$75$$

$$4$$

$$300$$

$$D = 81 + 1200$$

$$1281$$

$$36$$

$$36$$

$$36$$

$$216$$

$$1326$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$a_3 = 3x+3 \quad a_5 = (x^2+2x)^2 \quad a_7 = 3x^2$$

$$\frac{a_5+a_7}{2} = a_6 \quad \frac{a_7+a_9}{2} = a_8 \Rightarrow \frac{a_5+a_7+a_9}{2} = a_6$$

$$a_5 + a_7 + 2a_9$$

$$4a_6 = a_5 + a_7 + 2a_9 \Rightarrow 3a_6 = a_5 + a_7 + 2a_9$$

$$3(x^4+4x^3+4x^2) = 3x^2+6x+6; \quad 3x^4+12x^3+12x^2-3x^2-6x-6=0$$

$$3x^4+12x^3+9x^2-6x-6=0 \quad | :3 \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2+2x-2)=0$$

$$x^3+3x^2+2x-2=0 \quad \begin{cases} x_1+x_2+x_3=-3 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0 \\ x_1x_2x_3=-2 \end{cases}$$

$$a_1+2d=3x+3 \quad a_1=3x+3-2d \quad (a_1=-x^2+4x+4) \quad \begin{cases} x_1+x_2+x_3=-3 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0 \\ x_1x_2x_3=-2 \end{cases}$$

$$a_1+8d=3x^2 \quad 3x+3+6d=3x^2 \quad 2d=x^2-x-1 \quad x^3+3x^2-2=0$$

$$a_1+4d=a_5 \Rightarrow -x^2+4x+4+2x^2-2x-2=(x^2+2x)^2 \quad x=-1 \quad 1 \quad 3 \quad -2 \quad 0 \quad -2$$

$$(x^2+2x+2)=(x^2+2x)^2 \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2$$

$$(x+1)(x^2+2x-2)=0 \quad d=4+8=12 \quad x=\frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2}$$

$$4y+8x \text{ наиб.} \quad \begin{cases} |x-y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$x^3+3x^2+2=0 \quad x^3+x^2+2 \quad x^3+x^2+2x^2+2=0 \quad x^2(x+1)+2(x^2+1)=0$$

$$x^2(x+1)+2(x^2+1-2x)=0 \quad 3x^2+6x=0 \quad x+1=0 \quad x=0$$

$$b^2 \cdot a + 2a^2 - 4b = 0 \quad a^2 b^2 - 4b = 0$$

$$x=-1 \quad x^2x+1 < 0 \quad x^2(x+1)+2x^2+2$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)=0 \quad x^2+2x-2=0 \quad d=4+8=4 \cdot 3 \quad \boxed{x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}}$$

$$a_2 \neq a_1 = -1-4+4=-1 \quad d = \frac{1}{2} \quad a_3=0 \quad a_5=1 \quad a_7=3$$

$$a_1 = -2x^2 + (x+2)^2 = -2(-1-\sqrt{3})^2 + (-1-\sqrt{3})^2 \quad d = (1+\sqrt{3})^2 - (-1-\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$a_3 = -x^2 + (x+2)^2 - (-\sqrt{3}) =$$

$$N2) \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 3+3y \\ x \geq 3y-3 \\ y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

$$4y+8x \leq 6-4y \quad x=3c+c \quad c \in [-3; 3]$$

$$y+2x \leq \quad y=3y+k \quad k \in [-1; 1]$$

$$x=9y+3k+c \quad 8x=-3k-c \quad 4y+8x=-3(k+c)-\frac{3}{2}(c+k)$$

$$y=9y+3k+k \quad 48y=-3c-k \quad -4 \cdot \frac{5}{2} = (k+c) \cdot (-\frac{9}{2})$$

$$1/3 = A = m^2 + \frac{2mn}{m+n} + n^2 \quad \frac{1}{3} = \frac{(m+n)(m+n-9)}{m+n} = 13p^2 = 13 \cdot p^2$$

$$m+n-9=13 \quad m=22-n \quad B=mn(m-n) \quad (m+n) \cdot mn = 45 \cdot 9^2$$

$$mn=45 \quad 22n-n^2=45 \quad n^2-22n+45=0 \quad p^2=9^2 \quad 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2$$

$$n=25 \quad n=3 \quad 484-360=124$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{y+1} + \sqrt{a} = \sqrt{y+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{y+1} - \sqrt{6-y}$$

$$a = y + 3,5 \quad y+1 = a - 2,5 \quad a$$

$$6 - a - y = f(y) =$$

$$y+1 = a \quad \frac{y+1 + 6-y}{2} = 3,5 \quad a \rightarrow \sqrt{a-2,5} - \sqrt{2,5-a} + 5 = 2\sqrt{6,25-a^2}$$

$$a-2,5 + 2,5-a - 2\sqrt{6,25-a^2} = 42(6,25-a^2) + 25 - 420\sqrt{6,25-a^2}$$

$$4(6,25-a^2) - 18\sqrt{6,25-a^2} + 25 = 0 \quad y+1 = a-2,5 \quad 16$$

$$D = 324 - 400 < 0 \quad 6-y = 3,5-a \quad 13$$

$$m+n = k \quad mn = b \quad 16$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) \quad B = mn(m+n) - 3 \quad 3mn$$

$$A = (m+n)(m+n-9) \quad B = mn(m+n-3)$$

$$A = k(k-9) \quad B = (k-3) \cdot b \quad k = \frac{9+17}{2} = 13$$

$$k(k-9) = 13 \cdot 4 \quad D = 81 + 16 \cdot 13 = 289 = 17^2$$

$$k^2 - 9k - 13 \cdot 4 = 0 \quad k = 13 \quad k = -4$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m \cdot n = 30 \end{cases} \quad 106 = 45q^2 \quad 26 = 15q^2 \quad 26 = 60 \quad b = 30$$

$$13n - n^2 = 30 \quad n^2 - 13n + 30 = 0 \quad n = 10 \quad n = 3$$

$$k(k-9) = 45 \cdot 4 \quad (k-3)b = 13 \cdot p^2 \quad 34 \quad 720$$

$$k^2 - 9k - 225 = 0$$

$$D = 81 + 1181$$

$$9x^2 = 225 + 324 + 2 \cdot 15 \cdot 18 \quad 16x^2 - 576 - 144$$

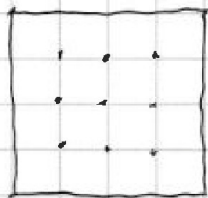
$$16 \cdot 9x^2 = 549 \cdot 16 + 15 \cdot 16x^2 - 15 \cdot 120$$

$$15 \cdot 420 - 549 \cdot 16 = 6 \cdot 16x^2$$

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2} = 63 \cdot 32$$

$$C_{46}^2 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16$$

$$256 \cdot 2 + 8 \cdot 15$$



$$\frac{BL}{AL} = \frac{BC}{AC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

