



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = a_4 + 2d$$

Найти!

$$a_4 + 2d = (x^2 - 2x)^2 \cdot 3 \quad a_{10} = a_4 + 6d$$

$$\boxed{x - ?}$$

$$a_4 + 6d = 9x^2$$

$$\begin{cases} 3a_4 + 6d = 3(x^2 - 2x)^2 & (1) \\ a_4 + 6d = 9x^2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2): \quad 2a_4 = 3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2$$

$$2a_4 = 3x^2(x-2)^2 - 9x^2$$

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$2(6 - 9x) - 3x^2(x-2)^2 + 9x^2 = 0$$

$$6(2 - 3x) - 3x^2((x-2)^2 - 3) = 0$$

$$6(2 - 3x) - 3x^2(x^2 - 4x + 4 - 3) = 0$$

$$12 - 18x - 3x^4 + 12x^3 - 3x^2 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0 \quad |:3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x = 2:$$

$$16 - 32 + 4 + 12 - 4 = 0$$

$$x = 1:$$

$$1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|rr|rr|rr} 1 & 1 & -4 & 1 & 6 & -4 & \\ \hline 1 & 1 & -3 & -2 & 4 & 0 & \end{array}$$

$$(x-1) \underbrace{(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)}_{\text{корень } x=1} = 0$$

$$\begin{array}{r|rr|rr} 1 & 1 & -3 & -2 & 4 & \\ \hline 1 & 1 & -2 & -4 & 0 & \end{array}$$

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$x_0 = 1$$

Проверка:

$$x = 1$$

$$a_4 = -3$$

$$a_4 = -3$$

$$a_6 = 1$$

$$\begin{cases} a_4 + 2d = 1 \\ a_4 + 6d = 9 \end{cases}$$

$$4d = 8$$

$$a_{10} = 9$$

$$a_4 + 6d = 9$$

$$(d=2)$$

(1 корень)

$$a_4 = 6 - 9 - 9\sqrt{5} = -3 - 9\sqrt{5} = a_4$$

$$a_6 = (6 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5})^2 = 16 = a_4 + 2d$$

$$4d = 38 + 18\sqrt{5}$$

$$d = \frac{38 + 18\sqrt{5}}{4}$$

$$a_{10} = 9(6 + 2\sqrt{5}) = 54 + 18\sqrt{5} = a_4 + 6d$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_6 = 16 = -3 - 9\sqrt{5} + \frac{38 + 18\sqrt{5}}{2}$$

$$16 = -3 - 9\sqrt{5} + 19 + 9\sqrt{5}$$

$$(16 = 16)$$

$$x = 1 + \sqrt{5} \text{ удовлетворяет}$$

$$9(6 + 2\sqrt{5}) = -3 - 9\sqrt{5} + 3(38 + 18\sqrt{5})$$

$$54 + 18\sqrt{5} = -3 - 9\sqrt{5} + 3(19 + 9\sqrt{5})$$

$$57 + 27\sqrt{5} = 57 + 27\sqrt{5}$$

$$x = 1 - \sqrt{5}:$$

$$Q_4 = 6 - 9 + 9\sqrt{5} = -3 + 9\sqrt{5}$$

$$Q_8 = (6 - 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5})^2 = 16$$

$$Q_{10} = 9(6 - 2\sqrt{5}) \neq$$

$$\begin{cases} Q_4 = -3 + 9\sqrt{5} \\ Q_4 + 6d = 54 - 18\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6d = 57 - 27\sqrt{5} \\ d = \frac{19 - 9\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$Q_4 = -3 + 9\sqrt{5}$$

$$Q_4 = -3 + 9\sqrt{5}$$

$$Q_4 + 2d = 16$$

$$Q_4 + 19 - 9\sqrt{5} = 16$$

$$Q_4 = 16 - 19 + 9\sqrt{5}$$

$$-3 + 9\sqrt{5} = 16 - 19 + 9\sqrt{5} \Rightarrow 1 - \sqrt{5} \text{ не подходит}$$

$$\text{Ответ: } 1; 1 + \sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

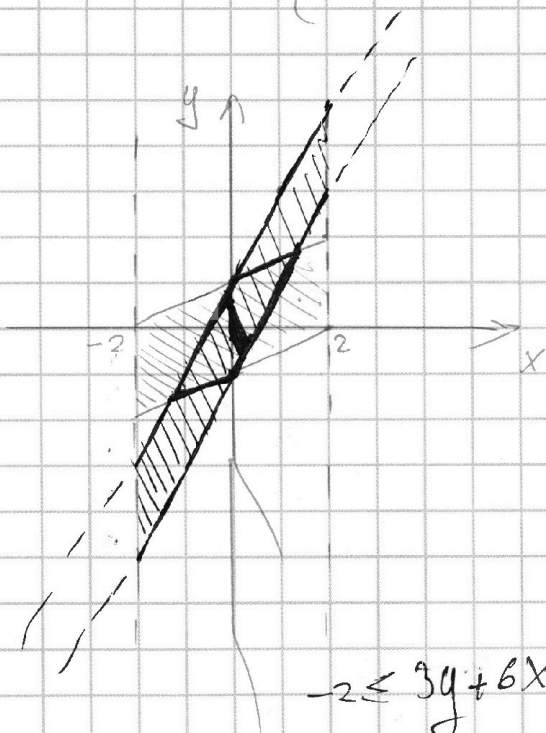
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\max(3y + 6x) = ?$$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x - 2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x - y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x - 2y \leq 2 \\ -2 \leq 4x - 2y \leq 2 \end{cases}$$



$$x - 2y = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$\begin{array}{r|l} x & 0 & 2 \\ \hline y & -1 & 0 \end{array}$$

$$x - 2y = -2$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$\begin{array}{r|l} x & 0 & -2 \\ \hline y & 1 & -2 \end{array}$$

$$-2 \leq 3y + 6x \leq 2$$

$$3y + 6x = 2$$

$$y = -2x + \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r|l} x & 0 & 0,5 \\ \hline y & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{array}$$

$$3y + 6x = -2$$

$$y = -2x - \frac{2}{3}$$

$$x - 2y \leq 2$$

$$y \geq \frac{1}{2}x - 1$$

$$4x - 2y \leq 2$$

$$y \geq 2x - 1$$

$$y \geq 2x - 1$$

$$\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ \hline y & -1 & 1 \end{array}$$

$$y \geq 2x - 1$$

$$y \geq 2x - 1$$

$$y \leq 2x + 1$$

$$\begin{array}{r|l} x & 0 & 1 \\ \hline y & 1 & 3 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

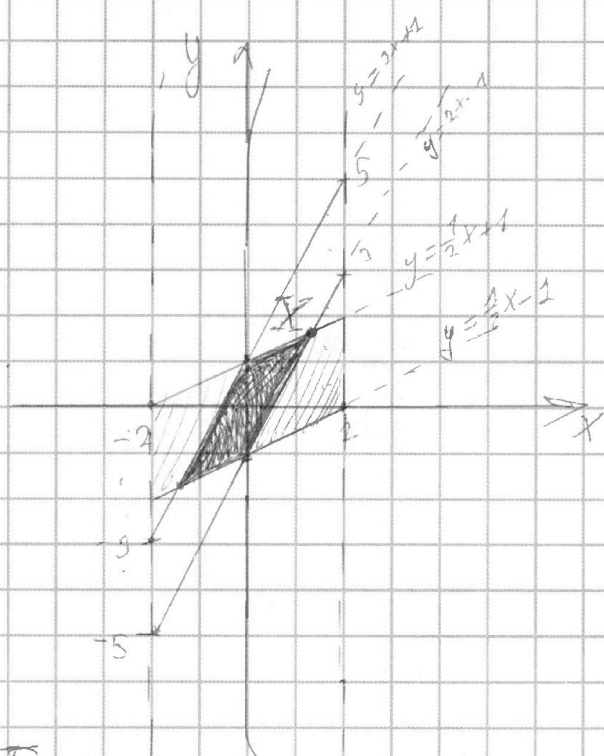
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} -2 \leq x - 2y \leq 2 \\ -2 \leq 4x - 2y \leq 2 \end{aligned}$$

$$\max(3y + 6x) = 7$$

Точка X (в I коорд. четверти) — точка в которой x и y принимают max значения.

Точка X — точка пересечения $y = \frac{1}{2}x + 1$ и $y = 2x - 1 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{2}x + 1 &= 2x - 1 \quad | \cdot 2 \\ x + 2 &= 4x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x &= 4 \\ x &= \frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} + 1 = \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right) &\Rightarrow \max(3y + 6x) = 3\left(\frac{5}{3}\right) + 6\left(\frac{4}{3}\right) = 5 + 8 = \\ &= 13 \end{aligned}$$

Answer: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☒4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти все (m, n) , $m, n \in \mathbb{N}$ $p, q = \text{простые числа}$
 m, n — натур. числа

~~$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = A$$~~

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn = B$$

$$A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$$

$$B = mn(m+2n+9) = 75q^2$$

$$(m+2n)(m+2n-7) = \begin{bmatrix} 11p^2 \\ 75q^2 \end{bmatrix}$$

Пусть $p, q \neq 2$

$$\begin{aligned} \text{неч. чет.} &= \\ (2n+1)(2n+1) &= \\ = 4n^2 + 4n + 1 &= \text{неч.} \end{aligned}$$

① Если $m=n$ и они оба нечётные;

~~$$(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$$~~

$11p^2$ всегда нечётное
 $75q^2$ при $p > 2$

$$\underbrace{(3n)}_{\text{всегда неч.}} \underbrace{(3n-7)}_{\text{всегда чётное}} = \text{нечётное} \Rightarrow 3n(3n-7) \neq \begin{bmatrix} 11p^2 \\ 75q^2 \end{bmatrix}$$

② Если $m \neq n$ и они оба нечётные:

$$\underbrace{(m+2n)}_{\text{нечётное}} \underbrace{(m+2n-7)}_{\text{нечётное}} = \text{нечётное} \Rightarrow \neq \begin{bmatrix} 11p^2 \\ 75q^2 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{m-7}_{\text{нечётное}} + \underbrace{2n}_{\text{нечётное}} = \text{нечётное}$$

Из ① и ② Получим, что m и n чётные.



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь рассмотрим $B = mn(m+2n+9) \in \begin{bmatrix} 11p^2 \\ 75q^2 \end{bmatrix}$

m, n — четные $\Rightarrow$ $\underbrace{mn}_{\text{четное}} \underbrace{(m+2n+9)}_{\text{нечетное}}$, что $\neq$ $\begin{bmatrix} 11p^2 \\ 75q^2 \end{bmatrix}$

чет $\cdot$ нечет = чет
неч $\cdot$ чет = нечет

Вывод: для любых простых p и $q > 2$ $m, n \in \emptyset$

Рассмотрим случай $p = q = 2$

Получим:

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 2^2 \cdot 11 \\ mn(m+2n+9) = 2^2 \cdot 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 2^2 \cdot 75 \\ mn(m+2n+9) = 2^2 \cdot 11 \end{cases}$$

Для простоты:
 $m+2n = t$

$$\begin{array}{r} \times 75 \\ 4 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{cases} t(t-7) = 44 \quad (1) \\ mn(t+9) = 300 \end{cases} \Rightarrow t^2 - 7t - 44 = 0$$

$$D = 49 + 176 = 225$$

$$t_{1,2} = \frac{7 \pm 15}{2} \in \begin{bmatrix} 11 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad m+2n = 11 &\Rightarrow \\ \Rightarrow mn(m+2n+9) &= 300 \\ mn(20) &= 300 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = 15 \end{cases} \begin{matrix} (3, 5) \\ (5, 3) \\ (1, 15) \\ (15, 1) \end{matrix}$$

$(m=5; n=3)$

$$\begin{aligned} t = -4, \text{ в.к.} \\ m+2n > 0, \text{ в.к.} \\ m, n \in \mathbb{N} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2) t^2 - 7t - 300 = 0$$

$$D = 49 + 1200 = 1249$$

$$35^2 < 1249 < 36^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow t_{1,2} =$ будет иррациональным

$\Rightarrow$ m и $2n$ тоже иррац., а
сумма натуральных не
может быть иррац.

Ответ: (5; 3)

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 32 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 34 \\ \hline 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 96 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \\ \times 102 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 1024 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1156 \\ \times 1156 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1225 \\ \times 1225 \\ \hline 1500625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1296 \\ \times 1296 \\ \hline 1679616 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ \times 105 \\ \hline 11025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times 108 \\ \hline 11664 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1225 \\ \times 1225 \\ \hline 1500625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1296 \\ \times 1296 \\ \hline 1679616 \end{array}$$

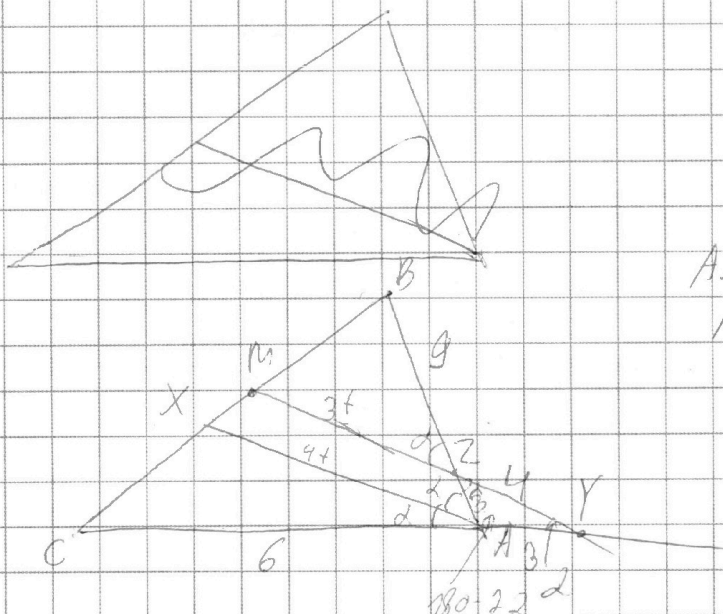


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AX - \text{бис-ца}$

$M - \text{сер. } BC \Rightarrow MC = MB$

$AC = 6$

$AZ = 3$

$YZ = 4$

Найти: $BC = ?$

$[AX \parallel MY]$

Пусть $\angle CAB = 2\alpha \Rightarrow \angle CAX = \angle BAX = \alpha$
 $\angle MZB = \alpha$, как пкрестящиеся , $\angle AZY = \alpha$ (вертикальные)

$\angle ZAY = 180 - 2\alpha$

$\triangle ZAY$:

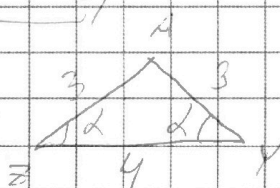
$180 = \alpha + 180 - 2\alpha + \angle AYZ \Rightarrow \angle AYZ = \alpha = \angle AZY \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ZAY \text{ р/с } (AY = AZ = 3)$

По т. Менелая для $\triangle ABC$ и секущей MY :

$$\frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} \cdot \frac{MC}{MB} = 1$$

$$\frac{BZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1 \Rightarrow BZ = 9$$

Найдем α из $\triangle AZY$:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т. косинусов: $g = 16/9 - 2 \cdot 12 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{16}{24} = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$\triangle MBZ \sim \triangle XBA$ по 2 углам ($\angle MBZ$ - общий, $\angle BZM = \angle BAX = \alpha$)

$\Rightarrow \frac{MZ}{AX} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{MZ}{4t} = \frac{3}{4} \Rightarrow MZ = 3t$

т. кос. для $\triangle MBZ$:

$BM^2 = 81 + 9t^2 - 54t \cos \alpha$

по 4 см,

$(BM = CM)$

т. кос. для $\triangle CMX$:

$CM^2 = 81 + (3t+4)^2 - 18(3t+4) \cos \alpha$

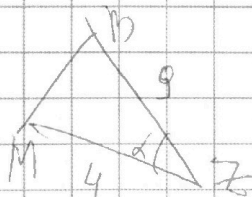
$81 + 9t^2 - 54t \cos \alpha = 81 + (3t+4)^2 - 18(3t+4) \cos \alpha$

$9t^2 - 54t \cos \alpha = 9t^2 + 24t + 16 - 54t \cos \alpha - 72 \cos \alpha$

$24t + 16 = 72 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{24t+16}{72} = \frac{3t+2}{9}$

$\Rightarrow \frac{3t+2}{9} = \frac{2}{3}$

$\frac{3t+2}{9} = \frac{2}{3} \mid \cdot 9 \quad 3t+2 = 6 \Rightarrow t = \frac{4}{3}$



т. кос. для $\triangle MBZ$:

$MB^2 = 16 + 81 - 72 \cos \alpha$

$MB^2 = 97 - 48 = 49 \Rightarrow MB = 7$

$\Rightarrow BC = 14$ Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решить систему:

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

~~$$(x+2)(7-y) = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$~~

ОДЗ:

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-y \geq 0 \\ 14+5x-y^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ y \leq 7 \\ 14+5x-y^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \in [0; 7] \\ x \in [0; +\infty) \\ y^2 \leq 14+5x \end{cases}$$

В худшем случае:

$$5x+14 \geq 49$$

$$5x \geq 35$$

$$\boxed{x \geq 7} \Rightarrow x \in [7; +\infty)$$

Имеем: ОДЗ:

$$x \in [7; +\infty)$$

$$y \in [0; 7]$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y} \Rightarrow f(x) = f(y)$$

Ф-ция $f(x) = x^3 + 3x + \sqrt{2x}$ в монотонно возрастающая $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Если $f(x) = f(y)$, то $\boxed{x=y}$ $\rightarrow$ по ОДЗ подходит ~~единственный~~ пара $(7; 7)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

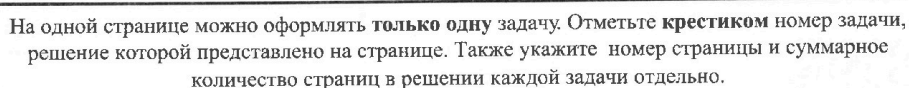
Проверка:

$(7; 7) =$

$$\sqrt{9} + 7 = \sqrt{14 + 35 - 49}$$

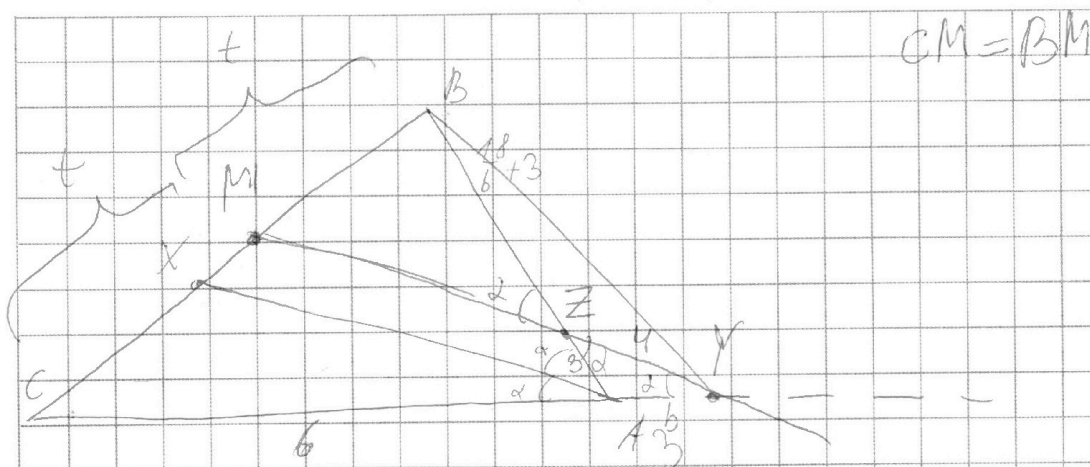
$10 \neq 0 \Rightarrow$ решений у системы нет.

Ответ: $\emptyset$



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $CM = BM = t$

По т. Менелая пре $\triangle ABC$ и секущей MX :

$$\frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} \cdot \frac{CM}{MB} = 1$$

$$\frac{QZ}{3} \cdot \frac{AY}{6+AY} = 1$$

$$BZ \cdot AY = 18 + 3AY$$

Пусть $AP = b$, тогда $BZ = \frac{18+3b}{b} = \frac{18}{b} + 3$

Пусть $\angle CAB = 2\alpha \Rightarrow \angle CAX = \angle XAB = \alpha \Rightarrow \angle MZB = \alpha$,
так как $MA \parallel BC$, $\Rightarrow \angle MZB = \angle AZY$ (верт.)

$$\angle ZAN = 180^\circ - 22$$

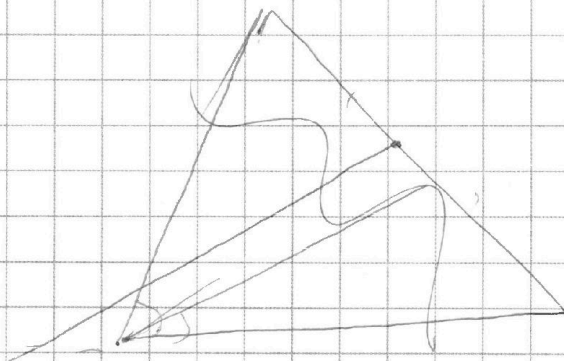
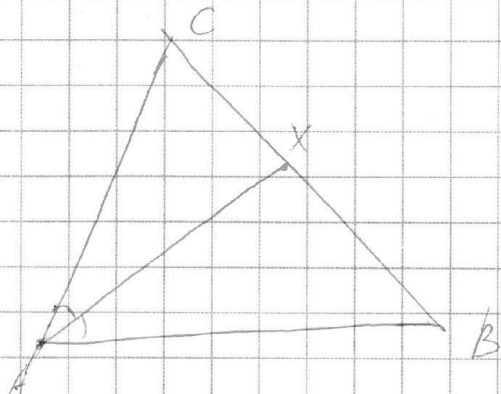


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

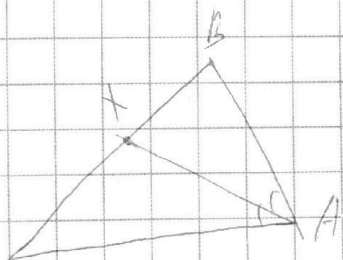
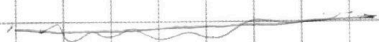
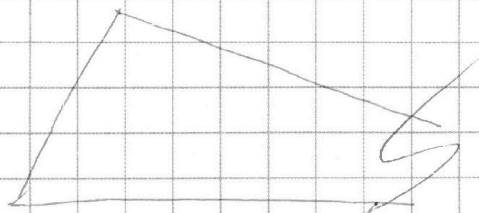
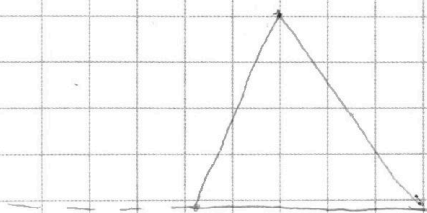
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~Решение~~



$BC = 7$
 $AC = 6$
 $AZ = 3$
 $YZ = 4$

