



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

Пусть a — первый член прогрессии, d — её разность. Перепишем условие задачи:

$$\begin{cases} a + 4d = 6x + 18 & (1) \\ a + 6d = (x^2 - 4x)^2 & (2) \\ a + 10d = -3x^2 & (3) \end{cases}$$

Вычтем из 2-ой ур-я 1-ую и из 3-ей 2-ую:

$$\begin{cases} 2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 & (2) - (1) \\ 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 & (3) - (2) \end{cases}$$

Дополним (2) — (1) на два и приравняем правые части обеих ур-в системы:

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$3(x^2 - 4x)^2 = -3x^2 + 12x + 36 \quad | : 3$$

$$(x^2 - 4x)^2 = -x^2 + 4x + 12$$

$$(x^2 - 4x)^2 + (x^2 - 4x) - 12 = 0$$

Пусть $t = x^2 - 4x$:

$$t^2 + t - 12 = 0$$

$$t = -4; 3$$

Вернёмся к x :

$$\begin{cases} x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 & (1) \\ x^2 - 4x - 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

Корни 1-ой ур-я Корень 1-ой ур-я:

$$x = 2, \text{ корни 2-ой ур-я: } x = 2 \pm \sqrt{7}$$

Ответ: $2; 2 - \sqrt{7}; 2 + \sqrt{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 & (1) \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 & (2) \end{cases}$$

~~Сложим 1-ое нер-во, домноженное на 4, со 2-ым нер-вом, домноженным на 3, и 1-ое нер-во, домноженное на (-3), со 2-ым нер-вом, домноженным на (-4):~~

~~$$\begin{cases} -48 \leq 7x \leq 48 & 4 \cdot (1) + 3 \cdot (2) \\ -50 \leq -7y \leq 50 & (-3) \cdot (1) + 4 \cdot (2) \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} -48 \leq 7x \leq 48 & 4 \cdot (1) - 3 \cdot (2) \quad | : 2 \\ -50 \leq 7y \leq 50 & 3 \cdot (1) - 4 \cdot (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -96 \leq 14x \leq 96 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \end{cases}$$

$$-146 \leq 14x + 7y \leq 146$$

Наименьшее значение выражения $14x + 7y$ равно (-146) и достигается, к примеру, при $x = -\frac{48}{7}, y = -\frac{50}{7}$

Ответ: -146 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

д) $\begin{cases} A = 3d^2 \\ B = 13r^2 \end{cases}$: если $d > 3$, то $d \equiv \pm 1 \pmod{6}$,
тогда $d^2 \equiv 1 \pmod{6}$, $3d^2 \equiv 3 \pmod{6}$ (*)

Из л. а) мы выясним, что $A \equiv 0 \pmod{6}$
или $A \equiv 4 \pmod{6}$. Это противоречит
(*) $\Rightarrow$ искомых m, n нет.

$d = 2: A = 3d^2 = 12$

Обозначим $(m-n)$ за t .

$A = t(t+d) = 12$

$t^2 + dt - 12 = 0$

Целых корней нет



искомых m, n нет

$d = 3: A = 3d^2 = 27$

Обозначим $(m-n)$ за t

$A = t(t+d) = 27$

$t^2 + dt - 27 = 0$

Целых корней нет



искомых m, n нет

Ответ: $(7, 3)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$A = m^2 - 2ml + l^2 + 9m - 9l = (m-l)(m-l+9)$$

$$B = m^2l - ml^2 + 3ml = ml(m-l+3)$$

a) $\begin{cases} A = 13r^2 \\ B = 3q^2 \end{cases}$: если $r > 3$, то $r \equiv \pm 1 \pmod{6}$,
тогда $r^2 \equiv 1 \pmod{6}$, $13r^2 \equiv 7 \pmod{6}$.
Рассмотрим остатки от деления A на 6: (*)

$m-l \pmod{6}$	$A \pmod{6}$
0	0
1	4
2	4
3	0
4	4
5	4

Получаем, что $A \equiv 0 \pmod{6}$ или $A \equiv 4 \pmod{6}$, что противоречит (*). Таким образом, при $r > 3$ искомого m и l нет.

$$r = 2: A = 13r^2 = 52$$

Обозначим $(m-l)$ за t .

$$A = t(t+9) = 52$$

$$t^2 + 9t - 52 = 0$$

$$t = -13; 4$$

Вернемся к $(m-l)$:

$$\begin{cases} m-l = -13 \\ m-l = 4 \end{cases}$$

$$m-l = -13:$$

$$B = ml(m-l+3) =$$

$$3q^2 = -10ml$$

$$q^2 = -\frac{10}{3}ml$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ \vee & \vee \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

Противоречие!

$$m-l = 4: B = ml(m-l+3) = 7ml = 3q^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим вместо m $(n+4)$:

$$7n(n+4) = 3d^2$$

$$7n^2 + 28n + 3d^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 196 + 21d^2 \geq 0$$

$\frac{D}{4}$ должен быть
полным

$$d^2 \leq \frac{196}{21} \Rightarrow d^2 \leq 9$$

Квадратом, иначе

$$d \in \{2, 3\} \quad n \in \mathbb{N}$$

~~$d=2$: $\frac{D}{4} = 196 - 21 \cdot 4 = 196 - 84 = 112$ — не полный квадрат, тогда $n \notin \mathbb{N}$, что противоречит условию~~

~~$$d=3$$
: $\frac{D}{4} = 196 - 21 \cdot 9 =$~~

$$n = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 21d^2}}{7}$$

Числитель дроби должен делиться на

$$7 \Rightarrow \sqrt{196 + 21d^2} : 7 \Rightarrow 196 + 21d^2 :$$

$:40$

$$d=7$$
: $\frac{D}{4} = 1225 = 35^2$

$$d=7 \Leftrightarrow d^2 : 40 \Leftrightarrow 21d^2 : 40$$

$$n = \frac{-14 \pm 35}{7} = -7, 3 \Rightarrow m = n+4 = 7$$

$$(m, n) = (7, 3) \quad \begin{matrix} m \\ n \end{matrix}$$

$$n=3$$
: $A = 13n^2 = 117$

Обозначим $(m-n)$ за t

$$A = t(t+9) = 117$$

$$t^2 + 9t - 117 = 0 \quad D = 81$$

Целых корней нет $\Rightarrow$ искомого m, n нет.

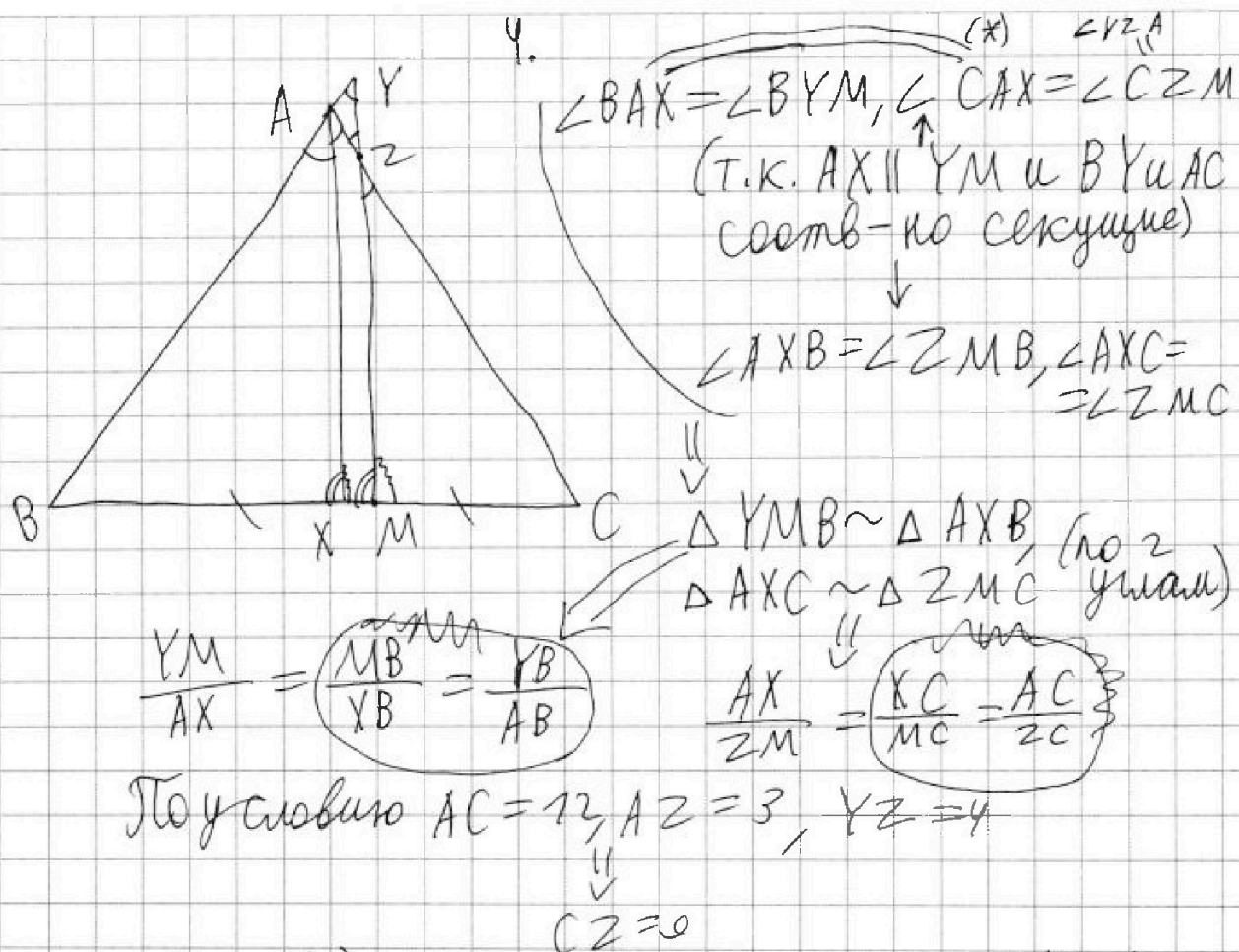


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По условию $AC = 12, AZ = 3, YZ = 4$

$$CZ = 9$$

Из (*) $\triangle ZAY$ равнобедренный $\Rightarrow AY = AZ = 3$

Подставим числа в полученные рав-ва:

$$(1) \frac{MY}{AX} = \frac{BM}{BX} = \frac{BY}{AB}, \frac{AX}{ZM} = \frac{CX}{CM} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} CM = BM &\Rightarrow CX = \\ &= \frac{4}{3} BM \end{aligned}$$

$$\frac{12}{CX} = \frac{AB}{BX} = \frac{BY}{BM}$$

$$\frac{12}{CX} = \frac{6}{BX}$$

$$\frac{BX}{CX} = \frac{1}{2} \quad (I)$$

$$\frac{9}{BM} = \frac{BY}{BM}$$

$$BY = 9 \Rightarrow AB = 6$$

т.к. $AY = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уз (1) $\frac{MY}{AX} = \frac{BY}{AB} = \frac{3}{2}$, $MY = MZ + ZY = MZ +$

Уз (2) $\frac{AX}{ZM} = \frac{4}{3}$. Переносим поученные

рав-ва: $\frac{MY}{ZM} = 2$. $MY = MZ + ZY = MZ + 4$.

$$MZ + 4 = 2MZ$$

$$MZ = 4, MY = 8$$

$$AX = \frac{16}{3}$$

По формуле квадрата длины биссек-сы в

$$\triangle ABC \quad AX^2 = AB \cdot AC - BX \cdot CX = 72 - BX \cdot CX$$

$$\frac{256}{9}$$

$$BX \cdot CX = \frac{392}{9} \quad (II)$$

Уз (I) и (II) получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{BX}{CX} = \frac{1}{2} \quad (I) \\ BX \cdot CX = \frac{392}{9} \quad (II) \end{cases} \Rightarrow BX = \frac{14}{3}, CX = \frac{28}{3}$$

$$BC = BX + CX = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$[-6; 5]$. Решения совокупности: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$;
 $\frac{-1 \pm \sqrt{72}}{2}$.

1) $\frac{-1 - \sqrt{117}}{2} \vee -6$
 $-\sqrt{117} \vee -11$
"в" есть " $>$ "

$\frac{-1 - \sqrt{117}}{2} \vee 5$
 $-\sqrt{117} \vee 11$
"в" есть " $<$ "

2) $\frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \vee -6$
 $\sqrt{117} \vee -11$
"в" есть " $>$ "

~~$\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$ не ответ~~

$\frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \vee 5$
 $\sqrt{117} \vee 11$
"в" есть " $<$ "

3) $\frac{-1 - \sqrt{72}}{2} \vee -6$
 $-\sqrt{72} \vee -11$
"в" есть " $>$ "

$\frac{-1 - \sqrt{72}}{2} \vee 5$
 $-\sqrt{72} \vee 11$
"в" есть " $<$ "

4) $\frac{-1 + \sqrt{72}}{2} \vee -6$
 $\sqrt{72} \vee -11$
"в" есть " $>$ "

$\frac{-1 + \sqrt{72}}{2} \vee 5$

$\sqrt{72} \vee 11$
"в" есть " $<$ "

Ответ: $\left(\frac{-1 - \sqrt{117}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \right)$;
 $\left(\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}, -1 + \sqrt{117} \right)$

Не забудем, что из 2-го ур-я $x \geq 0$,
поэтому остаются $\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$ и $\frac{-1 + \sqrt{72}}{2}$.
Ответ: $\left(\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \right)$, $\left(\frac{-1 + \sqrt{72}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} \right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим переписанное 2-ое ур-е:

$$4x^4 + 5\sqrt[4]{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y$$

Введём функцию $f(t) = 4t^4 + 5\sqrt[4]{t} + t$.

~~f~~ ~~возра~~ ~~f~~ ~~стро~~ ~~f~~ строго возрастает на

$D(f) = \mathbb{R}_0^+$ как сумма возраст. ф-ий $4t^4$, $5\sqrt[4]{t}$ и t . 2-ое ур-е по сути значит, что $f(x) = f(y)$. Из доказанного следует, что $x = y$. Подставим $x = y$ в 1-ое ур-е:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

Область
определения
ур-я: $[-6; 5]$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} - 5 \quad | \cdot 2$$

$$x+6 - 2\sqrt{(x+6)(5-x)} + 5-x = 4(30-x-x^2) - 20\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

$$\text{Пусть } t = \sqrt{30-x-x^2}$$

$$11 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 14 = 0 \quad | : 2$$

$$2t^2 - 9t + 7 = 0$$

$$t = 1; \frac{7}{2}$$

$$D_1 = 117 > 0$$

Вернёмся к x :

$$\begin{cases} \sqrt{30-x-x^2} = 1 \\ \sqrt{30-x-x^2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x - 20 = 0 \\ x^2 + x - \frac{71}{4} = 0 \leftarrow D_2 = 71 > 0 \end{cases}$$

Среди всех решений совокупности найдём принадлежащие области определения ур-я, т.е.

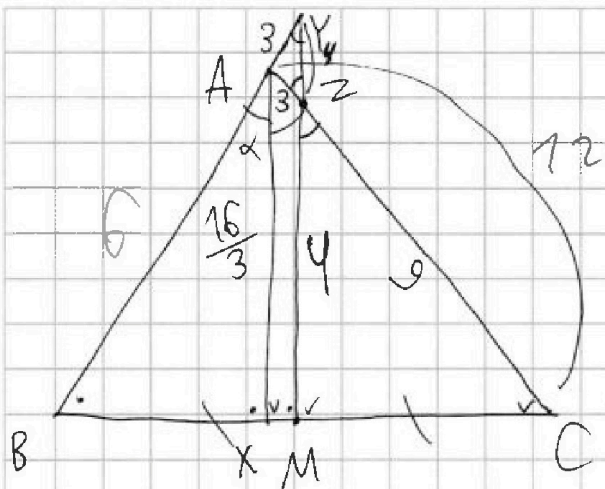


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{12} = \frac{BX}{CX}$$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$-\frac{1}{9} = \cos 2\alpha =$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$-1 = 2 - 18 \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{10}{18}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$3 + AB = 4 + 2M$$
$$AB = 2M + 1$$

$$\triangle AXC \sim \triangle ZMC \quad \triangle BYM \sim \triangle BAX$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{BM}{BX} = \frac{BY}{BA}$$

$$\frac{AB}{BX} = \frac{BY}{BM}$$

$$\frac{6}{BX} = \frac{9}{BM}$$

$$72 \cdot 9 = \frac{CX}{BM}$$

$$\frac{BX}{CX} = \frac{1}{2}$$

$$360 + 18 = 378 - 288$$
$$12 : \frac{4}{3} BM =$$

$$BX \cdot CX = \frac{72 \cdot 9 - 288}{2} = 2M$$
$$= \frac{122}{9}$$

$$\frac{MY}{AX} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{MY}{2M} = 2$$

$$BX = \frac{\sqrt{61}}{3}$$
$$CX = \frac{2\sqrt{61}}{3}$$

$$X, y$$
$$y - xy$$
$$y - xy - y$$
$$x, y - y$$
$$\sqrt{61}$$
$$34 \cdot C_{25}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)(m-n+2), B = mn(m-n+3)$$

$$1) A = 13n^2, B = 3q^2: 13n^2 \equiv 1 \pmod{6} \quad (n > 3)$$

$$t(t+2) \equiv 0/4 \pmod{6}$$

$$n=2: 13n^2 = 52$$

$$t^2 + 2t - 52 = 0$$

$$t = -13; 4$$

$$n=3: t^2 + 2t - 117 = 0$$

$$t \in \emptyset$$

$$\begin{array}{r} 1225 \overline{) 4389} \\ -100 \\ \hline 4545 \\ -4800 \\ \hline 225 \end{array}$$

t	t(t+2)
0	0
1	3
2	6
3	15
4	24
5	35

$$\begin{array}{r} 42.21 \\ \times 21 \\ \hline 42 \\ 84 \\ \hline 882 \end{array}$$

$$126 + 129 = 255$$

$$126 + 189 = 315$$

$$126 + 219 = 345$$

$$81 + 48 = 129$$

$$2) A = 3q^2, B = 13n^2$$

$$q=2: t^2 + 2t - 12 = 0$$

$$q=3: t^2 + 2t - 27 = 0$$

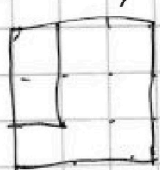
$$81 + 68 = 149$$

$$\begin{array}{r} 196 - 28 \cdot 3q^2 = 196 - 252 = -56 \\ = 196 - 3q^2 \end{array}$$

$$7n(n+4) = 7n^2 + 28n = 3q^2$$

$$q^2 \leq \frac{196}{3} = 65, \dots$$

2, 3, 5, 7





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + 4d = 6x + 18$$

$$a + 6d = (x^2 - 4x)^2$$

$$a + 10d = -3x^2$$

$$(x^2 - 4x)^2 + 6x + 18 + 3x^2 = a$$

$$x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 6x + 18 = a$$

$$x^2(x-4)^2 - 3x^2 =$$

$$= x^2(x-4)(x^2 - 8x + 13)$$

$$4d = -x^4$$

$$30, 16, -12$$

$$d = -7$$

$$a + 10d = (x^2 - 4x)^2 + 6x + 18 + 3x^2 + 10 \cdot \frac{-(x^2 - 4x)^2}{-x^2}$$

$$= a = 58$$

$$12 - 6\sqrt{7} + 18 = 30 - 6\sqrt{7}$$

$$-3 \cdot (2 - \sqrt{7})^2 = -42$$

$$-3(11 - 4\sqrt{7}) = -33 + 12\sqrt{7}$$

$$-3x^2 - 6x - 18 = (x^2 - 4x)^2 - ((x^2 - 4x)^2 +$$

$$-42 + 12\sqrt{7})$$

$$+ 6x + 18$$

$$+ 6x + 18$$

$$2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18$$

$$t^2 - t - 12 = 0$$

$$t = -3, 4$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 =$$

$$(x^2 - 4x)^2 = 4$$

$$= -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \pm \sqrt{6} \\ 2 \pm \sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$3(x^2 - 4x)^2 = -3x^2 + 12x + 36$$

$$(x^2 - 4x)^2 = -x^2 + 4x + 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

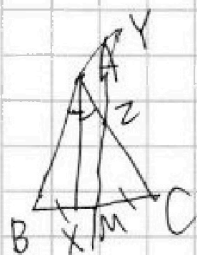
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \quad 14x+7y \rightarrow \min \quad -1 \pm \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 \end{cases} \quad \begin{aligned} & \cdot 4 \quad \cdot 3 \\ & -24 \leq 16x-12y \leq 24 \\ & -24 \leq 12x-16y \leq 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -8 \leq 4y-3x \leq 8 \quad \cdot 3 \\ & -48 \leq 12y-9x \leq 48 \quad \cdot 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -50 \leq 7y \leq 50 \\ & -146 \leq 14x+7y \leq 146 \end{aligned}$$



$$\sqrt{11}+5 \geq L \geq \sqrt{6}+5 \quad R \neq 0 \leq R \leq 2\sqrt{30+5} = 7(26+50)=46.7$$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 3m - 3n = (m-n)^2 + 3(m-n)$$

$$\frac{1}{\sqrt{11}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = (m-n)(m-n+3) \quad a-b+5 = ab+b-5$$

$$\begin{aligned} B &= m^2 - mn^2 + 3mn = m(m-n) + 3mn = \\ &= m^2 - 2b + 10 = 4ab \\ &= 2b(2a+1) = (2a+1)^2 + 9 = m(m-n+3) \end{aligned}$$

$$1) \quad \begin{cases} A = 13n^2 \\ B = 3n^2 \end{cases} \quad \begin{aligned} & n=2: \quad X=-6: \\ & n=3: \quad X=-5: \end{aligned}$$

$$4t^2 - 18t + 14 = 0 \quad 11 - 2\sqrt{11} = 4(-1) - 20 \quad n > 3: (13n^2) = 1 \quad X = -5:$$

$$81 - 56 = 4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \quad 4 - 6 - \sqrt{10} = 2\sqrt{10}$$

$$\frac{9 \pm 5}{4} = x = y \quad a^2 + b^2 + 2ab = 4a^2 + 10b + 10a \quad \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$a-b+5 = ab \quad 30-x-x^2 = 1 \quad x^2+x-29=0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

