



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть третий член прогрессии равен a_3 , разность прогрессии — d . Тогда пятый член $a_5 = a_3 + 2d$, седьмой $a_7 = a_3 + 6d$

$$\begin{cases} a_3 = 3x + 3 \\ a_5 = (x^2 + 2x)^2 \\ a_7 = 3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3 = 3x + 3 \\ a_3 + 2d = (x^2 + 2x)^2 \\ a_3 + 6d = 3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_3 + 2d) - a_3 = (x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) \\ (a_3 + 6d) - a_3 = 3x^2 - (3x + 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d = (x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) \\ 6d = 3x^2 - (3x + 3) \end{cases} \quad | : 3$$

$$\begin{cases} 2d = (x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) \\ 2d = x^2 - (x + 1) \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 - x^2 + x + 1 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)=0$$

$$\begin{cases} x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: -1 ; $-1 + \sqrt{3}$; $-1 - \sqrt{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - 3y| \leq 3$$

⇔

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$y \leq \frac{x}{3} + 1$$

$$y \geq \frac{x}{3} - 1$$

$$|3x - y| \leq 1$$

⇔

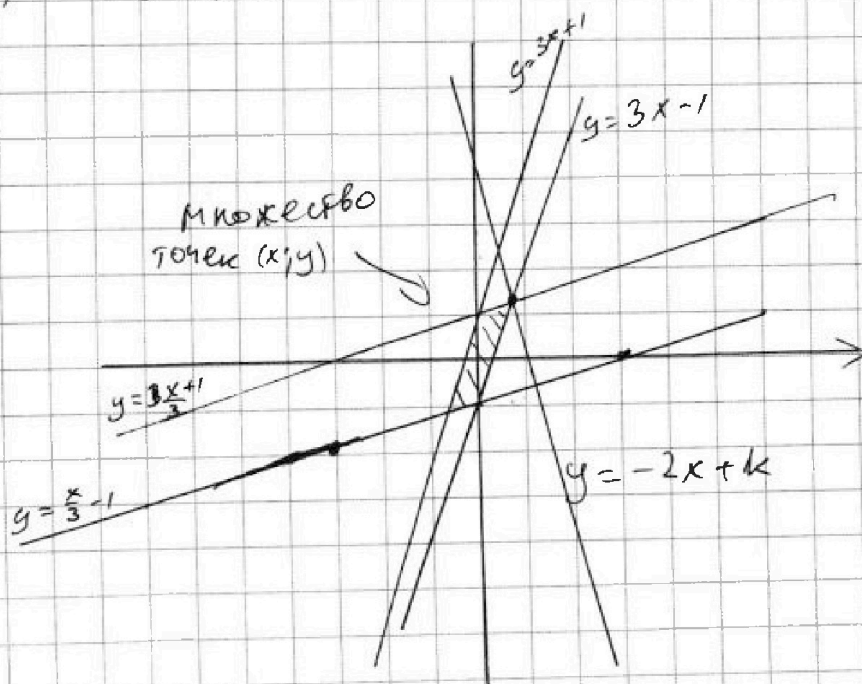
$$y \leq 3x + 1$$

$$y \geq 3x - 1$$

функция $f(x) =$

$$\max (4y + 8x) = ?$$

Нужно найти ~~max~~
максимальной k такой,
что ~~$f(x)$~~ $y = -2x + k$
имеет пересечение с
заданным пересечением
точек $(x; y)$ в ус-
ловии.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Максимальная возможная точка - точка пересечения $y = 3x - 1$ и $y = \frac{x}{3} + 1$.

$$3x - 1 = \frac{x}{3} + 1$$

$$5x - 3 = x + 3$$

$$x = \frac{3}{4}; y = 3x - 1 = 1,25$$

$$y = 1,25$$

$$y = 2x + k$$

$$k = y + 2x = \frac{3}{2} + 1,25 + \frac{3}{2} = \frac{11}{4} = 2,75$$

$$\max(x + 2y)$$

$$\max(y + 2x) = 2,75$$

$$\max(4y + 8x) = 11$$

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Заметим, что число A - четное, т.к. в разложении $(m+n)(m+n-9)$ одно из чисел всегда четное.

Значит одно из чисел $13p^2, 75q^2$ должно быть четным и равняться A . Рассмотрим два случая.

1) $A = 13p^2$; ~~В~~

П.к. p - простое и четное, то $p = 2$

$$A = 52$$

$$(m+n)(m+n-9) = 52 = 52 \cdot 1 = 26 \cdot 2 = 13 \cdot 4$$

Одна из множителей не 9 больше другого, значит нам подходит только $m+n=13$; (не рассматриваем отрицательные разложения, числа натуральные).
 $m+n-9=4$

Итак, $B = 75q^2$. $mn(m+n-3) = 75q^2$. $10mn = 75q^2$

$$2mn = 25q^2; \text{ т.к. } 2mn \text{ четное, то } 25q^2 \text{ - четное,}$$

т.е. $q = 2$

$$2mn = 100 \quad 60$$

$$mn = 50 \quad 30$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases}$$

$$m=13-n$$

$$\begin{aligned} n=10; m=3 \\ n=3; m=10 \end{aligned}$$

$$13n - n^2 = 30$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0; \quad n=10; 3. \quad (10; 3); (3; 10)$$

$D < 0$, нет корней. $m=3; 10$ $\uparrow$ $\text{по } x \text{ и } y$.

Значит этот случай не подходит.

2) $A = 75q^2$. По аналогичным рассуждениям,
 $q = 2(A - \text{четное})$.

$$A = (m+n)(m+n-9) = 300 \cdot 300 - 9 \cdot 300 = 2 \cdot 150 = 4 \cdot 75 = 30 \cdot 10$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 300 = 0$$

$$D = 81 + 1200 = 1281, \text{ корень не извлекается.}$$

Значит случай не подходит.

Ответ: $(10; 3); (3; 10)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

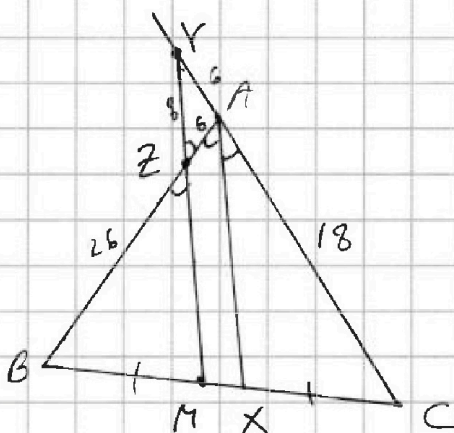
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AC = 18;$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BC = ?$$



$\angle BAC$ - внешний угол тр-ка AZY , т.е. $\angle YZA + \angle ZYA = \angle BAC$

$$2\angle BAX = \angle BAC$$

$$\angle BAX = \angle BZM, \text{ т.к. } ZM \parallel AX.$$

$$\angle BZM = \angle YZA$$

$$\frac{\angle BAC}{2} + \angle ZYA = \angle BAC$$

$$\angle ZYA = \frac{\angle BAC}{2}$$

$$\angle ZYA = \angle ZYA, \text{ т.е. } YA \text{ — равнобедренный,}$$

$$AZ = AY = 6. \quad CY = 18 + 6 = 24$$

$$AX \parallel MY, \quad \triangle CAX \sim \triangle CYM.$$

$$\frac{AC}{CY} = \frac{CX}{CM} = \frac{AX}{MY}$$

$$\frac{18}{18+6} = \frac{CX}{CM} = \frac{AX}{MY}$$

$$\frac{AX}{MY} = \frac{CX}{CM} = \frac{9}{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По свойству биссектрисы $\frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX}$.

П.к. $ZM \parallel AX$; ~~АХХ~~ то $\triangle BZM \sim \triangle BAX$,
 $\triangle CAX \sim \triangle CYM$.

$$\frac{BZ}{BM} = \frac{AB}{BX} \quad (\text{из } \triangle BZM \sim \triangle BAX),$$

$$\frac{CA}{CX} = \frac{CY}{CM} \quad (\text{из } \triangle CAX \sim \triangle CYM)$$

$$\frac{AB}{BX} = \frac{AC}{CX} = \frac{BZ}{BM} = \frac{CY}{CM}$$

$$\frac{BZ}{BM} = \frac{CY}{CM}$$

$$BM = CM \quad (M - \text{середина } BC)$$

$$BZ = CY.$$

$$BZ = 26; AB = 26 + 6 = 32$$

Рассмотрим $\triangle AYZ$. По т. косинусов

$$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \angle YAZ = 8^2$$

$$\cos \angle YAZ = -\frac{1}{9}$$

$$\cos \angle BAC = \cos (180^\circ - \angle YAZ) = -\frac{1}{9}$$

В $\triangle ABC$ по т. косинусов

$$AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC = BC^2$$

$$BC^2 = 32^2 + 18^2 + 2 \cdot 32 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = BC^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BC^2 = 1476$$

$$BC = 6\sqrt{41}$$

$$\text{Ответ: } 6\sqrt{41}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) a = b - 2$$

$$2ab = 3$$

$$2b^2 - 4b - 3 = 0$$

$$b = \frac{4 \pm \sqrt{D}}{4} \quad D = 16 + 24 = 40$$

$$b = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \quad (b > 0; \text{логич. } b = \frac{2 + \sqrt{10}}{2})$$

$$\sqrt{b - x} = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$$

$$b - x = \frac{14 + 4\sqrt{10}}{4}$$

$$x = \frac{24 - 14 - 4\sqrt{10}}{4} = \frac{5 - 2\sqrt{10}}{2} = y$$

$$2) a = b + 1$$

$$2ab = 6$$

$$ab = 3$$

$$b^2 + b - 3 = 0$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad (b > 0; \text{логич. } b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2})$$

$$\sqrt{b - x} = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b - x = \frac{14 - 2\sqrt{13}}{4}$$

$$x = \frac{10 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} = y$$

Ответ:
Получаем ответ $(\frac{5 - 2\sqrt{10}}{2}; \frac{5 - 2\sqrt{10}}{2})$; $(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{13}}{2})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

ОДЗ:

$$x \geq 0$$

$$0 \leq y \leq 6$$

$$-y^2 + 5x + 6 \geq 0$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

Рассмотрим функцию $f(x) = x^4 + 5x^2 + \sqrt{x}$. При положительных x (по ОДЗ) она возрастает, т.к. все коэффициенты перед x^m ($m \in \mathbb{R}$) положительны. Значит, если $f(x) = f(y)$, то $x = y$.

$$\text{т.е. } f(x) = f(y)$$

||

$$x = y.$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{x+1}; b = \sqrt{6-x}; \text{ тогда } a^2 + b^2 = 7;$$

$$\text{т.е. } a - b + 5 = 2ab$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 7 - (a - b + 5) = 2 - (a - b)$$

$$(a - b)^2 + (a - b) - 2 = 0$$

Реш

$$a - b = -2; 1$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} - 2 \quad \text{или} \quad \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разобьем квадрат на 4 четверти 4×4 .

Количество способов разместить ^{полоски} ~~квадрат~~ в одной четверти, ~~и тогда~~ количество способов, разместить ~~квадрат~~ ^{полоски} в двух ^{соседних} четвертях, количество ~~способов~~ способов разместить полоски в противоположных четвертях — то, что нам нужно посчитать. Случай, когда обе полоски лежат на границе ~~двух~~ квадратов будем относить к случаю, когда считаем ^{способы} в одном квадрате.

В одном квадрате 4×4 2. $4 \cdot 4 = 16$ ~~полосок~~ ^{полосок}. Выбирая где можем C_{16}^2 ~~способами~~ ^{способами}. Получаем

Когда смотрим в двух разных квадратах, не считая ^{их} границы, то в каждом квадрате $2 \cdot 4 - 4 = 4$ ~~полосок~~ ^{хороших} ~~полосок~~, т.е. способов: $16 \cdot 16 = 256$.

Когда в двух противоположных, то способов $C_{16}^2 - 4^2 = 24$ (кас уже не берут ^{некоторые} граничные случаи).

Получается $C_{16}^2 + 256 + 24 = 384$ ~~способов~~ ^{способов}.
ответ: 384

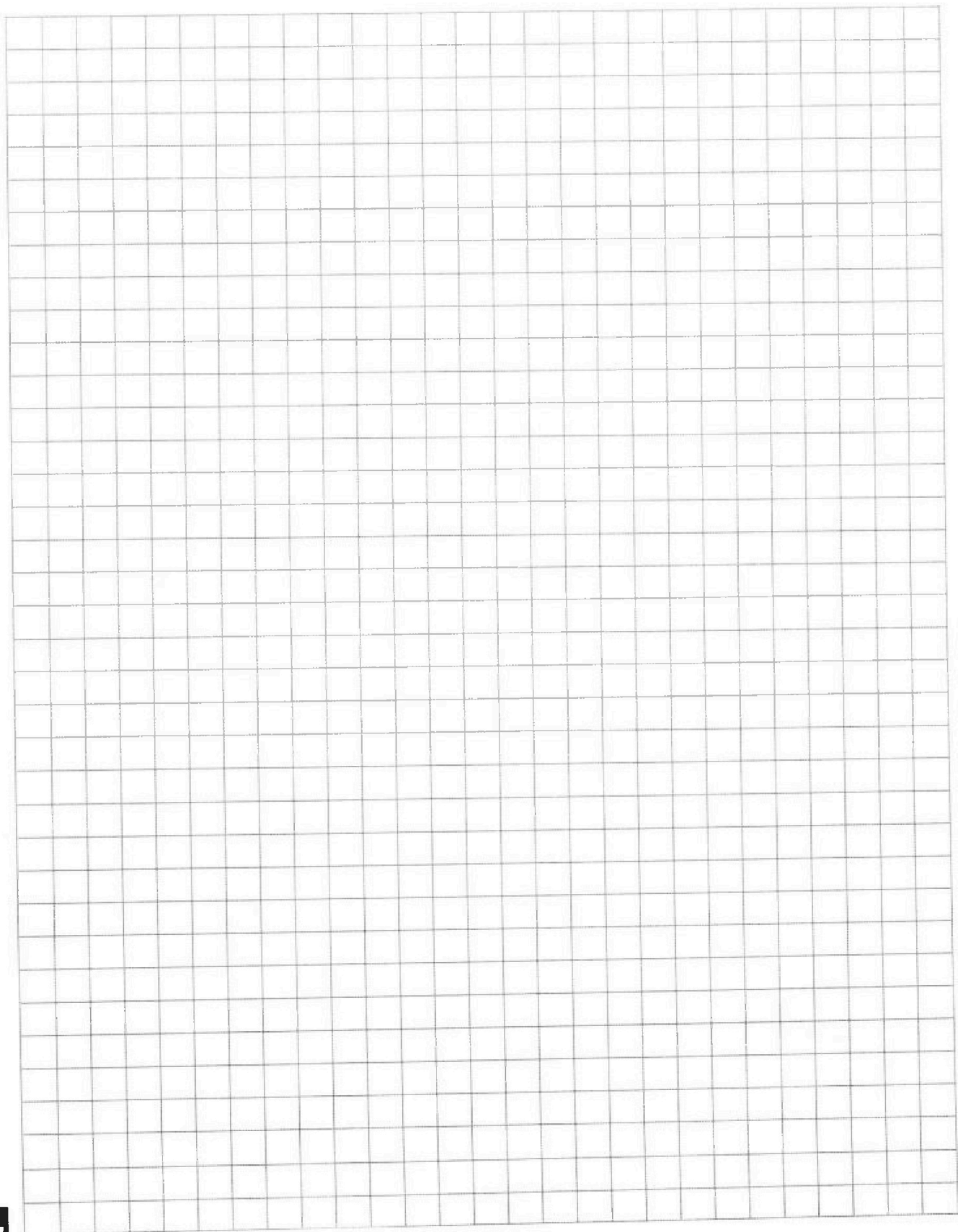


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10.2 $x=y = \frac{5-\sqrt{10}}{2}$ и $x=y = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

Ответ: $\left(\frac{5-\sqrt{10}}{2}; \frac{5-2\sqrt{10}}{2}\right); \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BC^2 = 1476$$

$$BC = 6\sqrt{41}$$

$$|x - 3y| \leq 3$$

$$|3x - y| \leq 1$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$2x - 6y$$

$$-6 \leq 2x - 6y \leq 3$$



$$2x - 6y - 1 \leq x - y \leq 1$$

$$6x - 2y$$

2A

$$2; -6$$

$$6; -2$$

$$2; -6$$

$$6; -2$$

$$-4$$

$$(1; -3) (3; -1) (9; -1)$$

$$\max(4y + 8x) \quad (a; b)$$

$$\max(y + 2x) \rightarrow ?$$

$$5; -12$$

$$-1 \leq x + y \leq 1$$

$$1; -3$$

$$2; -6$$

$$4; -12$$

$$8; -24$$

$$6; -18$$

$$1; -3$$

$$2; -6$$

$$4; -12$$

$$8; -24$$

$$16; -48$$

$$32; -96$$

$$11; 13$$

$$12; 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 2 \quad (\Rightarrow x \leq 2)$$

$$x+1 = 6-x+4+4\sqrt{6-x} \quad (x \leq 2)$$

$$2x-9 = -4\sqrt{6-x} \quad \Rightarrow (\Rightarrow x \leq 4,5)$$

$$4x^2 - 36x + 81 = 16(6-x) \quad 96 - 16x$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$1 \leq x - y \leq 1$$

$$x^2 - 6xy + 9y^2 \leq 9$$

$$D = 400 + 240 = 640$$

$$3x^2 - 6xy + y^2 \leq 1$$

$$x = \frac{20 \pm 4\sqrt{10}}{8} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$\begin{matrix} y+2x \\ y^2+4xy+4x^2 \end{matrix}$$

$$\frac{5+2\sqrt{10}}{2} > 2$$

$$\log x. \quad x = \frac{5-2\sqrt{10}}{2}$$

$$2) \sqrt{x+1} = \sqrt{6-x} + 1 \quad \Rightarrow$$

$$x+1 = 6-x+1+2\sqrt{6-x}$$

$$2x-6 = 2\sqrt{6-x} \quad (\Rightarrow x \geq 3)$$

$$x-3 = \sqrt{6-x}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 6-x$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\log x. \quad x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

~~0.16~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получим

$$-3 \leq -2y \leq 3$$

$$-1,5 \leq y \leq 1,5$$

$$(-1,5; 3)$$

$$(3; -1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$-2; 6$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$-3 \leq x + 3y \leq 3$$

$$-3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$3y - x$$

$$2y$$

$$2y + 2x$$

$$y \leq \frac{x+3}{3}$$

$$= \frac{x}{3} + 1$$

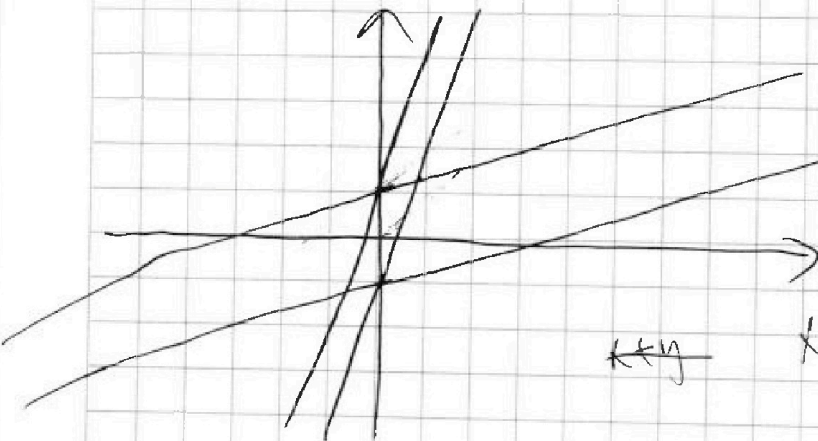
$$P(x, y) = x - 3y$$

$$x + y \leq k$$

$$y \leq x - 1$$

$$y + 2x \leq k$$

$$y \leq -2x + k$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) |x - 3y| \leq 3$$

$$(2) |3x - y| \leq 1$$

$$U_3(1): -3 \leq x - 3y \leq 3 \quad (3)$$

$$-3 \leq 3y - x \leq 3 \quad (4)$$

$$U_3(2): |3x - y| \leq 1 \quad (5)$$

Просуммируем неравенства (4) и (5)

$$-4 \leq 3y - x + 3x - y \leq 4$$

$$-4 \leq 2y + 2x \leq 4$$

$$-2 \leq y + x \leq 2 \quad (6); -2 \leq -(x+y) \leq 2 \quad (8)$$

Просуммируем (3) и (5):

$$-4 \leq 4x - 4y \leq 4$$

$$-1,5 \leq x - y \leq 1,5$$

$$-1 \leq x - y \leq 1 \quad (7)$$

Просуммируем (6) и (7):

$$-3 \leq 2x \leq 3$$

$$-1,5 \leq x \leq 1,5$$

~~Сопоставим полученные~~

Просуммируем (7) и (8)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$x=y$

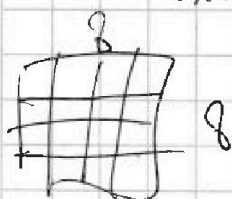
$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+5x+6}$$

$-x^2 +$

$$x \geq 0$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$3x-y \leq 1$$



$$\begin{aligned} -(x+1)(x-6) &= (x^2 - 5x - 6) = \\ &= -x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$

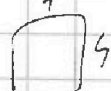
$$\begin{cases} a-b+5 = 2ab \\ a^2+b^2 = 7 \end{cases}$$

$$2-3 \cdot 2$$

$$2-3 \cdot 2$$

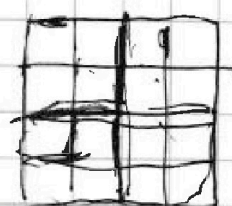
$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq \frac{1}{4}$$



$$4x-6y$$

$$\begin{aligned} x &+ 5y \\ 3x &- 9y \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$4x+3x$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$$

$$6^2 + 6^2 - 72 \cos \alpha = 6^2$$

$$\begin{array}{r} 216 \\ \times 26 \\ \hline 1600 \end{array} \leq 2,25$$

$$\cos \alpha =$$

$$-3 \leq x-3y \leq 3$$

$$\frac{-2}{22} \approx -\frac{1}{11}$$

$$\begin{array}{r} 1476 \\ \times 1600 \\ \hline \end{array}$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$

$$-3 \leq 5x-3y \leq 3$$

$$1024 + 324 + 2 \cdot 2 \cdot 32$$

$$-3 \leq 3y-9x \leq 3$$

$$1348 + 128 = 1476$$

$$-6 \leq -9x \leq 6$$

$$24 \cdot 369$$

$$1220$$

$$-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$$

$$123$$

$$123-3 \cdot$$

$$41 \cdot 3^2 \cdot 4$$

$$36$$

$$44$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 3 \quad - \quad 2 \quad - \quad 2 \\ 3 \quad 0 \quad - \quad 2 \quad 0 \end{array}$$

$$20 \cdot 35 +$$

$$x^3 + 3x^2 + 2$$

$$(x+1)^2 (x^2 + 2x - 2)$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 0 \quad - \quad 2 \\ 2 \quad - \quad 2 \quad 0 \end{array}$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$x^2 + 2x$$

$$= 4 - 1 \pm \sqrt{3}$$

$$-3 \leq x-3y \leq 3$$

$$4x+3y-x \geq -3$$

$$-1 \leq 3x-y \leq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$(1) -3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$(2) -1 \leq 3x - y \leq 1, -1 \leq y - 3x \leq 1 (3)$$

$$(1) + (2): -4 \leq 2x + 2y \leq 4$$

$$-2 \leq x + y \leq 2$$

$$(1) + (3): -4 \leq 4y - 4x \leq 4$$

$$-1 \leq y - x \leq 1$$

$$-3 \leq 2y \leq 3, -3 \leq 2x \leq 3$$

$$-1,5 \leq y \leq 1,5$$

$$-1,5 \leq x \leq 1,5$$

$$4y + 8x \leq 4 \cdot 1,5 + 8 \cdot 1,5 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

