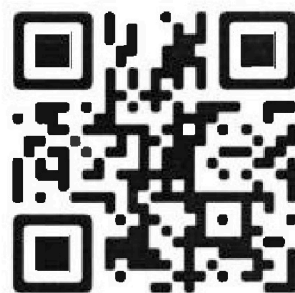




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Р1):

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

2 корня, значит $D > 0$

$$D = (4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 = 4(9 - t^2) > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 - t^2 > 0 \Rightarrow t^2 < 9 \Rightarrow t \in (-3; 3). \quad (1)$$

добавим еще (пот. числа)

$$x_1 \cdot x_2 = 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \quad (2)$$

пересечение
по (1) и (2) найдем:

$$\text{Ответ: } t \in (-3; -1) \cup (1; 3).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

$$a - b = 12 \Leftrightarrow a = 12 + b \quad (1)$$

$$\underbrace{a^2 + 2ab + b^2}_{(a+b)^2} + \underbrace{3a + 3b}_{3(a+b)} = 19p^n, \text{ где } p - \text{простое число}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^n \Leftrightarrow (a+b)(a+b+3) = 19p^n \quad | \text{используем (1):}$$

$$(12+2b)(15+2b) = 19p^n \Leftrightarrow 2(b+b)(15+2b) = 19p^n \rightarrow \text{левая часть } : 2,$$

значит $p^n : 2$, но $19 \nmid 2 \Rightarrow p^n : 2$, а значит т.к. p - простое число $\rightarrow$

$$\Rightarrow p = 2, \text{ а } p^n = 16, \text{ получается: } 2(b+b)(15+2b) = 19 \cdot 2^4 :$$

~~$$(12+2b) \nmid 2 \text{ при любых } b \text{ т.к. } 2b : 2, \text{ а } 15 \nmid 2 \Rightarrow 12+2b : 2^3$$~~

т.к. $(15+2b) \nmid 2$ при любых b (т.к. $2b : 2$, а $15 \nmid 2$) $\Rightarrow b+b : 2^3$, тогда

$$15+2b : 19 \text{ (т.к. если } b+b : 19 \Rightarrow \text{противоречие } 2(b+b)(15+2b) > 19 \cdot 2^4)$$

$$\text{т.к. } b = 2 \text{ (т.к. при любых } b > 2 \quad 2(b+b)(15+2b) > 19 \cdot 2^4 \text{ (т.к.}$$

$$b+b > 2^3; 15+2b > 19), \text{ а } b=1 \text{ не подходит и } \text{меньшие } b \text{ не подходят}$$

$$\text{т.к. } b \in \text{натур. числам), тогда } a = 12 + b = 14.$$

Ответ: 14 и 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

① $\angle PCA: CP = PM$ (по условию) $\Rightarrow$
 $AP \parallel DM$ (по условию)

$\Rightarrow$ по Т. Фалеса $AB = AC$ (пусть $= x$)

значит т.е. $AC = AP \Rightarrow AB = AP + AC = 2x$
 по Т. Фалеса

② $\triangle ABC$ - равнобедренный AD : ~~высота~~

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BX}{XA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{2} \cdot \frac{BX}{XA} \cdot \frac{x}{2x} = 1 \Leftrightarrow \frac{BX}{XA} = 1 \Rightarrow BX = AP =$$

$$= \frac{1}{2} AB = x$$

③ $\triangle DXC$: XA медиана (т.е. $DA = AC$) $\Rightarrow \triangle DXC$ - прямоугольный ($\angle DXC = 90^\circ$)
 $XA = \frac{1}{2} AC (= x)$ - катет. прямоугольного тр-ка.

④ $DM \parallel AP$ (по условию), значит $\angle XDC = \angle PAC$ (соответственные углы при параллельных прямых и секущей DC) - ~~то~~ св-во паралл. прямых.

значит $\cos(2\angle XDC) = \cos(2\angle PAC) = -\frac{3}{4}$

⑤ $\cos(2\angle PAC) = \cos^2 \angle PAC - \sin^2 \angle PAC \Rightarrow \cos(2\angle PAC) + 2\sin^2 \angle PAC = 1$

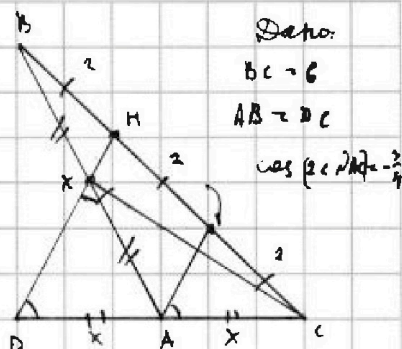
$$\Rightarrow -\frac{3}{4} + 2\sin^2 \angle PAC = 1 \Rightarrow \sin \angle PAC = \sqrt{\frac{1+\frac{3}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{7}{8}} = \sin \angle DAC (73)$$

поэтому определим $\sin$: $\sin \angle XDC = \frac{XC}{DC} \Rightarrow \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{XC}{2x} \Rightarrow XC = 2x \sqrt{\frac{7}{8}} =$

$$= x\sqrt{3.5}$$

⑥ $\triangle ABC$: по формуле косинусов

$$CX^2 = \frac{2AC^2 + 2BC^2 - AB^2}{4} \Rightarrow x^2 \cdot 3.5 = \frac{2x^2 + 2x^2 - 4x^2}{4} \Rightarrow 16x^2 = 72 \quad (*)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(*) \quad x^1 = \frac{x^3}{x_2^2} \Rightarrow x = 3\sqrt{\frac{1}{2}} = 4,5\sqrt{2} \quad (x \cdot x_2 > 0) \quad \rightarrow \quad AB \cdot 2x = 3\sqrt{2}.$$

Ответ: $3\sqrt{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24:

Представим себе этот класс и определим цветной шар

цветной шар

		(1)	(2)	(3)	(4)
(т.е. тот на котором никто не сидит)	1 карта	☐	☐	☐	☐
Теперь каждый выбирает кандидата на (1)	2 карты	☐	☐	☒	☐
Рез: первое можно выбрать 11 способами,	3 карты	☐	☐	☐	☐

2-го : 10-10, 2-го : 3-10, т.е. всего 11-10-3 способа, а теперь заметим

что т.к. есть 4 всевозможных $\Rightarrow$ есть только 1 способ ~~распределить~~ ^{распределить}

Этот ряд 3-ий рядим: на 1 карте синий шарик, на 2-й

средний по ряду, а на 3-ей синий шарик т.е. есть

11-10-3 способа выбрать 1 ряд. аналогично с (2) и (4), получим уже

11-10-3-9-7-6-5-4-3 способа, а оставшиеся 2-х шарика можно

выбрать из одного т.к. цветной шар - средний, т.е. нет:

$\frac{11!}{2!} = 2$ способа, но не стоит забывать, что сам этот цветной шар был

выбран из 11-ти, а этот ряд в итоге тоже должен

рассчитываться т.е. $\frac{11!}{2!}$ вариантов. Теперь рассмотрим на распределение цветного

шара: 8 вариантов на 1-10 и 3-10 карты ($\frac{11!}{2!}$ вариантов - учтем)

и 4 варианта на 2-10 ($\frac{11!}{2!} \cdot 2$ способа - учтем) в итоге ~~получим~~ ^{получим}

$\frac{11!}{2!} \cdot 8 + \frac{11!}{2!} \cdot 2 \cdot 4 = 11! \cdot 8$ вариантов. Ответ: $11! \cdot 8$ способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25:

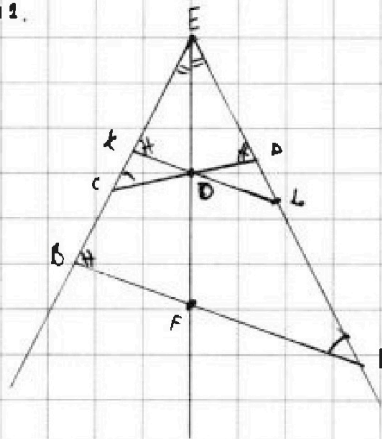
BE = 12.

① Если ABCD - выпуклый четырехугольник, значит

~~∠CBA + ∠CDA + ∠BCD + ∠BAD = 360°~~

$\angle CBA + \angle CDA = 180^\circ$ (сб. во выпуклом) $\Rightarrow$
чет. - 2а

$\Rightarrow \angle EBA = \angle EDC.$



② Проведем KL || AB ^{через O} $\Rightarrow \angle ABE = \angle LKE$ (т.к. они соответственные...),

значит $\angle LKE = \angle CDE$ ($= \angle EBA$)

③ $\triangle EKO \sim \triangle EDO$:

O - точка пер. биссектр. $\angle AEC$
 $\angle KEO = \angle DEO$ (т.к. ~~они смежные~~)

$\angle EKO = \angle EDO$ (2а)

EO - одна сторона

$\Rightarrow \angle EOK = \angle EOD$

$\Rightarrow \triangle EKO = \triangle EDO \Rightarrow$
(по двум углам и общей стороне)
 $\Rightarrow EK = KO = ED = DO$

то

④ Пусть $EO \cap BA = F$, тогда обозначим BE за a; EA за b; а BA за c:

$$\frac{BF}{FA} = \frac{BE}{EA} = \frac{a}{b} \quad (\text{сб. во бисс. уг. } \angle AEC) \Rightarrow BF = c \cdot \frac{a}{a+b}$$

$$BF + FA = BA = c$$

⑤ BO - бисс. $\angle EBF$ (по 4а) $\Rightarrow \frac{EO}{OF} = \frac{EB}{BF} = \frac{a}{c \cdot \frac{a}{a+b}} = \frac{a+b}{c}$ (сб. во бисс. уг. $\angle EBF$)

тогда $\frac{EO}{EF} = \frac{EO}{EO+OF} = \frac{a+b}{a+b+c}$

⊗



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑥ $\triangle BEP \sim \triangle KEO$ (т.к. $\angle BEP$ - общий, а $BE \parallel KO$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{EK}{EB} = \frac{KO}{BE} = \frac{EO}{EP} \Rightarrow \frac{EK}{a} = \frac{KO}{ca} \cdot (a+b) \stackrel{(2)}{=} \frac{(a+b)}{a+b+c}$$

$$(1): \frac{EK}{a} = \frac{a+b}{a+b+c} \Rightarrow EK = \frac{a(a+b)}{a+b+c}$$

$$(2): \frac{KO}{ca} \cdot (a+b) = \frac{(a+b)}{a+b+c} \Rightarrow KO = \frac{ac}{a+b+c}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow EK + KO &= \\ &= \frac{a(a+b) + ac}{a+b+c} = \\ &= \frac{a(a+b+c)}{(a+b+c)} = a = 12 \end{aligned}$$

значит т.к. $EK + KO = ED + DO$ (3) $\Rightarrow ED + DO = a = 12$.

Ответ: 12



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

Представим себе эту систему из деревьев и дорог, как граф, в котором
деревья - вершины, а дороги - рёбра. Тогда т.к. из каждой деревни можно
пойти в каждую $\rightarrow$ это связный граф, а т.к. только одним способом $\rightarrow$
 $\rightarrow$ нет циклов (т.к. ~~если~~ ^{если} 4 есть два разных способа) $\rightarrow$ этот граф -
дерево, а в дереве число вершин на 1 больше числа рёбер. Найдём
число рёбер: т.к. из всех вершин кроме 4-х выходит по 1 дороге $\rightarrow$
 $\rightarrow$ эти 4 вершины связаны между собой (т.к. из каждой можно пойти
в каждую только одним способом или соединены между собой), а т.к. нет циклов $\rightarrow$ они
соединены 3 рёбрами, тогда общее число рёбер: $5 + 6 + 7 + 9 - 3 =$
 $= 24$, а вершин: $24 + 1 = 25$
Ответ: 25



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

P7:

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

рассмотрим 2 корня квадратной:

① $\sqrt{1 - |x - y - 1|} = ?$ $\sqrt{1 - \text{выражет. значение}}$

это к чему $\sqrt{1 - \text{выражет. значение}}$ т.с. возможные результаты:

② $\sqrt{1 - 0} = 1$ или ③ $\sqrt{1 - 1} = 0$ в других случаях значение корня не

определяется

④ $|x - y - 1| = 0 \Rightarrow x - y = 1$

⑤ $|x - y - 1| = 1 \Rightarrow \cancel{x - y - 1 = 0} (x - y = 0 \Leftrightarrow x = y)$ или $(x - y = 2)$

т.с. к чему: $x - y = 0$ или 1 или 2.

⑥ $\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} = ?$ разделим на 2 части.

$2x - x^2 \rightarrow$ принимает значения: $(-\infty; 1]$ ($\rightarrow (x - 1)^2 + 1$)

$-2y - y^2 \rightarrow$ принимает значения $(-\infty; 1]$ ($\rightarrow \frac{1}{2} (y + 1)^2 + 1$)

а в сумме получается принимает значения $(-\infty; 2]$, т.с.

или увеличивается корень: 0 или 1 или $\sqrt{2}$, остальные с увеличением корня $y = 1$

получает в итоге: $(0 \text{ или } 1 \text{ или } \sqrt{2}) + (0 \text{ или } 1) = 2$ не подходит

предположим, что $\sqrt{1 + 1} = 2$, т.с. оба значения: +1, ~~или~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 2y - x^2 - y^2 = 1 \\ \sqrt{2 - (x - y - 1)} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x^2 - 2y - y^2 = 1, (1) \\ x - y - 1 = 0 (2) \end{cases}$$

(1): известно что: $2x - x^2 \in (-\infty; 1]$; $-2y - y^2 \in (-\infty; 1]$ т.е. 2 берем.
Берем значения ↗

$$\begin{cases} 2x - x^2 = 1 \\ -2y - y^2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \text{ или } 2 \\ x = 0 \text{ или } 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

(2) $x = y + 1$ ↗

переводим, получаем 2 корня: $(1; 0)$ и $(0; -1)$.

Ответ: $(1; 0)$; $(0; -1)$.

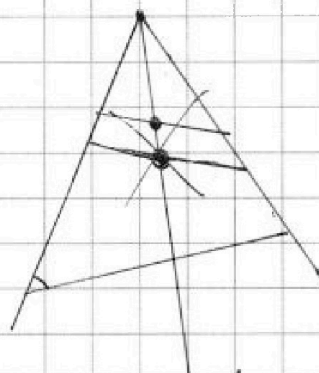
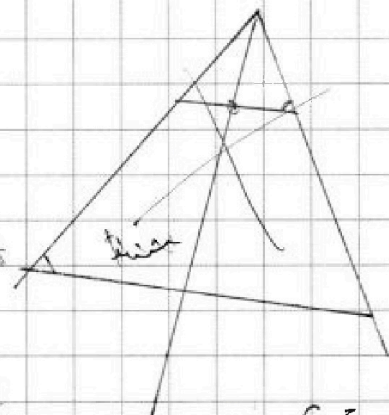
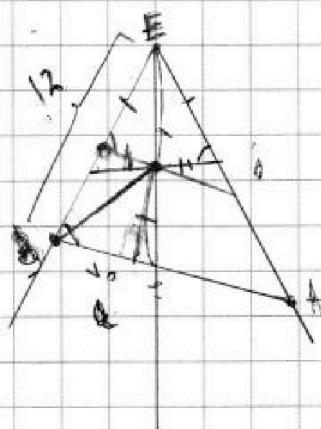


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

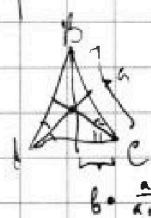
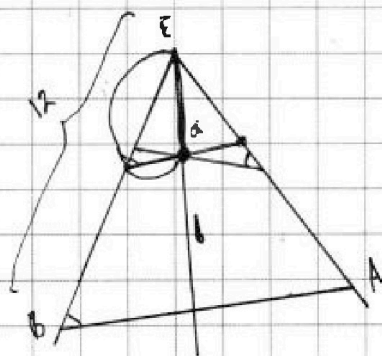
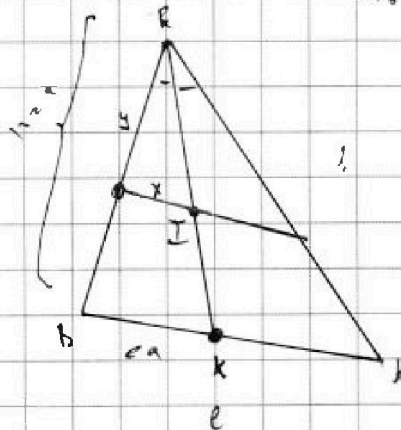
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a + b \cdot \frac{a}{a+b} = a$$



$$b = \frac{a}{a+b}$$

$$\frac{EI}{EK} = \frac{EI}{AK} = \frac{b}{c \cdot \frac{a}{a+b}} = \frac{a+b}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{EI}{EK} = \frac{a+b}{a+b+c} \Rightarrow x = \frac{(a+b)}{a+b+c} \cdot c \cdot \left(\frac{a}{a+b}\right)^2$$

$$y = \frac{a+b}{a+b+c} \cdot a$$

$$x + y = \frac{(a+b)a + a^2}{a+b+c} = a \cdot \frac{a+b+c}{a+b+c} = a$$

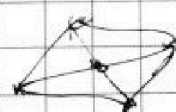
$$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 4$$

1 способ.

$$\frac{12!}{3!} \cdot 8 + \frac{12!}{2!} \cdot 4 \cdot 2$$

$$\cos 30 = \cos^2 45 - \sin^2 45, \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$\cos 60 = \cos^2 30 - \sin^2 20$$



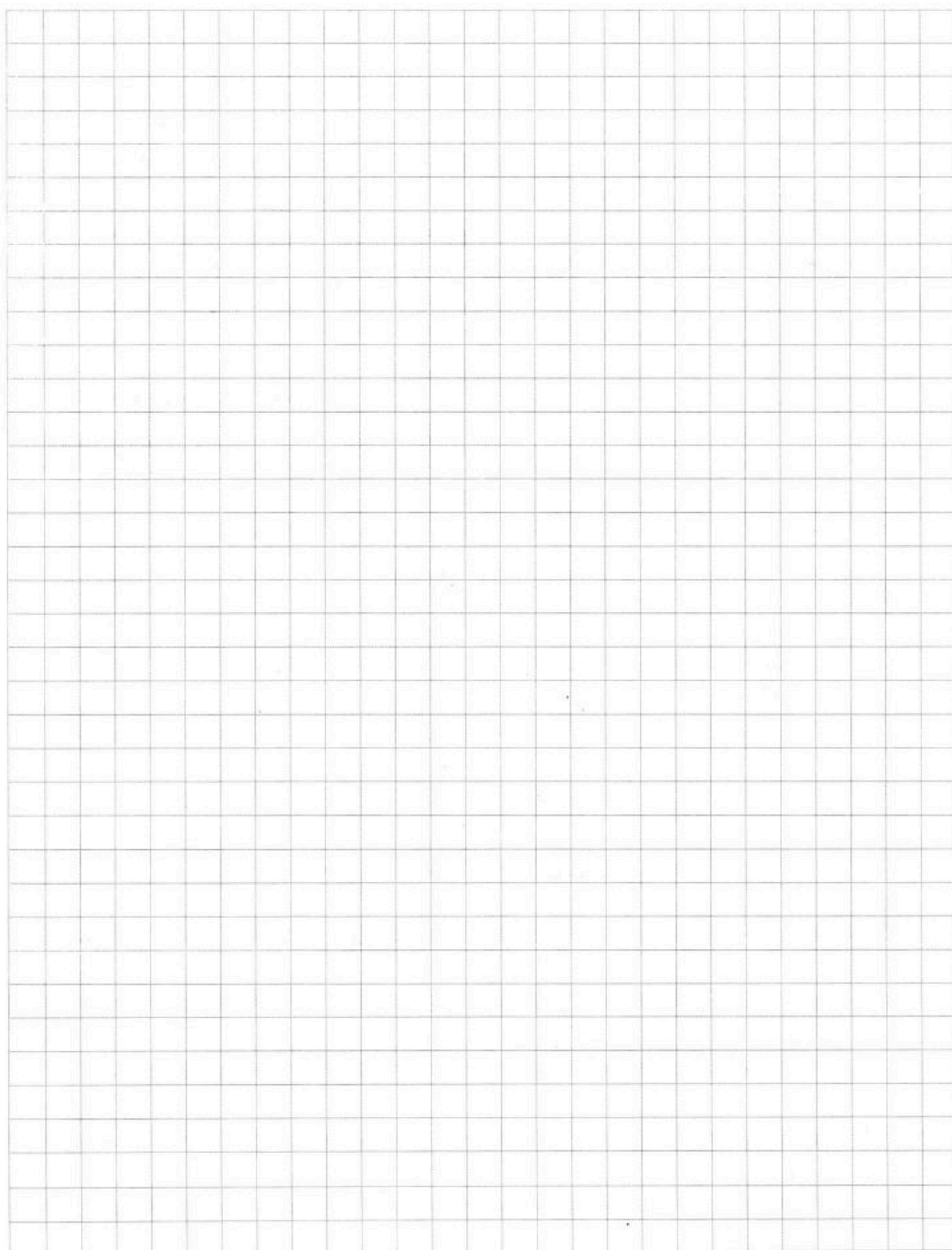


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



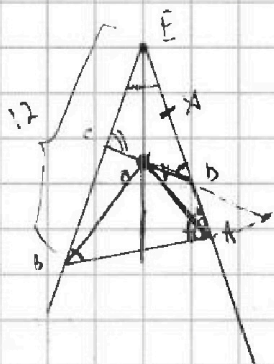


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

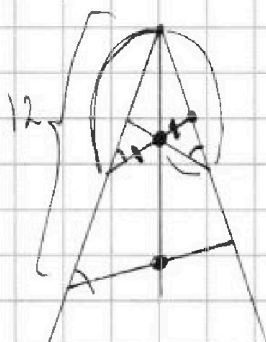
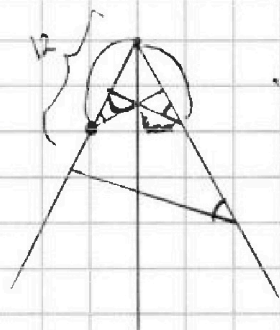
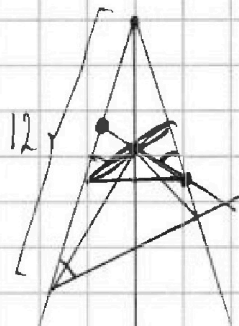
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



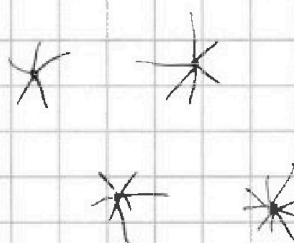
$$\frac{ED}{CD} = \frac{BE}{AB}$$

$$\frac{ED}{EC} = \frac{EB}{EA} = \frac{DO}{OC}$$

$$DO + ED =$$



гипот.



$$2 + 6 + 7 + 5 = 20$$

$$-4 \cdot 27 + 1 = 26 \text{ мм}$$

$$0 \text{ мм} \leq \text{мм} 57$$

$$(4 \cdot 27 + 1) \text{ мм}$$

$$0 \text{ мм} \leq 1 \text{ (4 \cdot 27 + 1) мм}$$

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

$$2x - 2y - x^2 - y^2$$

$$① 2x - 2y - x^2 - y^2 = 1 ; 1 - |x - y - 1| = 1$$

$$② 2x - 2y - x^2 - y^2 = 0 ; 1 - |x - y - 1| = 0$$

$$③ 2x - 2y - x^2 - y^2 = 4 ; 1 - |x - y - 1| = 0$$

$$\text{так } x - y - 1 \in [-1; 1]$$

$$x - y \in [-2; 0]$$

$$2x - 2y - x^2 - y^2 > 0$$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ 2x - x^2 &\in (-\infty; 1] \\ -2y - y^2 &\in (-\infty; 1] \\ y &= 0 \quad [-\infty; 2] \\ &[0; 2] \end{aligned}$$



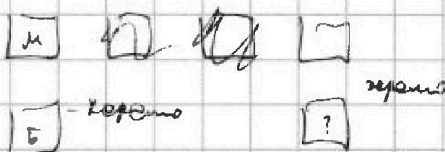
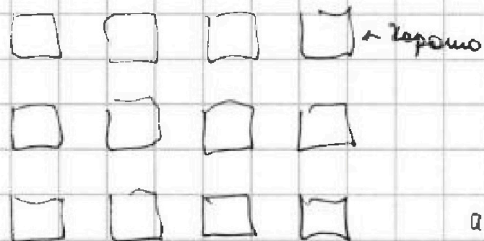
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$a_1; a_2; \dots; a_n$

① За a_{10} можно не искать

② За a_{10} можно искать только a_{11}

a_1 a_4 a_7 a_{10}

a_1 a_3 a_5 a_7

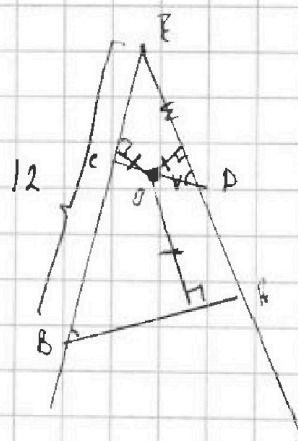
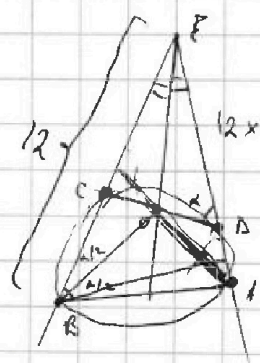
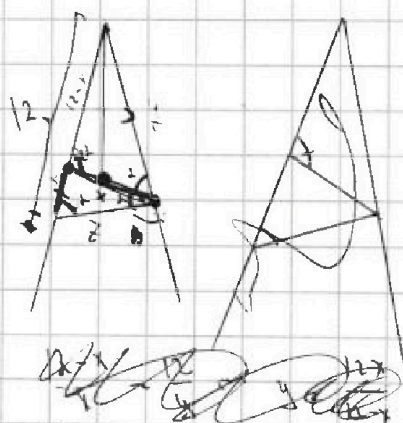
12+11

a_2 a_5 a_6 a_{11}

a_4 a_{10} a_7 a_5

a_3 a_6 a_9

a_9 a_{11} a_{11} a_6



$$\begin{cases} \frac{12}{z} = \frac{y}{x} \Rightarrow z = \frac{12x}{y} \\ \frac{12-x}{x} = \frac{y}{z} \Rightarrow \frac{12-x}{x} = \frac{y^2}{12x} \Rightarrow y^2 = 144-12x \end{cases}$$

$$y = \frac{y}{12-x} \cdot x = \frac{\sqrt{144-12x}}{12-x} \cdot x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$D = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 4t^2 + 36 \geq 0$$

$$x = \frac{-2t^2 \pm \sqrt{4t^2 + 36}}{2} = -t^2 \pm \sqrt{t^2 + 9} - 2\sqrt{2}t$$

$$x_1, x_2 = -t^2 \pm \sqrt{t^2 + 9} - 2\sqrt{2}t$$

$$x_1 \cdot x_2 = 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow t^2 \in (1; +\infty) \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

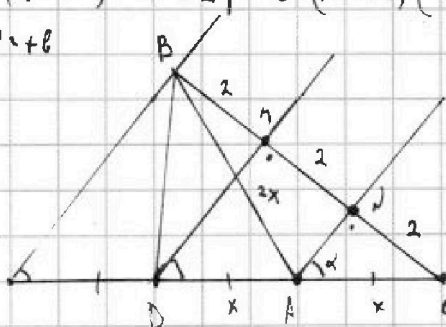
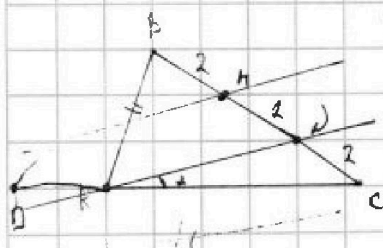
$$x_1 + x_2 = -4\sqrt{2}t$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)(a+b) = 19p^4 = (12+2b)(15+2b) = 19p^4$$

$$12 + 2b = 2^4 = 16 \Rightarrow b = 2; a = 14$$

$$\cos(2\angle D) = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2\angle = -\frac{3}{4}$$



$$\cos 2\angle = \cos^2 \angle - \sin^2 \angle$$

$$\cos 60^\circ = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \angle BAC = \frac{x^2 + 4x^2 - 6^2}{2x^2} = \frac{5x^2 - 36}{2x^2}$$

$$4 = x^2 + 4x^2 + 2x \cdot 4x \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \Rightarrow 4x^2 + 4,5x \cdot 4x + x^2 - 4 = 0$$

$$D = 2,25x^2 - 4x + 16 = 16 - 1,75x^2$$

$$4x = \frac{\pm \sqrt{16 - 1,75x^2} - 4,5x}{2} \Rightarrow 4x = \frac{\sqrt{16 - 1,75x^2} - 4,5x}{2}$$

$$2\sin^2 \angle - \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow 2\sin^2 \angle = \frac{7}{4} \Rightarrow \sin^2 \angle = \frac{7}{8} \Rightarrow \sin \angle = \sqrt{\frac{7}{8}}$$

$$\frac{2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6^2 - 2x^2}{2} = 2x^2 \Rightarrow 12 \cdot 6 + 72^2 = 12x^2 \Rightarrow x = \sqrt{8x^2 - 6^2}$$