



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
 2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
 3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
 4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.
- Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
 6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
 7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$x^2 + 4\sqrt{t}x + 9t^2 - 9 = 0$$

По теореме обратной теореме Виета произведение корней равно свободному члену $9t^2 - 9$

Чтобы у квадратного уравнения было два различных действительных корня, нужно, чтобы его дискриминант был строго больше нуля.

Получаем систему:

$$\begin{cases} 9t^2 - 9 \geq 0 \quad | :9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4\sqrt{t})^2 - 4(9t^2 - 9) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 - 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32t^2 - 36t^2 + 36 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t+1)(t-1) \geq 0 \end{cases}$$

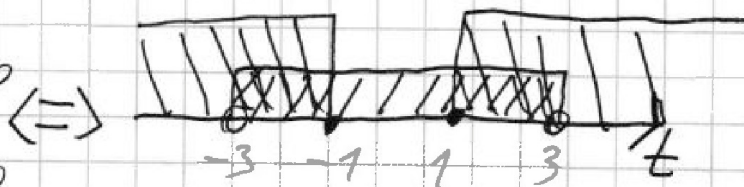
$$\begin{cases} -4t^2 + 36 > 0 \quad | : (-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t+1)(t-1) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 - 9 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t+1)(t-1) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t-3)(t+3) < 0 \end{cases}$$



$$t \in (-3; -1] \cup [1; 3)$$

$$\text{Ответ. } t \in (-3; -1] \cup [1; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - b = 12 \Rightarrow a = 12 + b \quad \sqrt{2}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

Приведем подстановку $a = 12 + b$

$$(12+b+b)(12+b+b+3) = 19p^4$$

$$2(b+b)(2b+15) = 19p^4$$

a и b — натуральные числа, а значит $2(b+b)(2b+15)$ — тоже натуральное число.

Слева у нас число, кратное 2 $\Rightarrow$ справа у нас тоже будет число, кратное 2. Поскольку единственное простое четное число — 2, то p должно быть равным 2, чтобы выполнялось условие кратности 2. Получим:

$$2(b+b)(2b+15) = 19 \cdot 2^4 \quad |:2$$

$$2b^2 + 15b + 12b + 90 = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 27b + 90 - 152 = 0$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 27^2 - 4 \cdot 2(-62) = 27^2 + 16 \cdot 31 = 729 + 496 = 1225 = 35^2$$

$$b_1 = \frac{-27 - 35}{2 \cdot 2} = -\frac{62}{4} = -15,5 - \text{не соотв. условию, что } b \in \mathbb{N}$$

$$b_2 = \frac{-27 + 35}{2 \cdot 2} = \frac{8}{4} = 2 - \text{соотв. условию, что } b \in \mathbb{N}$$

$$b = 2$$

$$a = 12 + b$$

$$a = 12 + 2 = 14$$

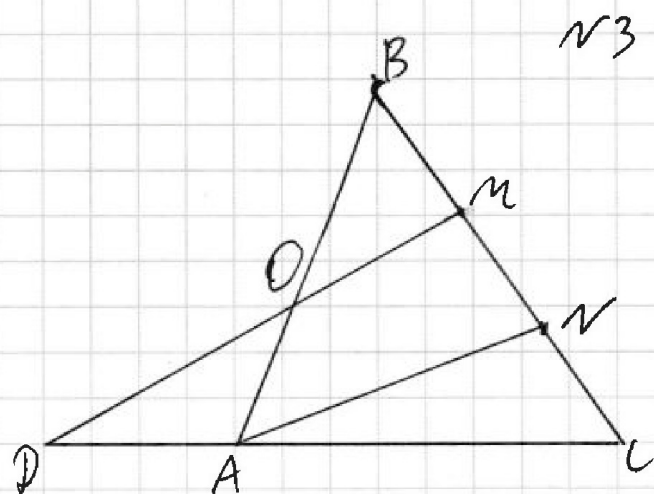
$$\text{Ответ. } a = 14, b = 2$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$

$$BM = MN = NC,$$

$$MD \parallel AN$$

$$AB = CD,$$

$$BC = 6,$$

$$\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$$

Найти: AB

Решение

Обозначим точку пересечения AB и MD , как O

$$OM \parallel AN \Rightarrow \angle BMO = \angle BNA \text{ (соответственные),}$$

$$\angle BOM = \angle BAN \text{ (соответственные)}$$

Рассмотрим $\triangle OBM$ и $\triangle ABN$:

$$\angle B - \text{общий, } \angle BMO = \angle BNA, \angle BOM = \angle BAN \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle OBM \sim \triangle ABN \text{ по двум углам} \Rightarrow \frac{BM}{BN} = \frac{BO}{AB}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{BO}{AB} \Rightarrow AB = 2BO \Rightarrow AO = OB$$

Запишем теорему Менелая для $\triangle ABC$ и секущей MD

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CD}{AD} \cdot \frac{AO}{OB} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{CD}{AD} \cdot \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow CD = 2AD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CA = AD$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = CD$$

$$AB = 2AO$$

$$CD = 2AD$$

$$2AO = 2AD$$

$$AO = \overset{A}{D} \Rightarrow \Delta DAO - \text{равнобедр.}, \text{ пусть } AO = \overset{A}{D} = x = AC = OB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = 2x$$

Пусть $\angle BOM = \alpha$, тогда $\angle BOM = \angle BAN = \alpha$ (вертикальные),

$\angle BON = \angle DOA = \alpha$ (вертикальные), $\angle DOA = \angle ADO = \alpha$, тогда ΔDAO - равнобедр.

$$\angle BAC = \angle CAN + \alpha, \angle BAC - \text{внешний к } \Delta DAO \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BAC = \alpha + \alpha$$

$$\angle CAN + \alpha = 2\alpha$$

$$\angle CAN = \alpha \Rightarrow \angle BAC = 2\alpha = 2\angle CAN$$

Затем применим косинусов для стороны BC ΔABC

$$AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC = BC^2$$

$$(2x)^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \cos(2\angle CAN) = 6^2$$

$$5x^2 - 4x^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - 36 = 0$$

$$5x^2 + 3x^2 - 36 = 0$$

$$8x^2 = 36$$

$$x^2 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}, AB = 2x = 2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$.

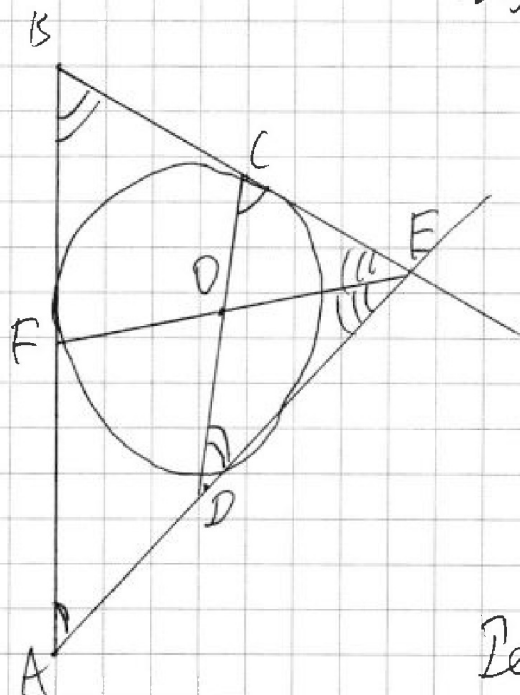


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

ABCD - выпуклый четырехугольник

$$BE = 12$$

$$OE \perp CD$$

Найти:

$$\max(ED + DO) = ?$$

Решение

Так как ABCD - выпуклый четырехугольник, то $\angle BAD + \angle BCD = \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ \Rightarrow \angle BAD = \angle DCE$,
 $\angle ABC = \angle CDE$.

Значит $\triangle CDE \sim \triangle ABE$ по двум углам:

$$\frac{CE}{AE} = \frac{CD}{AB} = \frac{DE}{BE} \Rightarrow ED = \frac{BE \cdot CE}{AE} = 12 \frac{CE}{AE}$$

Проведем биссектрису EF, которая пересекает CD в точке O. По свойству биссектрисы:

$$\frac{OC}{CE} = \frac{OD}{DE} \Rightarrow OD = \frac{OC \cdot ED}{CE}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$EP + PO = 12 \frac{CE}{AE} + \frac{OC \cdot EP}{CE} = 12 \frac{CE}{AE} + 12 \frac{CE}{AE} \cdot \frac{OC}{CE} = 12 \frac{CE}{AE} +$$

$$+ 12 \frac{OC}{AE} = 12 \frac{OC + CE}{AE}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Я написал возле вопроса ^{№6} деревни город, поэтому будем считать, что это село и т.д. Заменяя, что можно жить из одной деревни в другую был единичным, нужно, чтобы мир не было замкнутой фигур, иначе путей будет несколько. Предполагая, что у нас будет какой-то город, который мы обозначим как центральный, известно какой из ~~маленьких~~ деревень городов будет центральным - какой из них будет центральным - ~~тогда~~ ~~мы~~ ~~найдем~~ ~~на~~ ~~этом~~ ~~решении~~. Из заданного города есть путь в n городов. Будем какой-то из n городов и путь из него будет состоять из $n-1$ путей. Аналогично будем для двух других городов. (n - количество дорог из города). Тогда всего городов будет:
 $1 + 5 - 1 + 6 - 1 + 7 - 1 + 9 - 1 + 1 = 1 + 4 + 5 + 6 + 9 = 25$
Ответ. 25.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2 \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

Поскольку $x, y \in \mathbb{Z}$, то $|x-y-1|$ принимает только целые значения и в виду неотрицательности подкоренного выражения, может быть равно, либо 0, либо 1. Рассмотрим все случаи!

$$\text{I } |x-y-1|=0$$

$$x-y-1=0$$

$$x=1+y$$

Подставим

$$\sqrt{2(1+y)-2y-(1+y)^2-y^2} + \sqrt{1-0} = 2$$

$$\sqrt{2+2y-2y-1-2y-y^2-y^2} + 1 = 2$$

$$\sqrt{1-2y-2y^2} = 1$$

$$1-2y-2y^2=1 \quad | : (-1) |$$

$$2y^2+2y=0 \quad | : 2 |$$

$$y(y+1)=0$$

$$y=0 \\ x=1 \quad (1; 0)$$

или

$$y=-1 \\ x=0 \quad (0; -1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II $|x-y-1|=1$

$$x-y-1=-1$$

$$x=y$$

Подставим

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2} + \sqrt{1-1} = 2$$

$$\sqrt{-2x^2} = 2$$

$$-2x^2 = 4 \quad | : (-2)$$

$$x^2 = -2$$

Получили, что x не существует.

III $|x-y-1|=1$

$$x-y-1=1$$

$$x=y+2$$

Подставим

$$\sqrt{2(y+2)-2y-(y+2)^2-y^2} + \sqrt{1-1} = 2$$

$$\sqrt{2y+4-2y-y^2-4y-4-y^2} = 2$$

$$\sqrt{-2y^2-4y} = 2$$

$$-2y^2-4y = 4 \quad | : (-2)$$

$$y^2+2y = -2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + 2y + 2 = 0$$

$D = 4 - 4 \cdot 2 = -4 \Rightarrow$ корней нет

Получили только две пары: $(1; 0)$, $(0; -1)$

Ответ: $(1; 0)$, $(0; -1)$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 - 2y - 2 = 0$$

$$D \Rightarrow 4 \pm 4 \cdot 2 = 12$$

не совм. уст.

III

$$x - y - 1 = -1$$

$$x - y = 0$$

$$x = y$$

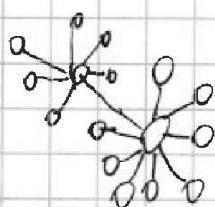
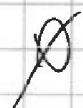
~~$$\sqrt{2x-2y-x^2-x^2}$$~~

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2} = 2$$

$$\sqrt{-2x^2} = 2$$

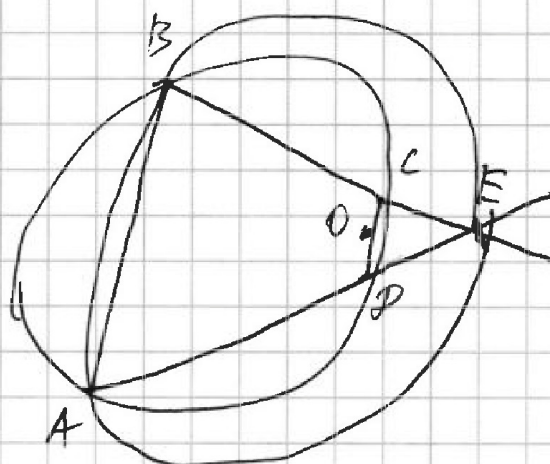
$$-2x^2 = 4$$

$$x^2 = -2$$



$$1 + 9 + 6 + 5 + 4 = 25$$

$$4 + 5 + 6 + 8 = 23$$

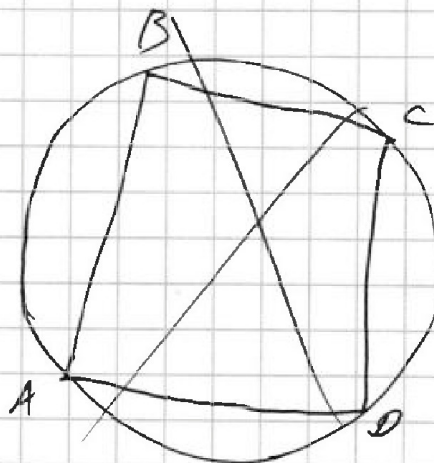


$ED + OD = \max$

$$BE = 12$$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
48 68

			x
			11
			0



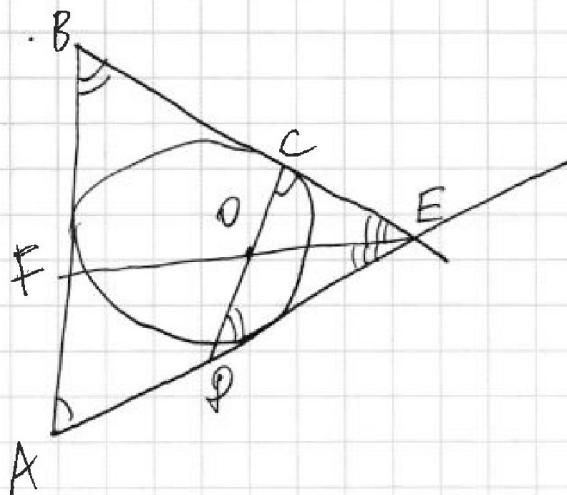


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle A + \angle C = 120^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 120^\circ$$

$$DE \perp CD$$

$$BE = 12$$

$$ED + DO = \max - ?$$

$$\triangle CRE \sim \triangle ABE$$

$$\frac{CE}{AE} = \frac{DE}{BE} = K$$

$$ED = K \cdot BE$$

$$ED = BE \cdot \frac{CE}{AE} = 12 \frac{CE}{AE}$$

$$ED + \frac{OC \cdot DE}{CE} = ED \left(1 + \frac{OC}{CE} \right) = ED \left(\frac{CE + OC}{CE} \right)$$

$$ED + OD = 12 \frac{CE}{AE} + 12 \frac{OC}{AE} = 12 \frac{CE + OC}{AE} = 12 \cdot \frac{AE + AF}{AE \cdot CE}$$

$$= 12 \frac{AE + AF}{CE}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\triangle ABC$ и MP

~~$3x^2 - 4x - 3$~~

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CP}{PA} \cdot \frac{AO}{OB} = 1$$

$$x^2 + 4x^2 - 2 \cdot x \cdot 2x \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 36$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{CP}{AP} = 1$$

$$5x^2 + 3x - 36 = 0$$

$$D = 9 + 20 \cdot 36 = 9(1 + 20 \cdot 4) = 9 \cdot 81$$

$$\frac{CP}{AP} = \frac{2}{1}$$

$$x_1 = \frac{-3 - 3 \cdot 9}{10} = -3$$

$$CA = AP$$

$$x_2 = \frac{-3 + 3 \cdot 9}{10} = \frac{24}{10} = 2,4$$

$$2x = 4,8$$

$$AB = 4,8$$

$$|x - y - 1| = 0; 1$$

$$I \quad x - y - 1 = 0$$

$$x - y = 1$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 1$$

$$x = 1 + y$$

$$\sqrt{2x^2 - 2y - (1+y)^2 - y^2} + 1 = 2$$

$$II \quad x - y - 1 = 1$$

$$x - y = 2$$

$$x = 2 + y$$

$$\sqrt{2 - 1 - 2y - y^2 - y^2} = 1$$

$$\sqrt{1 - 2y - 2y^2} = 1$$

$$\sqrt{4 + 2y - 2y - (2+y)^2 - y^2} = 2$$

$$1 - 2y - 2y^2 = 1$$

$$-2y - 2y^2 = 0$$

$$\sqrt{4 - 4 - 4y - y^2 - y^2} = 2$$

$$-4y - 2y^2 = 4$$

$$2y - y^2 = -2$$

$$y(1+y) = 0$$

$$y = 0$$

$$x = 1$$

$$y = -1$$

$$x = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x-y-1} = 2$$

$$\sqrt{1-x-y-1} = 6$$

$$|x-y-1| = 7$$

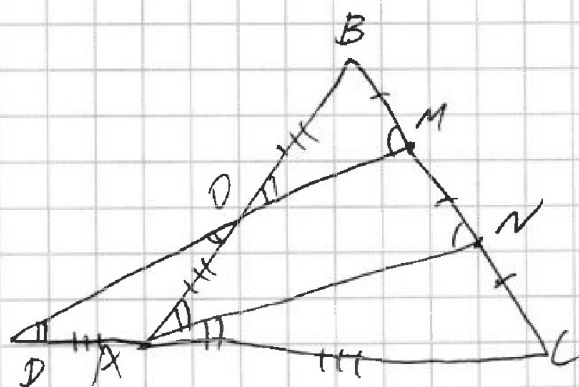
$$x^2+y^2+1-2x+2y-2xy = 1$$

~~AB~~

$$\sqrt{-1-2xy} + 0 = 2$$

			11
			0

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} = \sqrt{2(x-y)(1-x-y)-2xy} = \sqrt{(x-y)(2-x+y)-2xy}$$



$$AB = CD$$

$$2\alpha = \angle A$$

$$BC = 6$$

$$\cos(2\angle CAM) = -\frac{3}{4}$$

$$AB = ?$$

$$\cos(2\angle CAM) = 2\cos^2(\angle CAM) - 1$$

$$2\cos^2(\angle CAM) = \frac{1}{4}$$

$$\cos^2(\angle CAM) = \frac{1}{8}$$

$$\cos(\angle CAM) = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☒3
☒4
☒5
☒6
☒7
☒СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 2^4$$

$$(b+6)(2b+15) = 19 \cdot 8$$

$$2b^2 + 15b + 12b + 90 = 152$$

$$2b^2 + 27b - 62 = 0$$

$$D = 27^2 + 2 \cdot 4 \cdot 62 = 27^2 + 2^4 \cdot 31 = 429 + 496 = 1225$$

$$t \cdot (t+3) = 19 \cdot 2^4 \quad b = \frac{-27 \pm 35}{4} \quad b_1 = \frac{-27 - 35 - 62}{4} =$$

$$t^2 + 3t - 19 \cdot 16 = 0 \quad b = \frac{-27 + 35}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$D = 9 + 19 \cdot 4 \cdot 16 = 9 + 4 \cdot 304 = 9 + 1216 = 1225 = 35^2$$

$$35^2 = (30+5)^2 = 900 + 300 + 25 = 1225$$

$$t = \frac{-3 \pm 35}{2}$$

$$b_1 = \frac{-3 - 35}{2} = \frac{-38}{2} = -19$$

$$b_2 = \frac{-3 + 35}{2} = 16$$

$$a+b = 16$$

$$a-b = 12$$

$$2a = 28$$

$$\boxed{a=14}$$

$$\boxed{b=2}$$

$$31 \cdot 16 = 16(30+1) = 480 + 16 = 496$$

$$27^2 = (20+7)^2 = 400 + 280 + 49 = 680 + 49 = 729$$



1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow \Delta \geq 0$$

$$9t^2 - 9 \geq 0$$

$$t^2 - 1 \geq 0$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$t \in (-\infty; -1] \cup [1; \infty)$$

$$\Delta \geq 0$$

$$(4\sqrt{2}t)^2 - 4(9t^2 - 9) \geq 0$$

$$32t^2 - 36t^2 + 36 \geq 0$$

$$-4t^2 + 36 \geq 0$$

$$t^2 - 9 \leq 0$$

$$t \in [-3; 3]$$



$$a+b=p$$

$$a+b+3=19p^3$$

$$p+3=19p^3$$

$$\text{Answer. } t \in [-1; 1]$$

$$a-b=12 \quad a=12+b$$

$$\Delta = 9 + 4 \cdot 19p^4 = 9 + 76p^4$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 76p^4}}{2}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^4$$

$$(a+b)(a+b+3) = 19p^4$$

$$a+b=t$$

$$19p^4 = 19 \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p$$

$$a+b=1$$

$$a+b=19$$

$$a+b+3=19p^4$$

$$a+b+3=19p^4$$

$$4=19p^4$$

$$22=p^4$$

$$t^2 + 3t - 19p^4 = 0$$

$$(2b+12)(2b+15) = 19p^4$$

$$2(b+6)(2b+15) = 19p^4$$

$$p=2$$