



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парты перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколько способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}t x + 4t^2 - 4 = 0 \quad \text{н.1.}$$

2 верное $\Rightarrow D > 0$

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot (4t^2 - 4) =$$

$$= 12t^2 - 16t^2 + 16 = \cancel{16t^2} - 4t^2 + 16$$

$$-4t^2 + 16 > 0, \quad | : (-4)$$

$$t^2 - 4 < 0$$

$$(t-2)(t+2) < 0$$

$$t \in (-2; 2)$$

$$x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow \text{no } t. \text{ Видим:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4,$$

$$4t^2 - 4 > 0 \quad | : 4$$

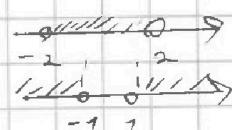
$$t^2 - 1 > 0$$

$$(t-1)(t+1) > 0$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

Получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} t \in (-2; 2) \\ t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \end{array} \right.$$



$$\Leftrightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

Ответ. $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in N$$

$$a+b = 40$$

№ 2.

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b =$$

$$= 14p^5$$

10 - практике.

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) =$$

$$= (a-b)(a-b+15).$$

$14p^5$ можно разложить на 2 множителя
такие:

$$14p^5 = 1 \cdot 14p^5$$

$$\text{Заменим } a = 40 - b \quad (-1) \cdot (-14p^5)$$

$$(40-b-b)(40-b) = 14 \cdot$$

$$(40-b-b)(40-b-b+15) = (40-2b) \cdot$$

$$\cdot (55-2b)$$

Заменим, что ~~одно~~ одно из чисел
 $(40-2b)$ и $(55-2b)$ всегда будет
четным \Rightarrow их произведение тоже
четно. (Парные можно считать 2 за условие)

$\Rightarrow 14p^5$ тоже четно. Единственное
простое p , при котором это возможно,
это $p = 2$.

Значит,

$$(40-2b) \cdot (55-2b) = 14 \cdot 2^5 = 14 \cdot 32$$

$$2(20-b) \cdot (55-2b) = 14 \cdot 32 \cdot 16$$

$$(20-b)(55-2b) = 14 \cdot 16$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 16 \\ \hline 102 \\ 14 \\ \hline 224 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & 1100 - 40b - 55b + 2b^2 - 242 = 0 \\
 & 2b^2 - 95b + 828 = 0 \\
 & D = 95^2 - 4 \cdot 2 \cdot 828 = 49^2 \\
 & 2 \cdot 30 - 95 \cdot 36 + 828 = \\
 & = \\
 & \frac{95+49}{4} = \boxed{36} \\
 & \frac{46}{2} = \boxed{23} \\
 & 23 \cdot 2 = \boxed{46} \\
 & 18 \cdot 42 = \boxed{756} \\
 & 1100 - 242 = \boxed{858} \\
 & 858 \times 2 = \boxed{1716} \\
 & 1716 - 242 = \boxed{1474} \\
 & 1474 \times 2 = \boxed{2948} \\
 & 2948 - 242 = \boxed{2706} \\
 & 2706 \times 2 = \boxed{5412} \\
 & 5412 - 242 = \boxed{5170} \\
 & 5170 \times 2 = \boxed{10340} \\
 & 10340 - 242 = \boxed{10100} \\
 & 10100 \times 2 = \boxed{20200} \\
 & 20200 - 242 = \boxed{19958} \\
 & 19958 \times 2 = \boxed{39916} \\
 & 39916 - 242 = \boxed{39674} \\
 & 39674 \times 2 = \boxed{79348} \\
 & 79348 - 242 = \boxed{79106} \\
 & 79106 \times 2 = \boxed{158212} \\
 & 158212 - 242 = \boxed{157970} \\
 & 157970 \times 2 = \boxed{315940} \\
 & 315940 - 242 = \boxed{315708} \\
 & 315708 \times 2 = \boxed{631416} \\
 & 631416 - 242 = \boxed{631174} \\
 & 631174 \times 2 = \boxed{1262348} \\
 & 1262348 - 242 = \boxed{1262106} \\
 & 1262106 \times 2 = \boxed{2524212} \\
 & 2524212 - 242 = \boxed{2523970} \\
 & 2523970 \times 2 = \boxed{5047940} \\
 & 5047940 - 242 = \boxed{5047708} \\
 & 5047708 \times 2 = \boxed{10095416} \\
 & 10095416 - 242 = \boxed{10095174} \\
 & 10095174 \times 2 = \boxed{20190348} \\
 & 20190348 - 242 = \boxed{20188006} \\
 & 20188006 \times 2 = \boxed{40376012} \\
 & 40376012 - 242 = \boxed{40373570} \\
 & 40373570 \times 2 = \boxed{80747140} \\
 & 80747140 - 242 = \boxed{80744718} \\
 & 80744718 \times 2 = \boxed{161489436} \\
 & 161489436 - 242 = \boxed{161487004} \\
 & 161487004 \times 2 = \boxed{322974008} \\
 & 322974008 - 242 = \boxed{322971566} \\
 & 322971566 \times 2 = \boxed{645943132} \\
 & 645943132 - 242 = \boxed{645940700} \\
 & 645940700 \times 2 = \boxed{1291881400} \\
 & 1291881400 - 242 = \boxed{1291878958} \\
 & 1291878958 \times 2 = \boxed{2583757916} \\
 & 2583757916 - 242 = \boxed{2583755474} \\
 & 2583755474 \times 2 = \boxed{5167510948} \\
 & 5167510948 - 242 = \boxed{5167508506} \\
 & 5167508506 \times 2 = \boxed{10335017012} \\
 & 10335017012 - 242 = \boxed{10335014770} \\
 & 10335014770 \times 2 = \boxed{20670029540} \\
 & 20670029540 - 242 = \boxed{20670027118} \\
 & 20670027118 \times 2 = \boxed{41340054236} \\
 & 41340054236 - 242 = \boxed{41340051804} \\
 & 41340051804 \times 2 = \boxed{82680103608} \\
 & 82680103608 - 242 = \boxed{82680081166} \\
 & 82680081166 \times 2 = \boxed{165360162332} \\
 & 165360162332 - 242 = \boxed{165360137910} \\
 & 165360137910 \times 2 = \boxed{330720275820} \\
 & 330720275820 - 242 = \boxed{330720251578} \\
 & 330720251578 \times 2 = \boxed{661440503156} \\
 & 661440503156 - 242 = \boxed{661440478714} \\
 & 661440478714 \times 2 = \boxed{1322880957428} \\
 & 1322880957428 - 242 = \boxed{1322880715186} \\
 & 1322880715186 \times 2 = \boxed{2645761430372} \\
 & 2645761430372 - 242 = \boxed{2645761186930} \\
 & 2645761186930 \times 2 = \boxed{5291522373860} \\
 & 5291522373860 - 242 = \boxed{5291522149618} \\
 & 5291522149618 \times 2 = \boxed{10583044299236} \\
 & 10583044299236 - 242 = \boxed{10583044055014} \\
 & 10583044055014 \times 2 = \boxed{21166088110028} \\
 & 21166088110028 - 242 = \boxed{21166087867806} \\
 & 21166087867806 \times 2 = \boxed{42332175735612} \\
 & 42332175735612 - 242 = \boxed{42332175492400} \\
 & 42332175492400 \times 2 = \boxed{84664350984800} \\
 & 84664350984800 - 242 = \boxed{84664350742598} \\
 & 84664350742598 \times 2 = \boxed{169328701485196} \\
 & 169328701485196 - 242 = \boxed{169328699237984} \\
 & 169328699237984 \times 2 = \boxed{338657398475968} \\
 & 338657398475968 - 242 = \boxed{338657396025726} \\
 & 338657396025726 \times 2 = \boxed{677314792051452} \\
 & 677314792051452 - 242 = \boxed{677314790809210} \\
 & 677314790809210 \times 2 = \boxed{1354629581618420} \\
 & 1354629581618420 - 242 = \boxed{1354629569176198} \\
 & 1354629569176198 \times 2 = \boxed{2709259138352396} \\
 & 2709259138352396 - 242 = \boxed{2709259125900104} \\
 & 2709259125900104 \times 2 = \boxed{5418518251800208} \\
 & 5418518251800208 - 242 = \boxed{5418518239380000} \\
 & 5418518239380000 \times 2 = \boxed{10837036478760000} \\
 & 10837036478760000 - 242 = \boxed{10837036454880000} \\
 & 10837036454880000 \times 2 = \boxed{21674072909760000} \\
 & 21674072909760000 - 242 = \boxed{21674072885240000} \\
 & 21674072885240000 \times 2 = \boxed{43348145770480000} \\
 & 43348145770480000 - 242 = \boxed{43348145746160000} \\
 & 43348145746160000 \times 2 = \boxed{86696291492320000} \\
 & 86696291492320000 - 242 = \boxed{86696291467800000} \\
 & 86696291467800000 \times 2 = \boxed{173392582935600000} \\
 & 173392582935600000 - 242 = \boxed{173392582791400000} \\
 & 173392582791400000 \times 2 = \boxed{346785165582800000} \\
 & 346785165582800000 - 242 = \boxed{346785165458600000} \\
 & 346785165458600000 \times 2 = \boxed{693570330917200000} \\
 & 693570330917200000 - 242 = \boxed{693570330782900000} \\
 & 693570330782900000 \times 2 = \boxed{1387140661565800000} \\
 & 1387140661565800000 - 242 = \boxed{1387140661331600000} \\
 & 1387140661331600000 \times 2 = \boxed{2774281322663200000} \\
 & 2774281322663200000 - 242 = \boxed{2774281322428800000} \\
 & 2774281322428800000 \times 2 = \boxed{5548562644857600000} \\
 & 5548562644857600000 - 242 = \boxed{5548562644613200000} \\
 & 5548562644613200000 \times 2 = \boxed{1109712528922600000} \\
 & 1109712528922600000 - 242 = \boxed{1109712528678200000} \\
 & 1109712528678200000 \times 2 = \boxed{2219425057356400000} \\
 & 2219425057356400000 - 242 = \boxed{2219425057112000000} \\
 & 2219425057112000000 \times 2 = \boxed{4438850114224000000} \\
 & 4438850114224000000 - 242 = \boxed{4438850113980000000} \\
 & 4438850113980000000 \times 2 = \boxed{8877700227960000000} \\
 & 8877700227960000000 - 242 = \boxed{8877700227717600000} \\
 & 8877700227717600000 \times 2 = \boxed{17755400455435200000} \\
 & 17755400455435200000 - 242 = \boxed{17755400453991000000} \\
 & 17755400453991000000 \times 2 = \boxed{35510800907982000000} \\
 & 35510800907982000000 - 242 = \boxed{35510800906540000000} \\
 & 35510800906540000000 \times 2 = \boxed{71021601813080000000} \\
 & 71021601813080000000 - 242 = \boxed{71021601811640000000} \\
 & 71021601811640000000 \times 2 = \boxed{142043203623280000000} \\
 & 142043203623280000000 - 242 = \boxed{142043203610840000000} \\
 & 142043203610840000000 \times 2 = \boxed{284086407221680000000} \\
 & 284086407221680000000 - 242 = \boxed{284086407208240000000} \\
 & 284086407208240000000 \times 2 = \boxed{568172814416480000000} \\
 & 568172814416480000000 - 242 = \boxed{568172814393040000000} \\
 & 568172814393040000000 \times 2 = \boxed{1136345628786080000000} \\
 & 1136345628786080000000 - 242 = \boxed{1136345628652640000000} \\
 & 1136345628652640000000 \times 2 = \boxed{2272691257305280000000} \\
 & 2272691257305280000000 - 242 = \boxed{2272691257171840000000} \\
 & 2272691257171840000000 \times 2 = \boxed{4545382514343680000000} \\
 & 4545382514343680000000 - 242 = \boxed{4545382514210240000000} \\
 & 4545382514210240000000 \times 2 = \boxed{9090765028420480000000} \\
 & 9090765028420480000000 - 242 = \boxed{9090765028287040000000} \\
 & 9090765028287040000000 \times 2 = \boxed{18181530056574080000000} \\
 & 18181530056574080000000 - 242 = \boxed{18181530055340640000000} \\
 & 18181530055340640000000 \times 2 = \boxed{36363060110681280000000} \\
 & 36363060110681280000000 - 242 = \boxed{36363060109447840000000} \\
 & 36363060109447840000000 \times 2 = \boxed{72726120218895680000000} \\
 & 72726120218895680000000 - 242 = \boxed{72726120217662240000000} \\
 & 72726120217662240000000 \times 2 = \boxed{14545224043532480000000} \\
 & 14545224043532480000000 - 242 = \boxed{14545224042300000000000} \\
 & 14545224042300000000000 \times 2 = \boxed{29090448084600000000000} \\
 & 29090448084600000000000 - 242 = \boxed{29090448083367560000000} \\
 & 29090448083367560000000 \times 2 = \boxed{58180896166735120000000} \\
 & 58180896166735120000000 - 242 = \boxed{58180896165492640000000} \\
 & 58180896165492640000000 \times 2 = \boxed{116361792330985280000000} \\
 & 116361792330985280000000 - 242 = \boxed{116361792328659840000000} \\
 & 116361792328659840000000 \times 2 = \boxed{232723584657319680000000} \\
 & 232723584657319680000000 - 242 = \boxed{232723584655000000000000} \\
 & 232723584655000000000000 \times 2 = \boxed{465447169310000000000000} \\
 & 465447169310000000000000 - 242 = \boxed{465447169286900000000000} \\
 & 465447169286900000000000 \times 2 = \boxed{930894338573800000000000} \\
 & 930894338573800000000000 - 242 = \boxed{930894338550500000000000} \\
 & 930894338550500000000000 \times 2 = \boxed{1861788677101000000000000} \\
 & 1861788677101000000000000 - 242 = \boxed{1861788676867800000000000} \\
 & 1861788676867800000000000 \times 2 = \boxed{3723577353735600000000000} \\
 & 3723577353735600000000000 - 242 = \boxed{3723577353502300000000000} \\
 & 3723577353502300000000000 \times 2 = \boxed{7447154707004600000000000} \\
 & 7447154707004600000000000 - 242 = \boxed{7447154706771300000000000} \\
 & 7447154706771300000000000 \times 2 = \boxed{14894309413542600000000000} \\
 & 14894309413542600000000000 - 242 = \boxed{14894309413310000000000000} \\
 & 14894309413310000000000000 \times 2 = \boxed{29788618826620000000000000} \\
 & 29788618826620000000000000 - 242 = \boxed{29788618826386000000000000} \\
 & 29788618826386000000000000 \times 2 = \boxed{59577237652772000000000000} \\
 & 59577237652772000000000000 - 242 = \boxed{59577237650538000000000000} \\
 & 59577237650538000000000000 \times 2 = \boxed{119154475301076000000000000} \\
 & 119154475301076000000000000 - 242 = \boxed{119154475298842000000000000} \\
 & 119154475298842000000000000 \times 2 = \boxed{238308950597684000000000000} \\
 & 238308950597684000000000000 - 242 = \boxed{238308950595450000000000000} \\
 & 238308950595450000000000000 \times 2 = \boxed{476617901190900000000000000} \\
 & 476617901190900000000000000 - 242 = \boxed{476617901188660000000000000} \\
 & 476617901188660000000000000 \times 2 = \boxed{953235802377320000000000000} \\
 & 953235802377320000000000000 - 242 = \boxed{953235802375080000000000000} \\
 & 953235802375080000000000000 \times 2 = \boxed{1906471604750160000000000000} \\
 & 1906471604750160000000000000 - 242 = \boxed{1906471604727820000000000000} \\
 & 1906471604727820000000000000 \times 2 = \boxed{3812943209455640000000000000} \\
 & 3812943209455640000000000000 - 242 = \boxed{3812943209433300000000000000} \\
 & 3812943209433300000000000000 \times 2 = \boxed{7625886418866600000000000000} \\
 & 7625886418866600000000000000 - 242 = \boxed{7625886418844200000000000000} \\
 & 7625886418844200000000000000 \times 2 = \boxed{15251772837688400000000000000} \\
 & 15251772837688400000000000000 - 242 = \boxed{15251772837465000000000000000} \\
 & 15251772837465000000000000000 \times 2 = \boxed{30503545674930000000000000000} \\
 & 30503545674930000000000000000 - 242 = \boxed{30503545674707000000000000000} \\
 & 30503545674707000000000000000 \times 2 = \boxed{61007091349414000000000000000} \\
 & 61007091349414000000000000000 - 242 = \boxed{61007091349191000000000000000} \\
 & 61007091349191000000000000000 \times 2 = \boxed{122014182698382000000000000000} \\
 & 122014182698382000000000000000 - 242 = \boxed{122014182696159000000000000000} \\
 & 122014182696159000000000000000 \times 2 = \boxed{244028365392318000000000000000} \\
 & 244028365392318000000000000000 - 242 = \boxed{244028365390086000000000000000} \\
 & 244028365390086000000000000000 \times 2 = \boxed{488056730780172000000000000000} \\
 & 488056730780172000000000000000 - 242 = \boxed{488056730777940000000000000000} \\
 & 488056730777940000000000000000 \times 2 = \boxed{976113461555880000000000000000} \\
 & 976113461555880000000000000000 - 242 = \boxed{976113461553650000000000000000} \\
 & 976113461553650000000000000000 \times 2 = \boxed{1952226923107300000000000000000} \\
 & 1952226923107300000000000000000 - 242 = \boxed{1952226923085000000000000000000} \\
 & 1952226923085000000000000000000 \times 2 = \boxed{3904453846170000000000000000000} \\
 & 3904453846170000000000000000000 - 242 = \boxed{3904453846147700000000000000000} \\
 & 3904453846147700000000000000000 \times 2 = \boxed{7808907692295400000000000000000} \\
 & 7808907692295400000000000000000 - 242 = \boxed{7808907692273100000000000000000} \\
 & 7808907692273100000000000000000 \times 2 = \boxed{15617815384590800000000000000000} \\
 & 15617815384590800000000000000000 - 242 = \boxed{15617815384368500000000000000000} \\
 & 15617815384368500000000000000000 \times 2 = \boxed{31235630768737000000000000000000} \\
 & 31235630768737000000000000000000 - 242 = \boxed{31235630768514700000000000000000} \\
 & 31235630768514700000000000000000 \times 2 = \boxed{62471261537029400000000000000000} \\
 & 62471261537029400000000000000000 - 242 = \boxed{62471261536806100000000000000000} \\
 & 62471261536806100000000000000000 \times 2 = \boxed{124942523073612000000000000000000} \\
 & 124942523073612000000000000000000 - 242 = \boxed{12494252307138900000000000000$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



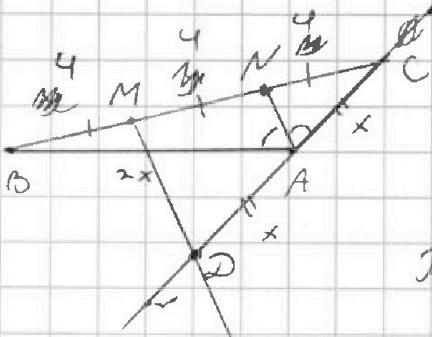
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3.

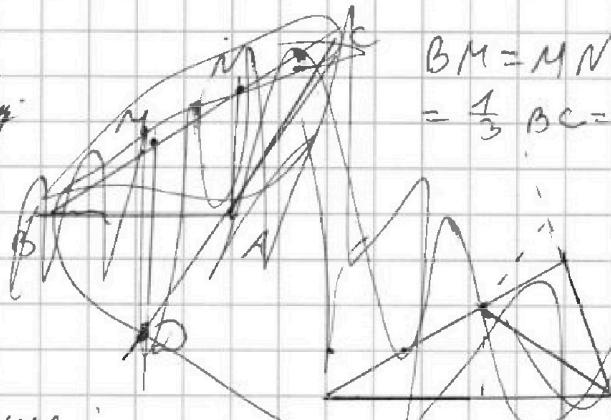
Пусть $BM = MN = NC = x$.



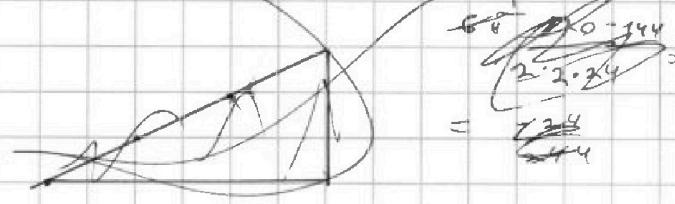
По т. Фалеса

Следовательно $AN \parallel MD$,
 $\angle BCD$.

$$BM = MN = NC = \\ = \frac{1}{3} BC = 4.$$



Решение:



$$\begin{array}{r} 60 \text{ кло - 144} \\ 2 \cdot 2 \cdot 34 \\ = 134 \end{array}$$

* $CA = AD = x \Rightarrow AB = CD = CA + AD = 2x$
(по условию)

В $\triangle ABC$ AN делит угол BAC на две пропорциональные стороны AB и AC

$$\left(\text{так как } \frac{BN}{AB} = \frac{CN}{AC} = \frac{AB}{AC} \right) \Rightarrow AN - биссектриса \angle BAC$$

$$\Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN,$$

$$\Rightarrow (\text{по условию}) \cos \angle BAC = -\frac{1}{4}. \quad \begin{array}{r} 2 \\ 24 \\ \times \\ 6 \\ \hline 144 \end{array}$$

Значит. т. $\cos \angle BAC$. $\begin{array}{r} 2 \\ 24 \\ \times \\ 6 \\ \hline 144 \end{array}$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC,$$

$$144 = 4x^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \left(-\frac{1}{4}\right),$$

$$144 = 5x^2 + x^2 \quad 144 = 6x^2 \quad x^2 = 24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow AB = 2x = 4\sqrt{6}$$

Ответ. $AB = 4\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н.к.

$\triangle ABCD$ - вып.

$$\angle BCD = 180^\circ -$$

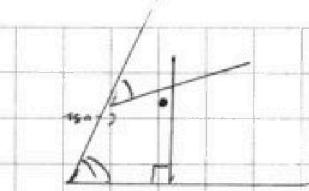
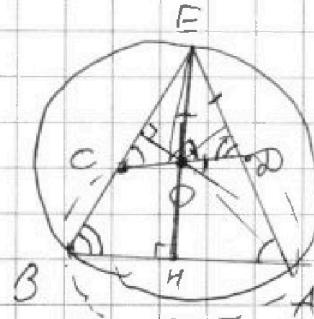
$$-\angle BAD,$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle CDA \quad \angle ADC = 180^\circ - \angle ABC$$

$$\Rightarrow \angle ECD = 180^\circ - \angle BCD = \angle BAD,$$

$$\angle CDE = 180^\circ - \angle ADC = \angle ABC.$$

$$\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle CDE$$



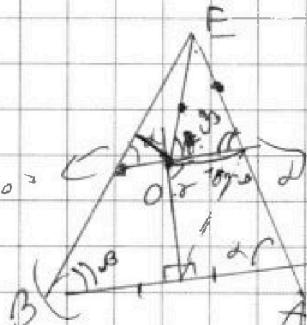
$$360^\circ - (180^\circ - \alpha) - 90^\circ =$$

$$90^\circ + \alpha$$

$$\gamma = 360^\circ - 180^\circ + \beta - \alpha - 90^\circ =$$

$$= 90^\circ + \beta - \alpha$$

путь



$$BE = kx,$$

$$AE = ky$$

$$CE = x$$

$$\frac{DE}{AD} = y.$$

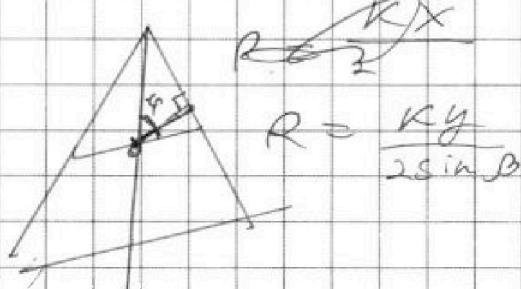
$B \sim D$

$B \sim ABE$

$$\frac{kx}{\sin \alpha} = \frac{ky}{\sin \beta} = 2R$$

$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{y}{\sin \angle EOD} =$$

$$= \frac{OD}{\sin \angle EOD}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

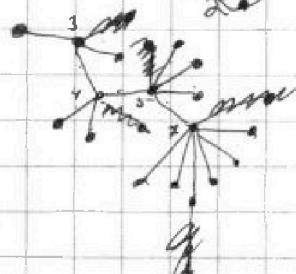
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Коническая деревня с одной «одинокой», выходящей из неё, должна состоять из этих деревень с деревней с 3, 4, 5 или 6 деревнями. Если «одинаковая», «одинокая» деревня соседница с другой «одинокой», то эти две деревни не могут быть ближе или к нему прикреплены (соседи), иное же имеет (как-то выходящие двери) будем ≥ 1 .

$$3 + 4 \times 5 + 4 = 19 -$$



Значит, все «одинаковые» соседи с какой-то же «одинокой» деревней.

Значит, если-бо «одинаковых» деревень — это количество всех деревьев между же «одинокими» деревнями.

Упомяну:

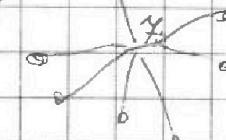
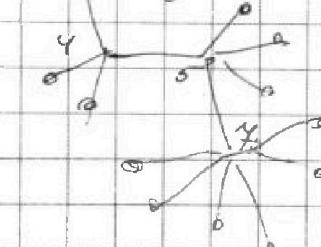
$N_{\text{одинаковых}} =$

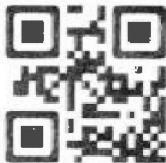
$= N_{\text{дерв.}} - N_{\text{однок.}}$

где $N_{\text{однок.}}$ — всего дерев.

$N_{\text{дерв.}} —$ всего дерев между
 же «одинаковыми»

Пример:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

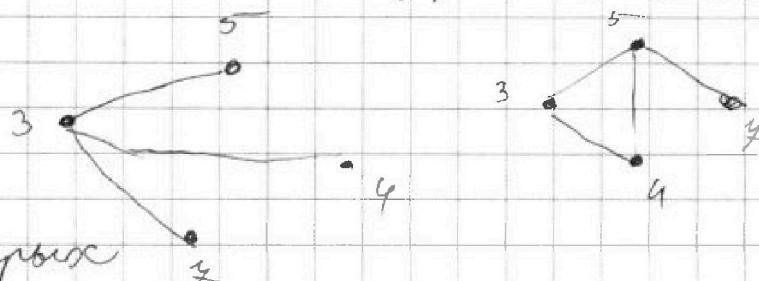
Найдите $N_{дерев} - N_{дерев'} =$

$$= (3+4+5+7) - 2 \cdot N_{дерев'} = \begin{cases} \text{(н.к. каждая} \\ \text{деревья между} \\ \text{не "единичные"} \\ \text{"убирает "единичную"} \\ \text{"единицу")} \end{cases}$$

= $N_{единичных}$.

Последующие
значения $N_{дерев'}$.

Это может быть ~~только~~ только
3 (н.к. не "единичные" подразумевать соседних)
или если таких деревьев больше 3,



то из
всех
некоторых
деревьев из других будет несколько пари-
турив.

$\Rightarrow N_{единичных}$ всегда будет

$$(3+4+5+7) - 2 \cdot 3 = 13.$$

Всего деревьев $13+4 = 17$.

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим все случаи:

$$\alpha) \quad x+y = 1.$$

$$x = 1-y,$$

$$\sqrt{1 \cdot (2-1) + 2 \cdot (1-y)} \cdot y + \sqrt{1 - |1-2|} = 1$$

$$\sqrt{1+2y-2y^2} + 0 = 1 \quad | \quad \begin{array}{l} y=0 \Rightarrow x=1 \\ y=1 \Rightarrow x=0 \end{array} \text{ ищем}$$

$$1+2y-2y^2 = 1,$$

$$-y^2 - y = 0$$

$$\beta) \quad x+y = 2 \quad x = 2-y$$

$$\sqrt{2 \cdot (2-2) + 2 \cdot (2-y)} \cdot y + \sqrt{1 - |2-2|} = 1$$

$$\sqrt{2 \cdot (2-y)} \cdot y + 1 = 1,$$

$$y(2-y) = 0$$

$$| \quad \begin{array}{l} y=0 \Rightarrow x=2 \\ y=2 \Rightarrow x=0 \end{array}$$

$$\gamma) \quad x+y = 3$$

$$\sqrt{3 \cdot (2-3) + 2 \cdot (3-y)} \cdot y + \sqrt{1 - |3-2|} = 1$$

$$\sqrt{-3 + 6y - 2y^2} = 1$$

$$-2y^2 - 6y - 3 - 1 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$y^2 + 3y + 2 = 0$$

$$| \quad \begin{array}{l} y=1 \Rightarrow x=2 \\ y=2 \Rightarrow x=1 \end{array}$$

В итоге:

Ответ. $(1; 0), (0; 1), (2; 0), (0; 2), (2; 1), (1; 2).$

Это все пары $(x; y)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \cancel{\text{...}} + \cancel{\text{...}} = \\ & (-\alpha(2+\alpha))(-1-\alpha) = (\cancel{\text{...}})^2 + \alpha(2+\alpha)(\cancel{\text{...}} + \alpha) = \\ & = -\alpha(2+\alpha)(\cancel{\text{...}} + \alpha) \in (-\alpha(\alpha+2) + \beta, \alpha^2) \end{aligned}$$

№ 4.

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{7-(x+y-2)} = 1$$

Чтобы уравнение было возможным

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} |-(x+y-2)| \geq 0 \\ |(x+y-2)| \leq 1 \\ (x+y-2)^2 \leq 1 \\ (x+y-2)^2 - 1^2 \leq 0 \end{array} & \begin{array}{l} (x+y-3)(x+y-1) \leq 0 \\ + - + \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ x+y \in [1; 3] \end{array} \end{array}$$

П.к. $x, y \in \mathbb{Z}$, то $x+y \in \mathbb{Z}$,

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ x+y = 2 \\ x+y = 3 \end{cases}$$

Значит, что

$$\begin{aligned} 2x+2y-x^2-y^2 &= 2(x+y) - (x+y)^2 + 2xy = \\ &= (x+y)(2 - (x+y)) + 2xy. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = \sqrt{(x+y)(2 - (x+y)) + 2xy}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle CAB = n 3.$
 $= 2 \angle CAN$
 $\Rightarrow \cos 2 \angle CAB = -\frac{1}{4}$

$\cos (\cancel{\angle CAN}) = -\frac{1}{4}$
 $\cos \angle CAN = -\frac{1}{4}$

$\cos \angle CAB = \frac{17^2 + 5^2 - 12^2}{2 \cdot 17 \cdot 5} = \frac{\cancel{289} + \cancel{25} - \cancel{144}}{\cancel{34} \cdot 5} = \frac{11}{34} = \frac{x}{34}$
 $= \frac{x}{34}$

$AB = CD = AC + AD =$
 $= \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89}$

$BC^2 = 12^2 = x^2 + 4x^2 - 2x^2 \cdot \cos \angle CAB$
 $\cancel{144} \cdot x^2 (5 - 2 \cos \angle CAB) - 144 = 0$
 $x^2 (5 + 2 \cdot \frac{1}{4}) = 144 = 0$
 $\frac{11}{2} x^2 - 144 = 0$
 $(\frac{\sqrt{11}}{2} x - \frac{12}{\sqrt{11}})(\frac{\sqrt{11}}{2} x + \frac{12}{\sqrt{11}}) = 0$
 $x = \frac{12}{\sqrt{11}} \cdot \sqrt{2}$

$AB = 2x =$
 $= \frac{2 \cdot 12}{\sqrt{11}} \cdot \sqrt{2} = \frac{2 \cdot 12 \sqrt{2}}{\sqrt{11}} = \frac{24 \sqrt{2}}{\sqrt{11}}$

$\frac{l^2 + x^2 - 16}{2 \cdot l \cdot x} = \frac{l^2 + 4x^2 - 64}{2 \cdot 2x \cdot l}$
 $\frac{l^2 + 4x^2 - 64}{l^2 + 4x^2 - 64} = \frac{2l^2 + 2x^2 - 32}{2l^2 + 2x^2 - 32}$
 $l^2 - 2x + 32 = 0$

$\frac{4x^2 + x^2 - 12^2}{2x^2} = \frac{5}{2} - \frac{12^2}{2x^2}$
 $\frac{l^2 + x^2 - 16}{3xl} = \frac{l^2 + 4x^2 - 64}{4xl}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$n_4. \quad (x+y-2)(x+y+2) =$$

$$= 2(x+y)(x+y)^2 - 2(x+y+2) =$$

$$= x^2 + xy + y^2 - 2y - xy - 4$$

$$x^2 + xy - 2x + xy + y^2 - 2y - 4 =$$

$$- 2x - 2y + 4 =$$

$$1 \quad 4 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 6 \quad 7$$

$$2x - 2y + 4 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-x^2 - y^2 + 2x + 2y = -(x+y)^2 + 2x + 2y + 2xy =$$

$$\leftarrow \cancel{-(x+y)^2} + 2(x+y - xy) \quad a = x+y \\ b = xy$$

$$(x+y)(2-x-y) + 2xy \quad \cancel{2-2-2-(x+y+2)} \\ a = x+y - 2 \quad | \quad \Delta(a+\alpha) \cdot (-\alpha) + b \\ b = xy \quad | \quad 1 - (x+y - 2) \quad | \quad (x+y - 2) \leq 1$$

$$\sqrt{2a+2b-a^2} + \sqrt{1-(a-2)} = 1 \quad \begin{array}{c} x+y \\ x+y-2 \end{array} - 1 \leq 0$$

$$1. \quad a(2-a) + 2b \quad x = 1-y \quad (x+y-2)(x+y-1) \leq 0 \\ \sqrt{1+2y-2y^2} + \sqrt{0} = 1 \quad \begin{array}{c} + - + \\ 1 \quad 3 \end{array} \quad x+y$$

$$-y^2 + y + 1 + 1 = 0 \quad x+y \in (1; 3) \\ 2y^2 - 2y = 0 \quad y=0 \quad x=1 \quad x+y = \frac{1}{2} \\ y=1 \quad x=0 \quad \text{или } 3$$

$$2. \quad \sqrt{a+2b-y^2} + \sqrt{1} = x = 2-y \quad (2x+2y - x^2 - y^2) (1+x+y-2) = 0$$

$$2y^2 - 2y = 0 \quad \begin{array}{c} y=0 \quad y=2 \\ y=2 \quad x=0 \end{array} \quad x=2$$

$$3. \quad \sqrt{-1+3y-y^2} + \sqrt{0} = x = 3-y \quad \begin{array}{c} 2y \\ 2x \end{array}$$

$$y^2 - 3y = 0 \quad y=0 \quad x=3 \\ y=3 \quad x=0$$

$$\begin{array}{c} 1 \cup 2 ? \\ \hline \cos x = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} \quad x = 3-y \\ \frac{\sqrt{a^2+b^2-c^2}}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} \quad x = 0 \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha \quad \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{(c-h)^2 + h^2 - x^2}{2xh} \end{array}$$