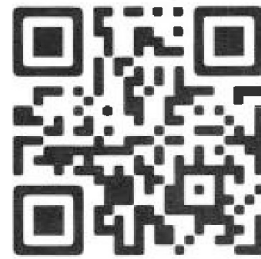




Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

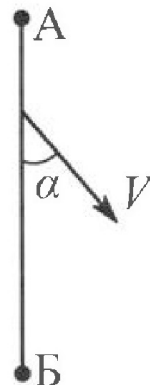
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего в ремени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?

4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.

2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

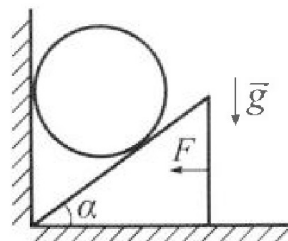
Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.

3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.

4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?

5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.





Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 09-02

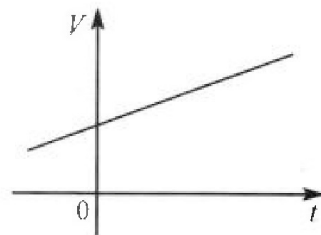
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L = 100$ мм. В термометре находится $m = 0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



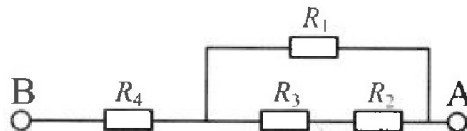
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

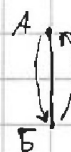
СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. 1) u = \frac{2 \cdot s}{T_0} = \frac{2 \cdot 2 \text{ км}}{200 \text{ с}} = \frac{2 \cdot 2000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = \underline{\underline{20 \frac{\text{м}}{\text{с}}}}$$

Ответ: $20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$



2) Дано:
 $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $\sin \alpha = 0,8$
 $T_1 = ?$

Перейдем в СО воздуха:

$$\vec{v}_A = \vec{v} + \vec{u}$$

v_A — абсолютная скорость аппарата (относительно земли)

$T_1 = \frac{s}{v_A}$; Теорема косинусов:

$$u^2 = v_A^2 + v^2 - 2 \cos \alpha v v_A \Rightarrow$$



$$\Rightarrow v_A^2 - 2 \cos \alpha v v_A - u^2 + v^2 = 0$$

$$v_A = \frac{2 \cos \alpha v \pm \sqrt{4 \cos^2 \alpha v^2 + 4 u^2 - 4 v^2}}{2} = \frac{2 (\cos \alpha v \pm \sqrt{u^2 + \cos^2 \alpha v^2})}{2} =$$

$$= \cos \alpha v \pm \sqrt{u^2 + v^2 \sin^2 \alpha} = \cos \alpha v \pm \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha v \pm \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha v^2 \pm u^2 - v^2 \sin^2 \alpha$$

$$(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) v^2 \pm u^2$$

$$v^2 \pm u^2$$

$$\cos \alpha v < \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}, \text{ значит если поставим } - \text{ то}$$

v_A — отрицательное, что не имеет смысла, значит +

$$v_A = \cos \alpha v + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} ; \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$T_1 = \frac{s}{v_A} = \frac{s}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} v + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}} = \frac{2000 \text{ м}}{\sqrt{1 - 0,8^2} \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \sqrt{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 225 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 0,64}}$$

$$= \frac{2000 \text{ м}}{\sqrt{1 - 0,64} \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \sqrt{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 225 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 0,64}} = \frac{2000 \text{ м}}{0,6 \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \sqrt{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 225 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 0,64}}$$

$$\frac{2000 \text{ м}}{9 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{2000 \text{ м}}{25 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 80 \text{ с}$$

$$\sqrt{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 225 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 0,64} = \sqrt{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 144 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \sqrt{256 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\Rightarrow \frac{2000 \text{ м}}{9 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{2000 \text{ м}}{25 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \underline{\underline{80 \text{ с}}}$$

Ответ: 80 с



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

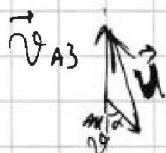
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) ~~В минимальное время, эта скорость минимально возможна~~

~~$T_{MIN} = T_2 + T_3$
 T_2 - время полёта из A → B
 T_3 - время полёта B → A~~

~~v_{A2}, v_{A3} - скорости при полёте из A → B и B → A соответственно (в случае с минимальным временем полёта)~~

Если $\alpha < 90^\circ$:



$$T_{MIN} = T_2 + T_3 = \frac{S}{v_{A2}} + \frac{S}{v_{A3}} = S \cdot \frac{v_{A3} + v_{A2}}{v_{A3} v_{A2}}$$

$$v_{A2}^2 + v^2 - 2 \cos \alpha v = u^2 \Rightarrow v_{A2} = \cos \alpha v + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

$$v_{A3} = |\cos \alpha v - \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}| = \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - \cos \alpha v$$

$$T_{MIN} = S \cdot \frac{v_{A3} + v_{A2}}{v_{A3} v_{A2}} = S \cdot \frac{\cos \alpha v + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - \cos \alpha v + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{(\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha v^2)}$$

$$= 2S \cdot \frac{\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2}$$

Значит T_{MIN} при $\sin \alpha = \max$, т.е. $\sin \alpha = 1, \alpha = 90^\circ$

3) Ответ: $\alpha = 90^\circ$

$$u) T_{MIN} = 2S \cdot \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u^2 - v^2} = \frac{2S}{\sqrt{u^2 - v^2}} = \frac{2 \cdot 2000 \text{ м}}{\sqrt{400^2 - (15 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2}} = \frac{4000 \text{ м}}{\sqrt{400^2 - 225}} = \frac{4000 \text{ м}}{\sqrt{175 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}} = \frac{800}{5 \cdot \sqrt{7}} \text{ с} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с}$$

u) Ответ: $\frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с}$

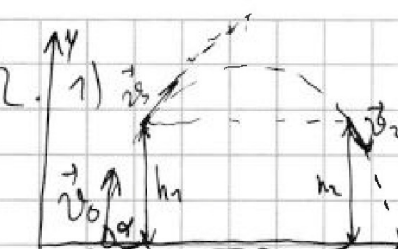


1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. 1) 

v_1, v_2 - скорости мяча в моменты t_1 и t_2 соответственно
 $v_1 = v_2 \Rightarrow h_1 = h_2$ (высота в моменты t_1 и t_2 мяча)
 v_0 - начальная скорость мяча
 п.к. траектория движения - парабола
 $\angle \beta = 90^\circ \Rightarrow \varphi = 45^\circ$

$\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$ v_1 и v_2 - касательные к траектории движения
 v_{0y} - проекция v_0 на ось y
 $h_1 = v_{0y} t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = h_2 = v_{0y} t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2 v_{0y} t_1 - g t_1^2 = 2 v_{0y} t_2 - g t_2^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow v_{0y} = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2(t_2 - t_1)} =$
 $= \frac{g}{2}(t_2 + t_1) = v_0 \cdot \sin \varphi$ (φ - угол между $\vec{v}_0$ и горизонталем)

$\triangle ABC$ - P/S, т.к. углы между v_1 и горизонталем и v_2 и горизонталем равны, т.к. $v_1 = v_2$ и траектория движ. парабола и v_1 и v_2 - касательные к траектории
 $AB = BC$, значит $\angle A = \angle C = 45^\circ = \varphi$ (см. рисунок)

~~S_1, S_2 - расстояния пройденные в проекции на O_x мяча за моменты t_2 и t_1 соответственно
 v_{0x} - проекция v_0 на Ox
 $S_1 = v_{0x} t_1$; $S_2 = v_{0x} t_2$; $S_2 - S_1 = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = AB\sqrt{2}$~~

$v_{1y}, v_{2x}, v_{2y}, v_{1x}$ - проекции скоростей v_1, v_2 на оси Ox и Oy
 $\tan \varphi = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \frac{v_{2x}}{v_{2y}} = \frac{v_{0y} - g t_1}{v_{0x}} = 1 \Rightarrow v_{0x} = v_{0y} - g t_1 =$
 $= \frac{g}{2}(t_2 + t_1) - g t_1 = \frac{g}{2}(t_2 - t_1)$

В момент времени T :
 $(v_y - скорость в момент T) мяча по Oy $v_y = 0 = v_{0y} - g T \Rightarrow T = \frac{v_{0y}}{g} =$
 $= \frac{g(t_2 + t_1)}{2g} = \frac{t_2 + t_1}{2} = \frac{0,5c + 1,5c}{2} = 1c$$

1) Ответ: $1c$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.2) когда мяч пройдет расстояние L : t_n - полное время полёта
 $\Delta y = 0 = v_{0y} t_n - \frac{g t_n^2}{2} \Rightarrow 2v_{0y} = g t_n \Rightarrow t_n = \frac{2v_{0y}}{g}$ Δy - изменение координаты по Oy

$$L = v_{0x} t_n = v_{0x} \cdot \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{g}{2} (t_2 - t_1) \cdot \frac{g}{g} \cdot (t_2 + t_1) \cdot \frac{2}{g} =$$

$$= \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (1,5c)^2 - (0,5c)^2}{2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (2,25c^2 - 0,25c^2)}{2} =$$

$$= \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot 2c^2}{2} = \underline{10m} \quad \text{1) Ответ: } 10m$$

3) В момент времени T скорость мяча равна v_{0x} , а ускорение равно g и ускорение перпендикулярно скорости, значит: $g = a_n = \frac{v_{0x}^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_{0x}^2}{g}$
 a_n - нормальное ускорение ($\perp$ скорости)

$$\textcircled{2} \frac{(\frac{g}{2}(t_2 - t_1))^2}{g} = \frac{g^2}{2} \cdot \frac{(t_2 - t_1)^2}{g} = \frac{g(t_2 - t_1)^2}{2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (1,5c - 0,5c)^2}{2} =$$

$$= \frac{5 \frac{m}{s^2} \cdot 2c^2}{2} = \underline{5m} \quad \text{3) Ответ: } 5m$$

Ответ: 1) 1c
 2) 10m
 3) 5m

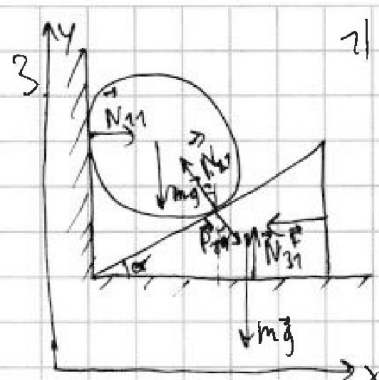


1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) N_1, N_2, N_3, P_{21} — силы, обозначены на рисунке
реакции опор и веса,
 $F = \sqrt{3} mg$ (дано)

II закон Ньютона для шара:

$$\vec{P}_{21} + m\vec{g} + \vec{N}_{31} + \vec{F} = \vec{0}$$

$$O_x: P_{21} \sin \alpha = F \quad (1)$$

III з-к з-к: $P_{21} = N_{21}$
шара:

II з-к з-к. для
плоскости:

$$\vec{N}_{11} + m\vec{g} + \vec{N}_{21} = \vec{0}$$

$$O_y: mg = N_{21} \cos \alpha \Rightarrow N_{21} = \frac{mg}{\cos \alpha} = P_{21}$$

$$(1) F = P_{21} \sin \alpha = N_{21} \sin \alpha = \frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = mg \tan \alpha \Rightarrow$$

$$2) \tan \alpha = \frac{F}{mg} = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \arctg \sqrt{3} = \underline{\underline{60^\circ}}$$

Ответ: 60°



$H = h = 0,15 \text{ м}$, т.к. удар упругий, то
если v (скорость шара сразу
после удара)

$$v = gt_1 \quad (t_1 - \text{время падения шара})$$

$$t_2 - \text{время подъёма}$$

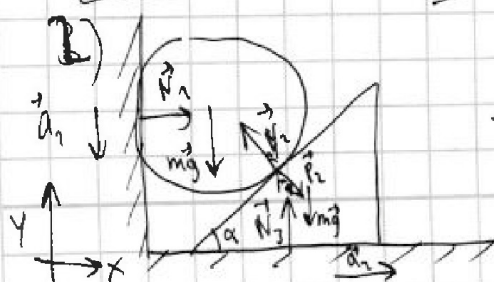
$$H = \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,15}{9,8}} = \sqrt{\frac{0,3}{9,8}}$$

$$h = v \cdot t_2 - \frac{gt_2^2}{2}, \quad 0 = v - gt_2 \quad (\text{т.к. шар остановился}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = gt_2 \Rightarrow t_2 = t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{2gH} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{g}{2} \left(\sqrt{\frac{2H}{g}} \right)^2 = 2H - \frac{2H}{2} = H = \underline{\underline{0,15 \text{ м}}}$$

Ответ: $H = 0,15 \text{ м}$



a_1 — ускорение шара

a_2 — ускорение клина

II з-к з-к: шар: $\vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{N}_2 = m\vec{a}_1$
клин: $\vec{P}_2 + \vec{N}_3 + m\vec{g} = m\vec{a}_2$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.2) шар: $Ox: N_1 = N_2 \sin \alpha$
 $Oy: mg - N_2 \cos \alpha = ma_1 \quad (1)$
 клин: $Ox: P_2 \sin \alpha = ma_2 \quad (2)$
 $Oy: P_2 \cos \alpha + mg = N_3$

Рассмотрим соприкосновение шара и клина:

Когда шар смещается вниз на какое-то Δy , клин отбрасывается вправо на Δx , тогда $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha = \frac{a_1}{a_2}$, т.к. ^{обе} канальные скорости равны v .

$(1) + (2): mg + P_2 \sin \alpha - N_2 \cos \alpha = m(a_1 + a_2) = ma_1(1 + \frac{1}{\tan \alpha})$
 $mg + N_2(\sin \alpha - \cos \alpha) = ma_1(1 + \frac{1}{\tan \alpha}) = ma_1 \cdot \frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha} =$

$= ma_1 \cdot (1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}) = ma_1 \cdot \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = \frac{g \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \frac{N_2 \sin \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha)}{m (\sin \alpha + \cos \alpha)}$

t_1 - время падения шара до удара; v - скорость сразу после удара

$h = \frac{a_1 t_1^2}{2}; v = a_1 t_1; h = v t_2 - \frac{g t_2^2}{2}; 0 = v - g t_2 \Rightarrow v = g t_2$

t_2 - время ~~шара~~ до остановки шара

$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_1}}; v = a_1 \cdot \sqrt{\frac{2h}{a_1}} = \sqrt{2ka_1}$

$h = \sqrt{2ka_1} \cdot t_2 - \frac{g t_2^2}{2}, a_1 t_1 = g t_2 = \sqrt{2ka_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow t_2 = \frac{\sqrt{2ka_1}}{g}$
 $h = \sqrt{2ka_1} \cdot \frac{\sqrt{2ka_1}}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{2ka_1}{g^2} = \frac{2ka_1}{g} - \frac{ka_1}{g} = \frac{ka_1}{g} \Rightarrow$

$\Rightarrow h = \frac{hg}{a_1}$

$\frac{(1)}{(2)} = \frac{ka_1}{ma_2} = \tan \alpha = \frac{mg - N_2 \cos \alpha}{N_2 \sin \alpha} \Rightarrow N_2 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = mg - N_2 \cos \alpha$

$\Rightarrow N_2 = \frac{mg}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \alpha} = \frac{mg \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = mg \cos \alpha$

$N_1 = N_2 \sin \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. $N_{\max}$ при $\alpha = 45^\circ$ $\sin \alpha \cos \alpha - \max$, но если при

4) Ответ: $\alpha = 45^\circ$

$$a_1 = \frac{g \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha)}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}$$

$$= \frac{g \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} (1 + \cos \alpha \sin \alpha - \cos^2 \alpha) = (\sin^2 \alpha + \cos \alpha \sin \alpha)$$

$$\frac{g \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{g \sin^2 \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$H = \frac{h g}{a_1} = \frac{h \sin^2 \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)} = 0,15 \text{ м}$$

$$= 0,15 \text{ м} = 15 \text{ см}$$

2) Ответ: $0,2 \text{ м}$

$$N_1 = mg \cdot \tan \alpha \cdot \cos^2 \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha = 0,4 \text{ м} \cdot 20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ Н}$$

$$= \sqrt{3} \text{ Н}$$

3) Ответ: $\sqrt{3} \text{ Н}$

$$5) N_{\max} = mg \sin(45^\circ) \cdot \cos(45^\circ) = 0,4 \text{ м} \cdot 20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4 \text{ Н}}{2} = 2 \text{ Н}$$

5) Ответ: 2 Н



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

И. дано: см
 $t_0 = 0^\circ\text{C}$
 $t_{100} = 100^\circ\text{C}$
 $L = 100 \text{ мм}$
 $m = 0,042$
 $\beta = 1,12$
 $\rho = 0,82 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
 $t_1 = 50^\circ\text{C}$
 $t_2 = 40^\circ\text{C}$

1) $\frac{V_{100}}{V_0} = \beta \Rightarrow V_{100} = V_0 \beta$
 V_0, V_{100} - объёмы при t_0 и t_{100} соответственно

$$\rho = \frac{m}{V_0} \Rightarrow V_0 = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{100} = V_0 \beta = \frac{m}{\rho} \beta$$

Найдём уравнение прямой $V(t)$:
 k - коэффициент наклона

$$V_{100} = V_0 + k(t_{100} - t_0) \Rightarrow k = \frac{V_0 \beta - V_0}{t_{100} - t_0} = \frac{V_0(\beta - 1)}{t_{100} - t_0} = \frac{m}{\rho} \frac{(\beta - 1)}{t_{100} - t_0}$$

$$V = V_0 + k \cdot t = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t = \frac{m}{\rho} + \frac{m}{\rho} \cdot \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot t = \frac{m}{\rho} \left(1 + \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} t \right)$$

1) Ответ: $V = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t$ (можно заметить по графику $t = t - t_0$; $V = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)(t - t_0)}{\rho(t_{100} - t_0)}$)

2) V_1, V_2 - объёмы при t_1 и t_2 соответственно.

$$|\Delta V| = V_1 - V_2 = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t_1 - \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t_2 =$$

$$= \frac{m(\beta - 1)(t_1 - t_2)}{\rho(t_{100} - t_0)} = \frac{0,042 \cdot 10^{-5} \text{ м} \cdot (1,12 - 1)(50^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C})}{0,82 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})}$$

$$= \frac{0,12 \cdot 10}{20000000 \cdot 100} \text{ м}^3 = \frac{1,2 \cdot 1000000}{2000000000} \text{ м}^3 = \frac{1,2}{2000} \text{ м}^3 = \frac{6}{10000} \text{ м}^3$$

$$= \frac{6 \cdot 1000}{20000} \text{ мм}^3 = 0,3 \text{ мм}^3$$

2) Ответ: $|\Delta V| = \frac{m(\beta - 1)(t_1 - t_2)}{\rho(t_{100} - t_0)} = 0,3 \text{ мм}^3$

3) $V_{100} - V_0 = S \cdot L = V_0 \beta - V_0 = V_0(\beta - 1) = \frac{m}{\rho}(\beta - 1) \Rightarrow$
 $\Rightarrow S = \frac{m(\beta - 1)}{\rho \cdot L} = \frac{0,042 \cdot (1,12 - 1)}{0,82 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10 \text{ см}} = \frac{4}{100} \cdot \frac{12}{100} \cdot \frac{1000}{82} \text{ см}^2 = \frac{6 \cdot 100}{82 \cdot 1000} \text{ см}^2 = 0,0073 \text{ см}^2$
 Ответ: $0,06 \text{ мм}^2$



1 2 3 4 5 6 7

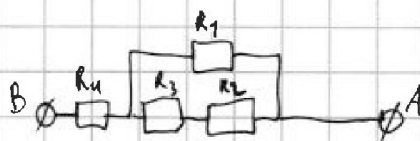
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5. 1) $R_{\text{эв}} = R_4 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}}$

(по правилам последовательного и паралл. соединения)



$$r + \frac{1}{\frac{1}{1,2r} + \frac{1}{2r + 4r}} = r + \frac{1}{\frac{5,40}{\pi r} + \frac{1}{6r}} = r + \frac{1}{\frac{6}{6r}}$$

$$= r + r = 2r = 2 \cdot 5 \Omega = 10 \Omega$$

1) ответ: 10Ω

2) $P = I \cdot U_{AB} = I^2 \cdot R_{\text{эв}} = (4A)^2 \cdot 10 \Omega = 160 \text{ Вт}$

(U_{AB} — напряжение на отрезке цепи AB)

ответ: 160 Вт

3) P_1, P_2, P_3, P_4 — мощности на рез. R_1, R_2, R_3, R_4 соответственно

I_1, I_2, I_3, I_4 — токи через рез. R_1, R_2, R_3, R_4 соответственно

U_1, U_2, U_3, U_4 — напряжения на рез. R_1, R_2, R_3, R_4 соответственно

$P_4 = U_4 I_4 = R_4 I_4^2 = R_4 \cdot I^2 = r I^2, P_4 = r I^2$

$I_1 + I_2 = I; U_1 = U_2 + U_3 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 (R_2 + R_3) \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + R_3}{R_1} \Rightarrow I = I_2 \left(1 + \frac{R_2 + R_3}{R_1} \right) \Rightarrow I_2 = \frac{I R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$

$\Rightarrow I_2 = I \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1} = \frac{I (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$

$\Rightarrow \frac{I (1,2r + 4r)}{1,2r + 2r + 4r} = \frac{I \cdot 6r}{7,2r} = \frac{I \cdot 205}{20} = \frac{5}{6} I = \frac{5}{6} I$

$I_2 = \frac{I R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{I \cdot 1,2r}{6 + 7,2r} = \frac{I}{6} = I_3$

$P_1 = I_1 U_1 = I_1^2 R_1 = \left(\frac{5}{6} I \right)^2 \cdot 1,2r = \frac{25}{36} I^2 \cdot \frac{12}{10} r = \frac{5}{6} I^2 r, P_1 = \frac{5}{6} I^2 r$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_2 = U_2 I_2 = I_2^2 R_2 = \left(\frac{I}{6}\right)^2 \cdot 2r = \frac{I^2}{36} \cdot 2r = \frac{I^2 r}{18}; \quad P_2 = I^2 r \cdot \frac{1}{18}$$

$$P_3 = U_3 I_3 = I_3^2 \cdot R_3 = \left(\frac{I}{6}\right)^2 \cdot 4r = \frac{I^2}{36} \cdot 4r = \frac{I^2 r}{9}; \quad P_3 = I^2 r \cdot \frac{1}{9}$$

$$P_2 < P_3 < P_1 < P_4 \Rightarrow$$

$$\left(I^2 r \cdot \frac{1}{18} < I^2 r \cdot \frac{1}{9} < I^2 r \cdot \frac{5}{6} < I^2 r \right)$$

$$\Rightarrow P_{\min} = P_2 = \frac{I^2 r}{18} = \frac{(4A)^2 \cdot 5\Omega}{18} = \frac{16 \cdot 5}{18} = \frac{40}{9} \text{ Вт} = 4\frac{4}{9} \text{ Вт}$$

3) Ответ: $\frac{40}{9} \text{ Вт}$

Ответ: 1) 10Ω
2) 160 Вт
3) $\frac{40}{9} \text{ Вт}$

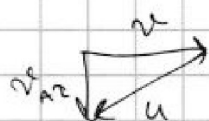


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$v_{A2} = v_{A3} = \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{2.5}$$

$$25.7$$

$$20.40 \rightarrow 800$$

$$\frac{5}{35} + \frac{5}{5} = 2000$$

- 1) ✓
- 2) ✓
- 3)
- 4) ✓
- 5) ✓

$$\frac{1+7}{35} = \frac{400}{35} = \frac{2000 \cdot 8}{35} = \frac{3200}{7}$$

$$\frac{100}{57} \cdot \frac{3200}{7}$$

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{16}{457}$$

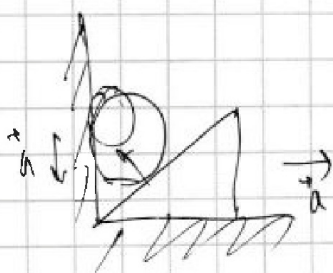
$$\frac{75}{75} = 10$$

$$\frac{72.5}{0.5} = 145$$

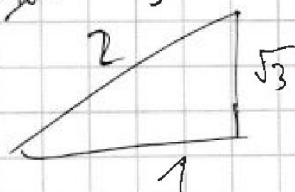
$$\frac{78}{28} = \frac{64}{200} = \frac{324}{7}$$

$$\frac{77}{77} = \frac{49}{200} = \frac{284}{7}$$

$$0.8 \cdot \frac{1}{2000} \cdot \frac{1000000}{7} \cdot \frac{1}{643} = 800$$



$$\frac{2.75}{0.75} = \frac{2.75}{200} \cdot \frac{100}{75} = \frac{100}{75}$$



$$\frac{a \cdot b}{c} = \frac{a \cdot b}{a^2 + b^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

