



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькоими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b-a$ не кратно 3,
- число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = q^3 \cdot b_1 = \sqrt[3]{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{11} = 2-x$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = \sqrt[3]{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$1) \frac{b_{12}}{b_{10}} = q^2 = \frac{(2-x)}{\sqrt[3]{(25x+34)(3x+2)}} \Rightarrow q^6 = \frac{(2-x)^9}{(3x+2)^3 (25x+34)^2}$$

$$\frac{b_{16}}{b_{10}} = q^6 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(2-x)^9}{(25x+34)^2} = 1 \Rightarrow (2-x)^9 = (25x+34)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (4-4x+x^2-25x-34)(4-4x+x^2+25x+34) = 0$$

$$(x^2-29x-30)(x^2+21x+38) = 0$$

$$(x-30)(x+1)(x+2)(x+19) = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = \{-1; 30; -2; -19\}$. Проверим, что
такие x подойдут, подставив x

в b_{10}, b_{12}, b_{13} .

$x = 30$ — подходит.

$x = -1$ — не подходит b_{10} .

$x = -2$ — подходит

$x = -19$ — подходит.

Окончательно $x = \{-19; -2; 30\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases} \quad (1)$$

(2):

$$1. \quad y \geq 18: \quad 3y - 34 = \sqrt{400 - z^2}$$

Заметим, что $\sqrt{400 - z^2} \leq 20$,

$$a. \quad 3y - 34 \geq 20 \Rightarrow y = 18; z = 0.$$

$$2. \quad -20 < y < 18:$$

$$y + 2 - 2y + 36 = \sqrt{400 - z^2}$$

$$3y - 4 = \sqrt{400 - z^2}$$

Заметим, что $\sqrt{400 - z^2} \leq 20$,

$$a. \quad 3y - 4 \geq 20 \Rightarrow \text{решений нет.}$$

$$3. \quad y \leq -2:$$

$$-2 - y - 2y + 36 = \sqrt{400 - z^2}$$

$$-3y + 34 = \sqrt{400 - z^2}$$

Заметим что $-3y + 34 \geq 40$,

$$a. \quad \sqrt{400 - z^2} \leq 26 \Rightarrow \text{решений нет}$$

(1) $y = 18; z = 0$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+6)(x-3)}$$

Подстановка

Выполним ограничения:

$$\begin{aligned} x \geq -6 & \quad x \leq 3 & \quad x \geq -6 \\ & & x \leq 3 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}\sqrt{x+6} + 2 &= 2\sqrt{(x+6)(3-x)} + \sqrt{3-x} \\ (x+6) + 49 + 2\sqrt{x+6} \cdot 7 &= 4(x+6)(3-x) + \\ + (3-x) + 2(3-x)\sqrt{x+6} \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 &= 2\sqrt{(x+6)(3-x)}.\end{aligned}$$

Пусть $f(x) = \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2$. Заменим, что $f(x)$ возрастает на $ODZ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \min(f(x)) = f(-6) = 4; \max(f(x)) = 10$

Строка $y = g(x)$ из первых 3 средних

$$\frac{x+6 + 3-x}{2} \geq \sqrt{(x+6)(3-x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 \geq 2\sqrt{(x+6)(3-x)}.$$

$$2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 9 \text{ при } x = -\frac{3}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y(1 + \sqrt[3]{p-1}) = -1$$

если $p=1 : y=-1 \Rightarrow x=\pi+2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

для $p \neq 1$

$$y = -\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} ; -1 \leq \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$

$$1 \geq \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \geq -1 \mid \cdot \sqrt[3]{p-1} + 1$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq 1 \\ -\sqrt[3]{p-1} - 1 \leq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt[3]{p-1} + 1 \leq -1 \\ \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{p-1} \leq -2 \\ p \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

если $p = -7 : y=1 \Rightarrow x=2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

если $p \neq 1$ и $p \neq -7$:

$$y = -\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \in (-1; 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ошибки: $p \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

если $p=1 : x=\pi+2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, если $p=-7 : x=2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

если осталось p : $x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(\cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

Следим $\cos x = y$, $y \in [-1; 1]$.

$$p(4y^3 - 3y) + 6(2y^2 - 1) + 3(p+4)y + 10 = 0$$

$$4y^3 \cdot p - 2y p + 12y^2 - 6 + 3py + 12y + 10 = 0$$

$$4y^3 \cdot p + 12y^2 + 12y + 4 = 0 \quad | :4$$

$$y^3 \cdot p + 3y^2 + 3y + 1 = 0$$

1) $p=0$: $y^3 + 3y^2 + 3y + 1 = 0$ - решения нет.

$$2) p \neq 0: (p-1)y^3 + y^3 + 3y^2 + 3y + 1 = 0$$

$$(p-1)y^3 + (y+1)(y^2 + y + 1) = 0$$

при $p \neq 1$ есть единственный корень

$$y = -1$$

$$(p-1)y^3 + (y+1)(y^2 + y + 1) + 3y(y+1) = 0$$

$$(p-1)y^3 + (y+1)^3 = 0 \quad | :y^3, y \neq 0$$

$$p-1 + (1 + \frac{1}{y})^3 = 0$$

$$p = 1 - (1 + \frac{1}{y})^3$$

$$(p-1)y^3 = -(y+1)^3$$

$$\sqrt[3]{p-1} y = -(y+1)$$



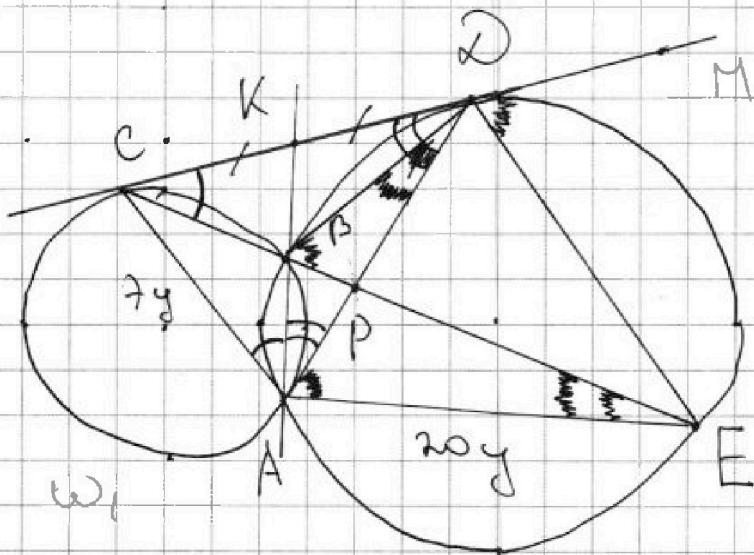
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{CP}{PE} = \frac{7}{20}$$



1) Считать $CP = 7x$, $\frac{PE}{\omega_1} = 20x$.

Будем $\angle DCE = \alpha$, $\angle CD\bar{B} = \beta$,

тогда $\angle DBE = \alpha + \beta = \angle DAE$ (секущая)

из прямого $\angle DBE$ -угла $\angle ACD$.

($\angle CAB = \alpha$, $\angle CBD = \beta$ (свойство)
внешн. и внутрн.).

Замечаем, что $\angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow AP$ - биссектриса $\angle CAE \Rightarrow$ то же для доказ.

$\frac{AC}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{7}{20}$; Считать $AC = 7y$, $AE = 20y$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) АВ - радиусы окружности ω_1 и $\omega_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow K$ - середина (Р)

3) $\angle MDE = \angle DAE = \alpha + \beta$ (лб-бо кас. и касун)

4) $BDAE$ - линс $\Rightarrow \angle BDE = 180^\circ - \alpha - \beta$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Бил - бу символъ суданъ (c) дез

(B) :

$$2. \frac{60 \cdot 500 \cdot (60 \cdot 500 - 2) \cdot (60 \cdot 500 - 4) \cdot (60 \cdot 500 + 6)}{4!}$$

Чтобы сделать (B) дез (c) нужно, чтобы все члены расщеплялись по едину спиралю тем меньшей диаметрии, на которую это суданъ (c) дез (B).

$$\text{Чтобо: } \frac{500 \cdot 120}{4!} ((500 \cdot 120 - 2) \dots (500 \cdot 120 - 6)) +$$

$$+ (250 \cdot 120 - 2) \dots (250 \cdot 120 - 6) + (60 \cdot 500 - 2) \dots$$

$$\dots (60 \cdot 500 - 6)) = \frac{500 \cdot 120}{4!} (8(250 \cdot 120 - 1) \dots (210 \cdot 120 - 3))$$

$$+ 2 \cdot ((250 \cdot 120 - 2) \dots (250 \cdot 120 - 6)) =$$

$$= \frac{500 \cdot 120}{4!} (8(250 \cdot 120 - 1) \dots (250 \cdot 120 - 3)) +$$

$$+ 16 \cdot (250 \cdot 60 - 1) \dots (250 \cdot 60 - 3)) =$$

$$= 16 \cdot \frac{250 \cdot 120 \dots (250 \cdot 120 - 3)}{4!} + 64 \cdot \frac{(250 \cdot 60 - 1) \dots (250 \cdot 60 - 3)}{4!}$$

$$= 16 C_{250 \cdot 120}^4 + 64 C_{250 \cdot 60}^4 = 16 C_{30000}^4 +$$

$$+ 64 C_{15000}^4$$

$$\text{Отвѣт: } 16 C_{30000}^4 + 64 \cdot C_{15000}^4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Перечисление QR-кода недопустимо!

Будет считаться, что имеются три одинаковых ученика — (A), имеющие одинаковую базовую среднюю членкин — (B), имеющие одинаковые членкин — (C).

~~Будет считаться, что имеется способный и два слабых, то членкин получит (A). Слабые то замечают, что членкин не способны и не имеют изучить (B) и (C).~~

~~Будет считаться, что имеется "средний", то есть способный, который изучил неизвестную раз.~~

~~Замечаем, что членкин включаются в один из трех из (A), (B), (C), или все три способные сразу (или включаются членкин (A) и не включаются членкин (B) и (C))~~

~~Конечно (A): С⁴ 60000~~

Замечаем, что: если включаются (A), то включаются (B), (C) и если включаются (B) и (C), то включаются (A).

Отсюда имеем замечание, что как-то способность учеников не может быть одинаковой, то есть если один ученик изучил предмет (A) + один ученик изучил предмет (B) + один ученик изучил предмет (C) + один ученик изучил предмет (B) + один ученик изучил предмет (C).

Как-то способность учеников предмет (A) : как-то способность учеников предмет (B) + как-то способность учеников предмет (C) : как-то способность учеников предмет (B).

$$500 \cdot 120 \cdot (500 \cdot 120 - 2) \cdot (500 \cdot 120 - 4) \cdot (500 \cdot 120 - 6)$$

4!

Как-то способность учеников предмет (B) : как-то способность учеников предмет (C) :

$$250 \cdot 120 \cdot (250 \cdot 120 - 2) \cdot (250 \cdot 120 - 4) \cdot (250 \cdot 120 - 6)$$

2.

4!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1) $a < b \Rightarrow a - c < b - c$
- 2) Тако^е уравнение $(a - c)(b - c) = p^2$, $p \in P$,
но $(a - c) \neq (b - c) \Rightarrow$ есть 2
случая : 1) $a - c = 1$; $b - c = p^2$
2) $a - c = -p^2$; $b - c = -1$
- 3) Тако^е $a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{3}$,
т.к. $a^2 + b \equiv 1000 \pmod{3}$ ($b - a \not\equiv 0 \pmod{3}$)
Тако^е $a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 2 \pmod{3}$ ($b - a \not\equiv 0 \pmod{3}$)
Тако^е $a \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{3}$ ($b - a \not\equiv 0 \pmod{3}$)
 \Rightarrow Каже^е - на че^е a, b кратны 3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

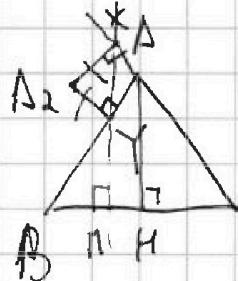
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Очевидно, что $h_2 = BB_1 = AA_1 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.

$\sin \angle A_1AC = \frac{h_1}{h_2} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 5} > 1$, что не возможно. $\Rightarrow AA_1$ (предположение) является
биссектрисой $\triangle ABC$.

Будем A_2 - проекция A_1 на (ABC) .
Очевидно, что A_2 равноудален
от AB и BC .



$$A_2X = A_2Y \Rightarrow \\ \Rightarrow AX = AY$$

Значит, что

$$XY \parallel AI$$



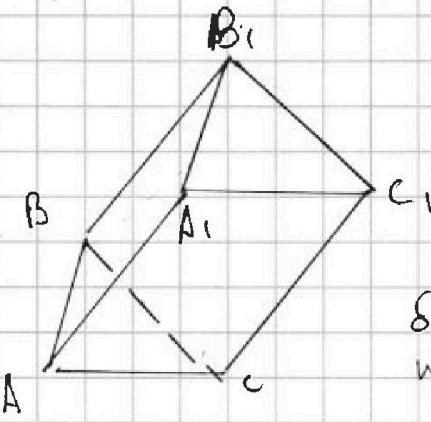
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Изобразите призму



$$\text{Пусть } S_{AA_1C_1C} =$$

$$= S_{AA_1B_1B} = 6,$$

$$S_{BB_1C_1C} = 5.$$

Отметим, что
боковые грани -
параллелограммы.

Ил. 1. $S_{AA_1C_1C} = S_{AA_1B_1B}$, то высоты этих
параллелограмм равны. Отметим, что
боковая призма равна расстоянию между
 (ABC) и $(A_1B_1C_1)$. \Rightarrow очевидно, что грани
 $\triangle C_1CA$ и $\triangle A_1B_1B$ являются подобными
треугольниками с коэффициентом подобия $\frac{1}{2}$.
 $\triangle A_1C_1C$ прямой. Очевидно, что проекции
 AB_1 и AC_1 в вершинах $\triangle ABC$ являются
биссектрисами, что $AB_1 \perp AC_1$ и AA_1B_1B не
равны. В силу этого, что у них
одинаковые боковые параллели, имеем
что получаем, что AA_1 перпендикульна AB_1
на основание находим на высоту
 $\triangle A_1B_1C_1 = h$ м. о $\triangle A_1B_1C_1$ вершине $A_1A_1 \perp BC$,
 $BB_1 \parallel BB_1 \Rightarrow BB_1 \perp BC \Rightarrow BB_1C_1C$ - прямокутнико-
вый.

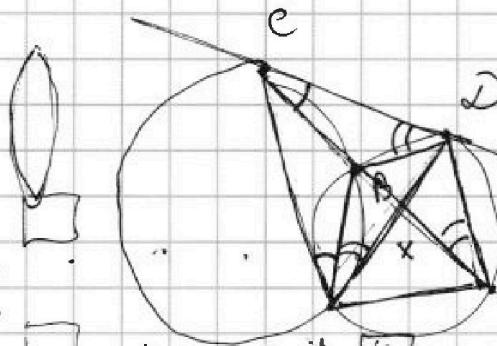
2) $\frac{3AB^2}{4} = 4 \Rightarrow AB = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ \Rightarrow (Пусть h_1 - высота
 $\triangle A_1C_1C$, h_2 - высота
 $\triangle BB_1C_1C$) $\Rightarrow h_1 = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2}\sqrt{3}; h_2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CD^2 = 3y^2 + 6y + 3 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$Ey^2 + 3 + \frac{3}{y^2} + \frac{1}{y^2} = 4$$

$$x^{500} \times 5 \quad a^2 = \frac{32}{3}$$

$$66000 \quad a = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$



$$y \cdot p + 3 + \frac{3}{y^2} = 0$$

$$y^2 + 3y + 3 = 0$$

$$\omega(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha x + x) = \cos x (\cos \alpha x - \sin x \sin \alpha x) = \cos x$$

$$= (2 \cos x - 1)(\cos x - 2(1 - \cos^2 x))$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$a < b$$

$$b-a/3$$

$$(a-c)(b-c)$$

$$25 \cdot 6 = 15000$$

$$250 \cdot 1100 \times 500$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$13 - 3x - x^2 = 0$$

$$\Delta = 9 + 4 \cdot 13 = 21 + 9 = 30$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{30}}{-2} \Rightarrow x_1 = -6$$

$$a - b + f = 2ab \quad | :b$$

$$\frac{a}{b} - 1 + \frac{f}{b} = 2a$$

$$a^2 + 14a + 49 = 4a^2b^2 + 2ab^2 + b^2$$

$$(a-b)(a+b) + 14a + 49 = 2ab^2(2a-1) + b^2$$

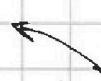
$$a-b+2 = 2ab$$

$$a+f = 2ab + b$$

$$a+f = (2a+1) \cdot b$$

$$\frac{a+f}{2a+1} = b \Rightarrow b^2 = \frac{a+f}{2a+1}$$

$$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{P2}} \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{P3}} \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{P4}} \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{P5}} \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Delta = 49 - 40 = 9 \Rightarrow x_1 = 10, x_2 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{-2} = \frac{7 \pm 3}{-2} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 5$$

$$(x+5)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$(x+5)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$(x+5)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$(x+5)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$(x+5)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$(x+5)(x-1) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) b_1

$$b_{10} = b_1 \cdot q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{11} = (2-x)$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

2)

$$\left\{ \begin{array}{l} a=0 \\ b=y+2 \end{array} \right.$$

$$p(bx+ay+2) =$$

$$|y+2| + 2|y-13|$$

$$y \geq 13$$

$$3y+2 - 36 = 3y - 34 \geq 20$$

$$-2 \leq y \leq 16$$

$$a=0 \quad b=y+2$$

$$(bx+ay+2) =$$

$$x_1, x_2 =$$

$$x_1+x_2 = -3$$

$$x_1x_2 = -12$$

$$\begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$a-b+2 =$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2 = -2a+b$$

$$= 2\sqrt{(3-x)(x+6)} \quad a = b$$

$$\sqrt{x+6}(1 - 2\sqrt{3-x}) = \sqrt{3-x}$$

$$x \in [3-x \geq 0] \quad -(x+6)(x-3) \geq 0$$

$$(x+6)(x-3) \leq 0 \quad (x+6)(x-3) \leq 0$$

$$\begin{matrix} & \\ & \\ & \\ -6 & 3 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & 3-x \geq 0 \quad a:b - \quad \text{---} \quad a \leq b \quad q \geq 6 \quad 4 \geq 2 \\
 & x \leq 3 \quad \text{---} : \quad x+6 + 3-x = 1000 \quad \sqrt{x+6} \quad b=1000 \Rightarrow a \\
 & -(x+6)(x-3) \geq 0 \quad a^2 + b^2 = 1000 \quad a^2 \leq 1000 - b \\
 & (x-3)(x+6) \leq 0 \quad a; b = 1 \quad a-b+7 = 2ab \quad a^2 \leq b \\
 & \begin{array}{c} (b-a) \\ \curvearrowleft \\ -6 \end{array} \quad a-c = -p^2 \quad a^2 = x+6 \quad b^2 \geq 1000 - b \\
 & \begin{array}{c} a \geq b \\ \curvearrowright \\ 3 \end{array} \quad a; b = 1 \quad a^2 = -x-6 \quad b(b-1) \geq 1000 \\
 & a-b+2 = 2\sqrt{ab} \quad q-a^2 = \boxed{b^2-a^2} \\
 & a-b+7 = 2ab \quad a^2 = 1000 - b \quad p = \boxed{b(b-1)} \\
 & a-b+7 = 2ab \quad b(b-1) \geq 1000 \quad a-\sqrt{q-a^2} + 7 = \\
 & a(1-2b) - b + 7 = 0 \quad a-\sqrt{q-a^2} + 7 = \\
 & a = \frac{b+7}{1-2b} \quad (x+6)(x-3) \geq 0 \quad 2a-\sqrt{q-a^2} \\
 & \begin{array}{c} x \in [-6; 3] \\ \curvearrowleft \\ 2 \end{array} \quad a-b+7 = (2a+1)\sqrt{q-a^2} \\
 & a^2 + 14a + 49 = (4a^2 + 4a + 1) \\
 & a^2 - a^2 - 14a - 49 = 36a^2 + 36a + 9 - 4a^4 - 4a^3 - a^2 \\
 & 4a^4 + 4a^3 - 34a^2 - 22a + 40 = 0 \\
 & 2a^4 + 2a^3 - 17a^2 - 11a + 20 = 0 \quad \boxed{10} \quad \boxed{10} \\
 & \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\
 & \begin{array}{c} a+b \\ \text{---} \\ 2a+1 \end{array} \leq 3 \quad a-b+2 = 2 \cdot 2 \quad a-b+7 = 2ab \quad \begin{array}{c} \boxed{10} \\ \text{---} \\ \boxed{10} \end{array} \\
 & a+b = 2 \cdot 2 \cdot 9 \quad a+b = 6(2a+1) \quad \begin{array}{c} \boxed{10} \\ \text{---} \\ \boxed{10} \end{array} \\
 & a+b \leq 6a+3 \quad \frac{a+b}{2a+1} = 6 \quad b \leq 3 \quad \boxed{10} \\
 & 5a \leq 3 \quad a \geq \frac{3}{5} \quad a \leq 3
 \end{aligned}$$