



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = -6x^2$$

Пусть d - разность прогрессии

$$\text{тогда } \frac{a_8 - a_2}{6} = d$$

$$d = \frac{-6x^2 + 12x - 12}{6} = -x^2 + 2x - 2$$

$$a_2 + 2d = a_4$$

$$12 - 12x + 2(-x^2 + 2x - 2) = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$12 - 12x - 2x^2 + 4x - 4 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

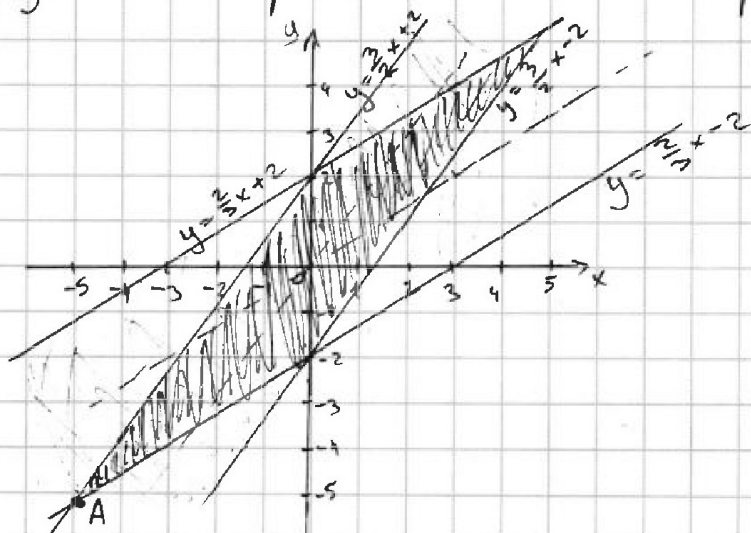
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & (1) \\ |3x - 2y| \leq 4 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad |2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y \leq 6, y \leq \frac{2}{3}x \\ 2x - 3y \geq -6, y \geq \frac{2}{3}x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{2}{3}x - 2, y \leq \frac{2}{3}x + 2 \end{cases}$$

$$(2) \quad |3x - 2y| \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y \leq 4, y \leq \frac{3}{2}x \\ -(3x - 2y) \leq 4, y \geq \frac{3}{2}x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{3}{2}x - 2, y \leq \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$

Изобразим область решения систем на коорд. плоскости:



Заметим, что $10x + 5y = \min$ при $x = \min, y = \min$

В точке A значения x, y минимальны $\Rightarrow$ значение $10x + 5y = \min$
Найдем координаты точки A:

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$x = -4,8$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2 = -5,2$$

$$10x + 5y = 10(-4,8) + 5(-5,2) = -74$$

Ответ: -74



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

$$A, B \text{ равны } 15q^2 \text{ и } 17p^2 \Rightarrow A, B \in \mathbb{N} \Leftrightarrow m-2n-2 \in \mathbb{N} \Rightarrow m-2n, m-2n+13 \in \mathbb{N}$$

$$1) \begin{cases} A = 17p^2 \\ B = 15q^2 \end{cases}$$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

Задача, что $m-2n$ и $m-2n+13$ разной четности $\Rightarrow$
 $\Rightarrow 17p^2$ - четное $\Rightarrow p^2 : 2 \Rightarrow p = 2$ (т.к. p - простое)

$$m-2n < m-2n+13 \Rightarrow \begin{cases} m-2n = 17 \\ m-2n+13 = 4 \end{cases} \text{ - не возм.}$$

тогда: $\begin{cases} m-2n = 4 \\ m-2n+13 = 17 \end{cases}$

$$B = mn(m-2n-2) = mn(4-2) = 2mn = 15q^2 \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q = 2 \text{ (т.к. } q \text{ - простое)}$$

получаем: $\begin{cases} 2mn = 60 \\ m-2n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m = 4+2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n^2+2n-15=0 \\ m = 4+2n \end{cases}$

$$\begin{cases} n = 3 \\ m = 10 \\ n = -5 \\ m = -6 \end{cases} \text{ - не подходит}$$

$$2) \begin{cases} A = 15q^2 \\ B = 17p^2 \end{cases}$$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

$$m-2n, m-2n+13 \text{ разной четности} \Rightarrow q^2 : 2 \Rightarrow q = 2$$

тогда $(m-2n)(m-2n+13) = 60$

$$(m-2n)^2 + 13(m-2n) - 60 = 0$$

$$D = 169 + 240 = 409 \neq k^2 \Rightarrow \text{нет решений в натуральных числах}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, 2 случая невозможны
Ответ: $m = 10$; $n = 3$

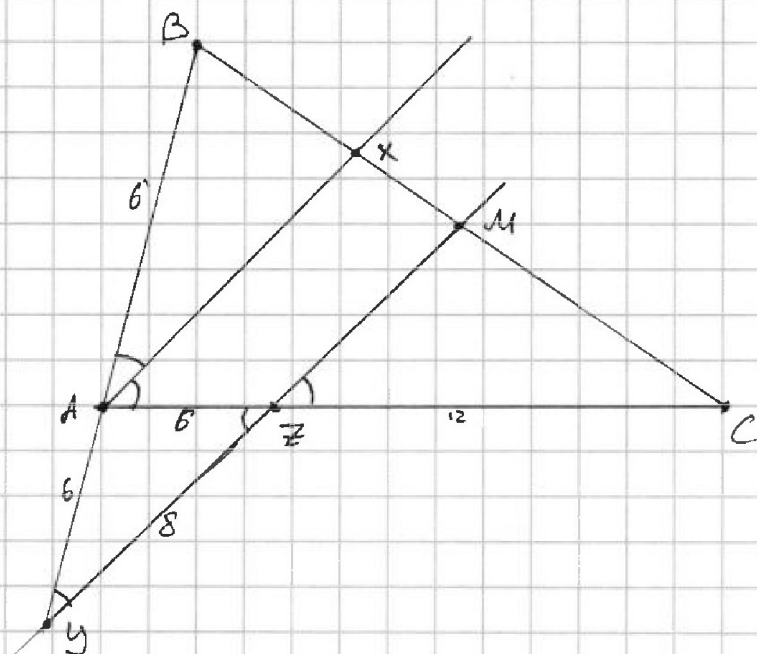


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \quad AX \parallel YM \Rightarrow \angle BAX = \angle BYM; \angle XAC = \angle AZY$$

$$AX - \text{биссектр.} \Rightarrow \angle BAX = \angle BYM = \angle XAC = \angle AZY = \alpha$$

$$\angle BYM = \angle AZY \Rightarrow \triangle AZY - \text{р/с} \Rightarrow AZ = AY = 6;$$

$$\cos \alpha = \frac{0,5 \cdot 42}{AZ} = \frac{21}{6} = \frac{2}{3}$$

$$2) \text{ по т. Паллеса: } \frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA} = \frac{18-6}{6} = \frac{2}{1}$$

$$\text{пусть } CM = 2a; MX = a$$

$$M - \text{середина } BC \Rightarrow CM = BM = 2a \Rightarrow BX = 2a - a = a$$

$$3) \text{ по св-ву биссектрисы:}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX} = \frac{a}{2a+a} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = \frac{1}{3} AC = \frac{1}{3} \cdot 18 = 6$$

$$4) \quad \cos \angle BAC = \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) по т. косинусов в $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC =$$
$$= 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 360 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего узлов клеток: 64

Кол-во способов выбрать 2 из них: C_{64}^2

При этом каждый несимметричный относительно центра вариант выбора узлов мы учли по 4 раза (4 поворота на 90°), а каждый симметричный относительно центра — по 2 раза (т.к. повороты на 180° совпадают)

Кол-во способов выбрать 2 симметричных друг другу относительно центра узла: 32,
т.к. достаточно выбрать 1 узел в правой половине квадрата — 2 получатся симметрией из 1-го

тогда всего способов:

$$\frac{C_{64}^2 - 32}{4} + \frac{32}{2} = \frac{2C_{64}^2 + 32}{4} = \frac{64 \cdot 63 + 32}{4} = 1016$$

Ответ: 1016

$$\angle NPK = \angle NCK = \angle NCP = \angle NKP \Rightarrow \Delta NKP - p.s.; NK = KP$$



1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

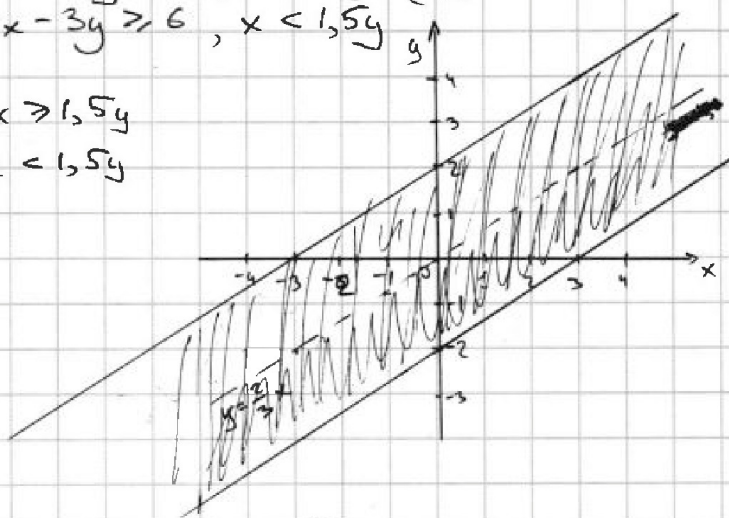
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 & (1) \\ |3x-2y| \leq 4 & (2) \end{cases}$$

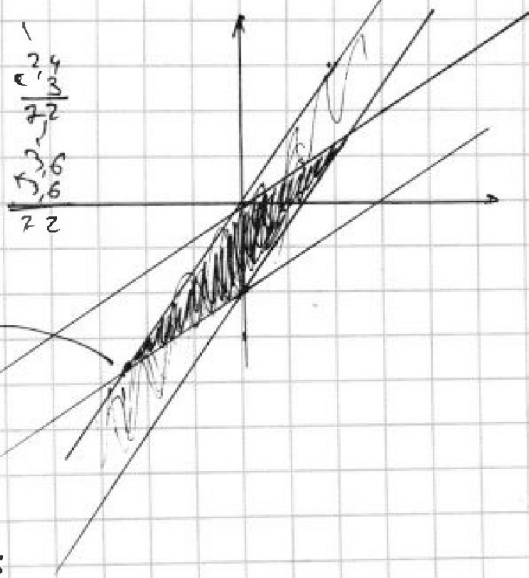
$$(1) |2x-3y| \leq 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y \leq 6, & x \geq 1,5y \\ 2x-3y \geq 6, & x < 1,5y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{2}{3}x - 2, & x \geq 1,5y \\ y \leq \frac{2}{3}x - 2, & x < 1,5y \end{cases}$$



$$(2) |3x-2y| \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y \leq 4, & x \geq \frac{2}{3}y \\ 3x-2y \geq 4, & x < \frac{2}{3}y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{3}{2}x - 2, & x \geq \frac{2}{3}y \\ y \leq \frac{3}{2}x - 2, & x < \frac{2}{3}y \end{cases}$$



$$|2 \cdot (-2,4) - 3 \cdot (-3,6)| =$$

$$= |-4,8 + 10,8| = 6$$

$$|3x-2y| =$$

$$= |3 \cdot (-2,4) - 2 \cdot (-3,6)| =$$

$$= |-7,2 + 7,2| = 0$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{2}{3}x - 2 \Leftrightarrow$$

$$9x = 4x - 12$$

$$5x = -12$$

$$x = -2,4$$

$$y = \frac{3}{2} \cdot -2,4 =$$

$$= -1,2 \cdot 3 = -3,6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = 17p^2$$

$$m^2n - 2mn^2 - 2mn = 15q^2$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) =$$

$$= (m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2$$

$$\begin{cases} m - 2n = 17 \\ m - 2n + 13 = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - 2n = 17 \\ m - 2n + 13 = p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2 = 17 + 13 = 30 - \text{не квадрат}$$

$$\begin{cases} m - 2n = -17p \\ m - 2n + 13 = -p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - 2n = -17p \\ m - 2n + 13 = -p^2 \end{cases} \Rightarrow -p^2 = 13 - 17p \Rightarrow p^2 - 17p + 13 = 0$$

$$m - 2n = 17p$$

$$m - 2n + 13 = -p^2$$

$$m - 2n + 13 > m - 2n \Rightarrow$$

возможны случаи:

$$\begin{cases} m - 2n = 17 \\ m - 2n + 13 = p^2 \end{cases}$$

- не имеет

$$\begin{cases} m - 2n = a \\ m - 2n + 13 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - 2n = -b \\ m - 2n + 13 = -a \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = -17 \\ m - 2n + 13 = p^2 \end{cases}$$

$$p = 2$$

$$\begin{cases} m - 2n = 1 \\ m - 2n + 13 = 17p^2 \end{cases} \Rightarrow 17p^2 = 14 \Rightarrow p = \sqrt{\frac{14}{17}} - \text{не простое}$$

$$\begin{cases} m - 2n = 17 \\ m - 2n + 13 = p \end{cases} \Rightarrow p = 30 - \text{не простое}$$

$$\begin{cases} m - 2n = -17p \\ m - 2n + 13 = -p \end{cases}$$

$$-17p + 13 = -p$$

$$16p = 13$$

$$p = \frac{13}{16}$$

- не простое

$$\begin{cases} m - 2n = p \\ m - 2n + 13 = 17p \end{cases} \Rightarrow p + 13 = 17p \Rightarrow p = \frac{13}{16} - \text{не простое}$$

$$\begin{cases} m - 2n = p^2 \\ m - 2n + 13 = 17p^2 \end{cases} \Rightarrow p^2 + 13 = 17p^2 \Rightarrow p^2 = 2$$

тогда:

$$\begin{cases} m - 2n = p^2 \\ m - 2n + 13 = 17p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - 2n = 2 \\ m - 2n + 13 = 34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = -17 \\ m - 2n + 13 = -p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - 2n = -17 \\ m - 2n + 13 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ m - 2n = -17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = -17p^2 \\ m - 2n + 13 = -1 \end{cases}$$

$$-17p^2 + 13 = -1$$

$$-17p^2 = -14$$

$$p^2 = \frac{14}{17} - \text{не простое}$$

$$\begin{cases} m - 2n = p^2 \\ m - 2n + 13 = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ m - 2n = p^2 \end{cases}$$

$$p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$$

$$\begin{cases} m - 2n = p \\ m - 2n + 13 = 17p \end{cases}$$

$$p + 13 = 17p$$

$$16p = 13$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



384 | 2.
 192 | 2.
 86 | 2.
 48 | 2.
 24 | 2.
 12 | 2.
 6 | 2.
 3 | 3

384 | 2.
 - 128
 256
 128
 384

384 | 2.
 - 64
 320
 64
 384

$x \geq \frac{3}{2}y$ | $\cdot \frac{2}{3}$
 $\frac{2}{3}x \leq \frac{2}{3}y$
 $y \geq \frac{2}{3}x - 2$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $= -1$

$BC = ?$
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 2}{8} =$
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 2}{8} =$
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 2}{8} =$
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 2}{8} =$

$\frac{BK}{CX} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AB}{AC} \Rightarrow$
 $\Rightarrow AB = \frac{1}{3} AC = 6$

$\cos x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2x =$
 $= 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot (-\frac{1}{9}) =$
 $= 360 + 24 = 384 \Rightarrow BC = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$

384 | 2.
 - 128
 256
 128
 384

384 | 2.
 - 64
 320
 64
 384

$x \geq \frac{3}{2}y$ | $\cdot \frac{2}{3}$
 $\frac{2}{3}x \leq \frac{2}{3}y$
 $y \geq \frac{2}{3}x - 2$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $= -1$

$BC = ?$
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 2}{8} =$
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 2}{8} =$
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 2}{8} =$
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 2}{8} =$

$\frac{BK}{CX} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AB}{AC} \Rightarrow$
 $\Rightarrow AB = \frac{1}{3} AC = 6$

$\cos x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2x =$
 $= 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot (-\frac{1}{9}) =$
 $= 360 + 24 = 384 \Rightarrow BC = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$

$$10 = 2a$$

$$a = 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1.2) y < 0 \Rightarrow \frac{2}{3}y \geq 1,5y \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}y$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3y \geq 6 \\ 2x - 6 \geq 3y \end{cases}$$

$$x - y \leq 2 \quad \frac{2}{3}x - 2 \geq y$$

$$y \geq x - 2 > \frac{2}{3}y - 2$$

$$\frac{1}{3}y > -2$$

$$y > -6 \Rightarrow x > \frac{2}{3} \cdot (-6) = -4$$

$$10x + 5y = k$$

$$y = \frac{1}{5}k - 2x$$

$$2x + y \geq k$$

$$y \geq k - 2x$$

$$1) \begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases} \quad y \geq \frac{2}{3}x - 2$$

$$x < 1,5y: 2y - 2x \leq 6 \quad y \leq 2 + \frac{2}{3}x$$

$$y \geq \frac{2}{3}x - 2 \Rightarrow -(2x - 3y) \leq 6$$

$$= 3y - 2x \leq 6$$

$$\text{from } x \geq 1,5y: 2x - 3y \leq 6$$

$$y \geq \frac{2}{3}x - 2 \geq \frac{2}{3} \cdot 1,5y - 2 = y - 2$$

$$0 \geq -2 \Rightarrow \text{всегда верно}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$x \geq \frac{2}{3}y \quad 3x - 2y \leq 4 \quad y \geq 1,5x - 2$$

$$x < \frac{2}{3}y \quad 2y - 3x \leq 4 \quad y \leq 2 + 1,5x$$

$$y \geq 1,5x - 2 \geq y - 2$$

$$\begin{vmatrix} 2 \cdot (-4,8) - 3(-5,2) \\ -9,6 + 15,6 \end{vmatrix} = 6$$

$$\begin{vmatrix} 1 \cdot 3(-4,8) - 2(-5,2) \\ -14,4 + 10,4 \end{vmatrix} = 4$$

$$x = -4,8$$

$$y = -5,2$$

$$\begin{array}{r} 4,8 \\ + 4,8 \\ \hline 9,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 3 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4,8 \\ \times 3 \\ \hline 14,4 \end{array}$$

$$x \in -\frac{24}{5} = -\frac{48}{10} = -4,8$$

$$y = -4,8 \cdot 1,5 + 2 = -5,2$$

$$1,5x + 2 = \frac{2}{3}x - 2 \quad | \cdot 6$$

$$9x + 12 = 4x - 12$$

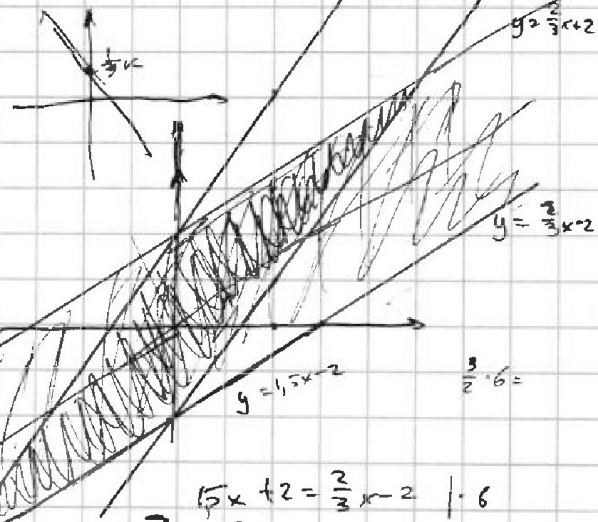
$$5x = -24$$

$$x = -\frac{24}{5} = -4,8$$

$$y = -4,8 \cdot 1,5 + 2 = -5,2$$

$$\begin{vmatrix} 2x + y \\ (-4,8 \cdot 2 - 5,2) \end{vmatrix} = 5 =$$

$$= \left(-\frac{48}{5} - \frac{26}{5} \right) \cdot 5 = -48 - 26 = -74$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$10x+5y \rightarrow \min$$

$$5(2x+y) \rightarrow \min$$

$$(1) |2x-3y| \leq 6$$

$$\text{или } 2x-3y \geq 0 \Rightarrow x \geq 1.5y,$$

$$\text{и } 3x-2y \geq 0, \text{ т.к. } x \geq 1.5y > \frac{2}{3}y$$

$$2x \geq 3y \quad x \geq 1.5y$$

$$2x-3y \leq 6$$

$$1) \begin{cases} 2x-3y \leq 6 \\ 3x-2y \leq 4 \end{cases}$$

$$x \geq 1.5y$$

$$x \geq \frac{2}{3}y$$

$$5x-5y \leq 10$$

$$x-y \leq 2$$

$$10x-15y \leq 50$$

$$5(2x+y) \geq 3x+y \Rightarrow 8y+y=9y \geq 16$$

$$5x-5y \leq 10$$

$$x-y \leq 2$$

$$y \geq x-2$$

$$y \geq 1.5y-2$$

$$0.5y \geq -2$$

$$y \geq -4$$

$$y = -4, x = -6$$

$$5x-5y \leq 10$$

$$x-y \leq 2$$

$$y \geq x-2$$

$$y \geq 1.5y-2$$

$$y \geq$$

$$\frac{10}{5} \frac{x}{y} -$$

$$\frac{10}{5} \frac{x}{y} -$$

$$-48 + 26 = -22$$

$$2) 2x-3y$$

$$1.1) y \geq 0 \Rightarrow 1.5y \geq \frac{2}{3}y \Rightarrow x \geq 1.5y \geq 0$$

$$\text{тогда: } x-y \leq 2$$

$$y \geq x-2 \geq 1.5y-2 \quad y \geq -4 \text{ — верно при } y \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$2x+y \geq 2x+x-2 = 3x-2$$

$$10x+5y \geq 0 \text{ при } x, y \geq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x \quad x - ?$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$a_8 = (-6x^2)$$

$$a_4 = a_2 + 2d = 12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2$$

$$2d = (x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x = x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$$

$$a_8 = a_4 + 4d = (x^2 + 4x)^2 + 4d = -6x^2$$

$$4d = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = -x^4 - 8x^3 - 22x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 = \frac{-x^4 - 8x^3 - 22x^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + x^4$$

$$2x^4 + 16x^3 + 56x^2 - 24 + x^4 + 8x^3 + 22x^2 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 +$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = \frac{-x^4 - 8x^3 - 22x^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 + x^4 + 8x^3 + 22x^2 = 0$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$6d = -6x^2 + 12x - 12$$

$$d = -x^2 + 2x - 2$$

$$12 - 12x + 2(x^2 + 4x - 4) = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$12 - 12x - 4x^2 + 8x - 8 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 20x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 6 \\ \hline 168 \\ + 20 \\ \hline 276 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \overline{) 13} \\ - 27 \\ \hline 24 \\ 03 \cdot 23 \\ \hline 1-8+18-8-8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 124} \\ - 54 \\ \hline 70 \\ 27 \overline{) 70} \\ - 54 \\ \hline 16 \\ 16 \overline{) 16} \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} X^4 + 8x^3 + 20x^2 + 16x - 4 &= 0 \\ X^4 + (2x)^3 + 8 \cdot (2x)^2 + 2 \cdot 2x - 4 &= 0 \\ X^4 + 2x(4x^2 + 10x + 2) - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$x = -4:$$

$$\begin{aligned} 4^4 - 8 \cdot 4^3 + 20 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 4 &= 0 \\ 4^4 - 2 \cdot 4^4 + 20 \cdot 4^2 - 4^3 - 4 &= 0 \\ -4^4 + 18 \cdot 4^2 - 4 &= 0 \\ -256 + 288 - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$Q_1 = 12 - 12x$$

$$\begin{aligned} 12 - 12x + 2(-x^2 + 2x - 2) &= \\ = x^4 + 8x^3 + 16x^2 & \end{aligned}$$

$$256 - 512 + 320 - 16 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$12 - 12x + 2x^2 + 4x - 4 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\begin{aligned} (a+b)^4 &= (a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab+b^2) \\ &= a^4 + 2a^3b + a^2b^2 + \\ &+ 2a^3b + 4a^2b^2 + 2ab^3 + \\ &+ a^2b^2 + 2ab^3 + b^4 = \\ &= a^4 + 4a^3b + 2a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$x = -8:$$

$$\begin{aligned} 8^4 - 8 \cdot 8^3 + 18 \cdot 8^2 - 8 \cdot 8 - 8 &= 0 \\ 17 \cdot 8^2 - 8 &= 0 \end{aligned}$$

$$4^4 - 8 \cdot 4^3 + 18 \cdot 4^2 - 8 \cdot 4 - 8 = 0$$

$$256 - 512 + 288 - 32 - 8 = 0$$

$$= 544$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$Q_1 = 12 - 12x + x^2 - 2x + 2 =$$

$$= x^2 - 14x + 14$$

$$d = -x^2 + 2x - 2 = -(x^2 - 2x + 2) =$$

$$\frac{-6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2}{4} = -x^2 + 2x - 2$$

$$= -(x-1)^2 + 1 = -(x-1)^2 - 1$$

$$-x^4 - 8x^3 - 22x^2 = -4x^2 + 8x - 8$$

$$12x - 35128$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}$$

$$x = -58$$

$$x^4 + 18x^2 : 8$$

$$x^2(x^2 + 18) : 8$$

$$x^2 : 8$$

$$x^2 + 18 : 8$$

$$x^2 = 6$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) A = 15q^2 \quad B = 17p^2 \rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 3 \cdot 5 \cdot q^2$$

$$1, 9, 9^2, 3, 5, 39, 39^2, 59, 59^2, 159, 159^2$$

т.к. $m-2n < m-2n+13$, возможны случаи:

$$\begin{cases} m-2n=1 \\ m-2n+13=15q^2 \end{cases} \quad q = \sqrt{\frac{14}{15}} \text{ не логично} \quad \begin{cases} m-2n-2 < m \leq m+1, \text{возможны варианты} \end{cases}$$

$$m-2n \quad mn \quad (m-2n-2) = 17p^2$$

$$\begin{cases} m-2n=1 \\ m-2n-2=15p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn=17p^2 \\ m-2n-2=15p^2 \end{cases} \Rightarrow m-2n=3$$

$$\begin{cases} mn=17 \\ m-2n-2=p^2 \end{cases} \Rightarrow m-2n=p^2+2$$

$$\begin{cases} mn=17p \\ m-2n-2=p \end{cases} \Rightarrow m-2n=p+2$$

$$\begin{cases} mn=p^2 \\ m-2n-2=17 \end{cases} \Rightarrow m-2n=19$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 3 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 19 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$(1) A = (m-2n)(m-2n+13) = 3 \cdot 16 = 48 = 15q^2 - \text{нет простых корней}$$

$$(2) A = (p^2+2)(p^2+15) = 15q^2$$

$$p^2+2 \nmid 15, p^2+15 \nmid p^2+2 \Rightarrow p^2+15 \nmid 15$$

$$p^2+2=15 \Rightarrow p=\sqrt{13} \text{ не логично}$$

$$p^2+2 < p^2+15 \Rightarrow \begin{cases} p^2+2=15q \text{ - невозм.} \\ p^2+15=q \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p^2+2=15q \\ p^2+15=q \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2+2=15q^2 \text{ - невозм.} \\ p^2+15=q \end{cases}$$

$$(3) A = (p+2)(p+15) = 15q^2$$

$$p \nmid 15 \Rightarrow p+15 \nmid 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p+2=15 \Rightarrow p=13 \text{ не логично}$$

$$p^2=p+15 \quad q=\sqrt{28}$$

$$p+15 > p+2 \Rightarrow \begin{cases} p+2=15q \text{ - невозм.} \\ p+15=q \end{cases}$$

$$\begin{cases} p+2=15q^2 \\ p+15=q \end{cases} \text{ - невозм.}$$

$$\begin{array}{r} 26^2 + 3^2 \\ \hline 4 \end{array} =$$

$$(4) A = 19 \cdot 32 = 15q^2 - \text{нет простых корней}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 11 \times 64 \\ \hline 1132 \\ 384 \\ \hline 1002 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4064 \quad | 4 \\ \hline 4 \\ \hline 6 \\ \hline 4 \\ \hline 24 \end{array}$$

