МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t, при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a-b = 12$, а значение выражения $a^2+2ab+b^2+3a+3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b.

$16^2 + 3 \cdot 16 = 1649$

3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M, пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D, что $AB = CD$. Найдите AB, если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.

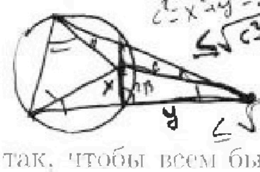
$2\angle CAN$

4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

$\frac{x+y}{2} \le \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}} = \sqrt{c^2 + 2\cos 2\beta xy} \le$

$c^2 = x^2 + y^2 - 2\cos\beta xy$

$\le \sqrt{c^2 + 2xy}$



$\le \sqrt{c^2 + x^2 + y^2}$

- он сидит на первой парте в ряду,
- ближайшая парта перед ним пуста,
- за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE, лежит на отрезке CD. Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.

6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2.$$

$-(x-1)^2 - (y+1)^2 + 2 \ge 1$

$(x-1)^2 + (y+1)^2 \le 1$

$\sqrt{\underbrace{-(x-1)^2 - (y+1)^2 + 2}} \quad \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$

$-x^2 + 2x - 1 \qquad \le \sqrt{2} \qquad \le 1$

$-y^2 - 2y - 1 \qquad \le 1 \qquad \le 1$

$+ \quad 2$

$x^2 + 4\sqrt{2}\,t\,x + 9t^2 - 9 = 0$ и t - ? два корня и произведение положительно

произведение корней по виета: $x_1 x_2 = 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow$ (по условию)

$\Rightarrow 9t^2 > 9 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow (t-1)(t+1) > 0$

условие 2-ух различных корней $\Leftrightarrow D > 0 \Rightarrow$

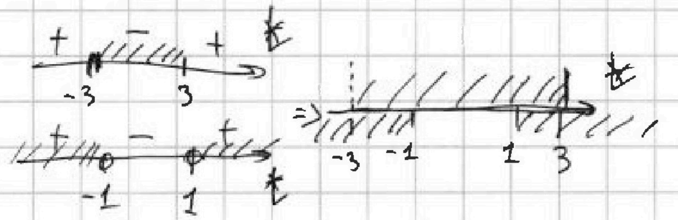
$\Rightarrow D = 32t^2 - 4(9t^2 - 9) > 0$

$-4t^2 + 36 > 0$

$4t^2 < 36 \Rightarrow t^2 < 9 \Rightarrow (t-3)(t+3) < 0$

Имеем систему нер-в:

$$\begin{cases} (t-3)(t+3) < 0 \\ (t-1)(t+1) > 0 \end{cases}$$



Ответ $t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Заметим, что~~ если $a-b=12$, то $a+b$ – есть число четное, ведь $a-b \vdots 2 \Rightarrow a \vdots b \Rightarrow 0+0$ и $1+1 \vdots 2$

(и.у иначе a и b одной четности)

$\underbrace{a^2+2ab+b^2}+3a+3b=19p^4$

$(a+b)^2+3(a+b)=19p^4$

$(a+b)(a+b+3)=19p^4$

по выше сказанному $a+b \vdots 2 \Rightarrow 19p^4 \vdots 2$

но т.к 19 – нет, а p – простое, то единственное простое число, кратное 2 это $2 \Rightarrow p=2$

$\Downarrow$

$(a+b)(a+b+3)=19\cdot 2^4=19\cdot 16$

$\Downarrow$ $a+b=t$

$t(t+3)-16\cdot 19=0$

$t^2+3t-16\cdot 19=0$

по Виета корни $t_1=-19<0$ – не подходит $(a+b)$ – натур

$t_2=16 \Rightarrow \begin{cases} a+b=16 \\ a-b=12 \end{cases} + \Rightarrow 2a=28 \Rightarrow a=14$

$\Downarrow$

$b=14-12=2$

Ответ: $a=14$; $b=2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что парт 12, а учеников 11 => после рассадки, на одном ряду будет 2 человека на оставшихся 3-ёх 3 человека

① ② ③ ④ — ряды.

Также поймем, ~~что если~~ на одном ряду сидят три человека с ростами: $a_1 < a_2 < a_3$, то они могут сидеть всего 1-ним вариантом:

a_1 ← перв. парта
a_2 ← вторая
a_3 ← третья

(если на первой парте то он заго раживает второму человеку, если a_2, то за ним a_3, а за a_3 a_1, но $a_1 < a_3$ противоречие!)

~~в противном случае~~ ведь по условию, если мы рассадили 3-ёх чел-к за 1 ряд, то должно выполняться условие:

b_1 ← 1 парта
b_2 ← 2 парта
b_3 ← 3 парта

$b_1 > b_2 > b_3$ => очевидно только 1-им способом можно сделать, если ученики разного росту.

⇓

Также рассмотрим ряд, на котором 2 ученика, там есть 4 способа посадить их: $a_1 < a_2$

a_1 a_1 O Oa_2
a_2 O a_1 O
O a_2 Oa_2 Oa_1

Т.е это увеличивает число способов в 4 раза.

Осталось посчитать кол-во способов раздать детей на группы 3; 3; 3; 2

но это очевидно: $\dfrac{11!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2!}$

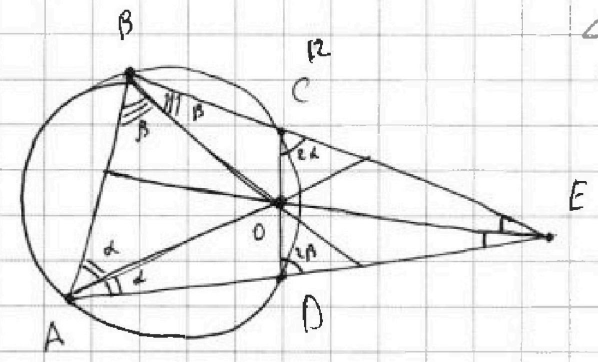
из них на одном ~~ряду 2 человек~~ из 4-ёх рядов 2 человека => умножаем чтобы выбрать этот ряд на $C_4^1 = 4$; и на этом ряду 4 способа расставить 2-ух людей =>

=> Ответ: $\left[\dfrac{11!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2!}\cdot 4\cdot 4\right]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$\angle A = 2\alpha$

$\angle B = 2\beta$

O – точка пересеч. бис $\triangle ABE$

O лежит на CD

$BE = 12$

$OD + DE \to \max$?

DCE

$\angle$ ~~CED~~ $= 2\alpha$ и $\angle CDE = 2\beta$ из вписанности ABCD и сумма против. углов $= 180^\circ$

$\Downarrow$

$\triangle ABE \sim CDE$

по Золотому св-ву бис $\dfrac{OC}{OD} = \dfrac{CE}{DE}$, но $\dfrac{CE}{DE} = \dfrac{AE}{BE}$ из подобия ABE и CDE

т.е получаем

$$\frac{OC}{OD} = \frac{CE}{DE} = \frac{AE}{BE} = \frac{AE}{12}$$

воспользуемся тем, что если $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = K$, то $\dfrac{a+c}{b+d} = K$

Док-во

$a = bK$

$c = dK \Rightarrow$

$\dfrac{a+c}{b+d} = \dfrac{K(b+d)}{b+d} = K$

$b+d \neq 0$

$\Downarrow$

$$\frac{OC}{OD} = \frac{CE}{DE} = \frac{OC+CE}{OD+DE} = \frac{AE}{12}$$

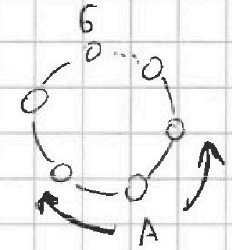
$\Downarrow$

$$OD + DE = \frac{12 \cdot (OC+CE)}{AE}$$

Также заметим св-во секущей: $CE \cdot 12 = DE \cdot AE$

если из любой деревни можно добраться в любую другую => граф связный (верш - деревни, дороги - рёбра)

Также заметим, что в графе нет циклов, в противном случае:



из вершины A в вершину Б можно попасть более чем 1-им способом (например влево и вправо по циклу)

$\Downarrow$

перед нами связный граф без циклов, значит это дерево (одно из его определений). В дереве на N вершинах $N-1$ ребро.

сумма степеней вершин = удвоенное число рёбер => число рёбер $+1 = N$

пусть у нас N - городов, тогда

$$\underbrace{N}_{\text{вершин}} = \overbrace{\frac{\Sigma \text{ степ вершин}}{2} + 1}^{\text{рёбер}+1} = \frac{5+6+7+9+\overbrace{N-4}^{\text{все оставшиеся по 1 дороге}}}{2} + 1$$

$$2N-2 = 5+6+7+9-4+N = 23+N \Rightarrow$$

$\Rightarrow N = 25$ ~~город в деревни~~ деревень - единств. вариант

Ответ: 25 деревень ~~городов~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$9t^2-9>0$

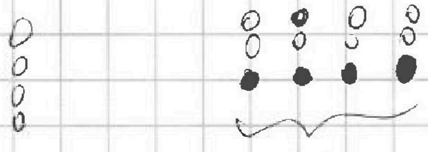
$t^2>1$

$32t^2-4(9t^2-9)>0$

$8t^2-9t^2+9>0$

$-t^2+9>0$

$9>t^2>1$



$t^2+3t-19\cdot16=0$

$(t-16)(t+19)$

$a-b=12$

$(a+b)^2+3(a+b)=19p^4$

$(a+b)(a+b+3)=19p^4$

$p^2 \quad 19p^2$

$19\cdot p\cdot p\cdot p\cdot p$

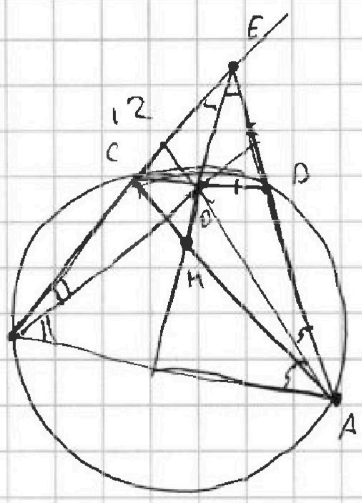
$18p^2=3$

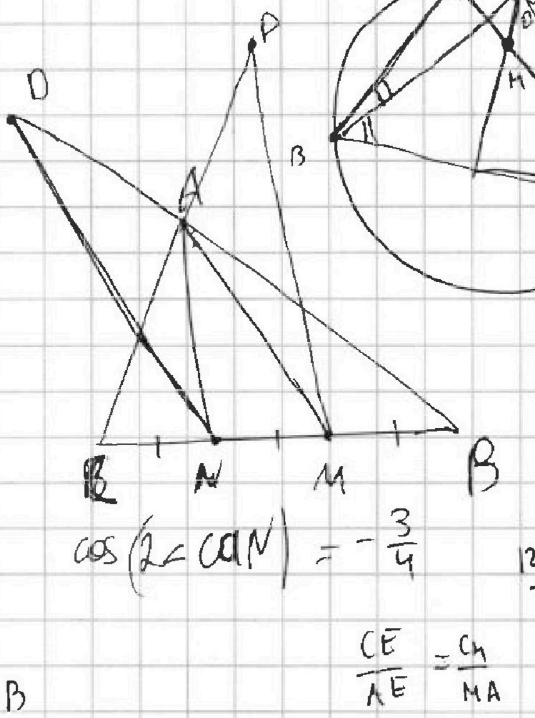
a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, …, a_n

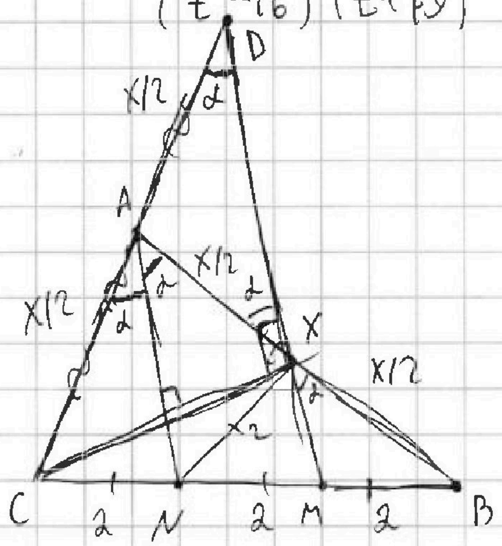
$a=b+12$

$p=3$

$2b+12$







$EP=\frac{12\cdot CE}{AE}$

$\cos(2\angle CAN)=-\frac{3}{4}$

$\frac{12\,CE}{AE}$

$\frac{CE}{AE}=\frac{CH}{MA}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x-y-1|}=2$$

поскольку $\sqrt{x}\geq 0$, также $\sqrt{1-|x-y-1|}\leq 1$, ведь $|x-y-1|\geq 0$

$\Rightarrow$ под корнем число не превосходящее 1

$\Downarrow$

$$2=\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x-y-1|}\leq\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}+1$$

$\Downarrow$

$1\leq\sqrt{2x-2y-x^2-y^2}$ $\Rightarrow$ под корнем число, которое хотя бы 1, в противном случае нер-во не было бы выполнено (ну или в квадрат возведя) получаем:

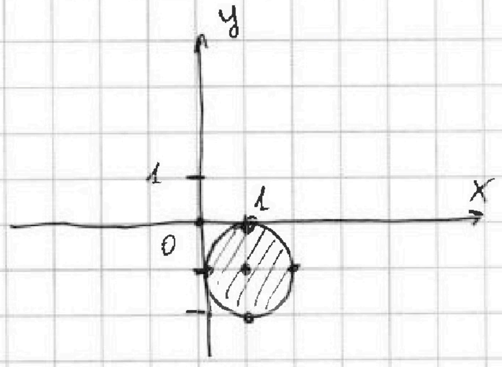
$$2x-2y-x^2-y^2\geq 1$$

$\Downarrow$ перенесли вправо прибавили +1 к каждой части, чтобы дойти до квадратов

$$x^2-2x+1+y^2+2y+1\leq 1$$

$$(x-1)^2+(y+1)^2\leq 1$$

но в целых числах ур-ние имеет не так много реш: переберём их



ведь слева ур-ние окружности с центром $(1;-1)$ и радиусом 1

Всего 5 точек с целочисленными координатами:

$(1;0)\cup(1;-1)\cup(1;-2)\cup(0;-1)\cup$
$\cup(2;-1)$

проверяем подстановкой:

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) $x=1$; $y=0$

$\sqrt{2-0-1-0}+\sqrt{1-|1-0-1|}=\sqrt{1}+\sqrt{1}=2$ ✓ подходит

2) $x=1$; $y=-1$

$\sqrt{2+2-1-1}+\sqrt{1-|1+1-1|}=\sqrt{2}+\sqrt{0}=\sqrt{2}\neq 2$ не подх ✗

3) $x=1$; $y=-2$:

$\sqrt{2+4-1-4}+\sqrt{\underbrace{1-|1+2-1|}_{-1<0}}$ по ОДЗ не проходит ✗

$x=0$; $y=-1$

4) $\sqrt{0+2-0-1}+\sqrt{1-|0+1-1|}=\sqrt{1}+\sqrt{1}=2$ ✓ подх

и последний 5) вар-т: $x=2$; $y=-1$:

5) $\sqrt{4+2-4-1}+\sqrt{\underbrace{1-|2+1-1|}_{=-1<0}}$ ОДЗ не проходит

Итого Ответ: 2 пары: $x=0$; $y=-1$

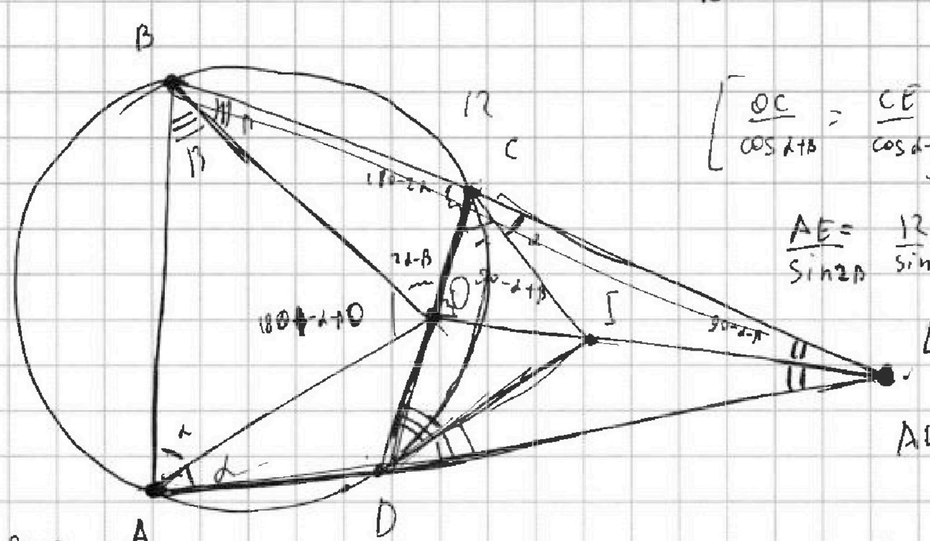
$x=1$; $y=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$BE = 12$



$\left[\frac{OC}{\cos\alpha+\beta} = \frac{CE}{\cos\alpha-\beta}\right]$

$\frac{AE}{\sin 2\beta} = \frac{12}{\sin 2\alpha}$

$AE = \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\alpha}\cdot 12$

1 2 3 4 5 .. 11

$ED + OD \to \max$

$12CE = AE\cdot DE$

$\frac{OD}{DE} = \frac{OC}{CE}$

$\frac{OC}{OD} = \frac{CE}{DE} = \frac{AE}{12} = \frac{OC+CE}{ED+OD}$

$\frac{OC}{CE} = \frac{OD}{DE}$

$ED + OD = \frac{12}{AE}\cdot(OC+CE) =$

$12OC = AE\cdot OD$

$\frac{OC}{OD} = \frac{AE}{12} = \frac{AE}{BE}$

$\frac{OC}{AE}$ vs $\frac{OD}{12}$

$\frac{CE}{AB} = \frac{ED}{12}$

$CE = \frac{AB\cdot ED}{12}$

$ED + OD = \left(\frac{OC}{AE} + \frac{CE}{AE}\right) = \frac{DE}{12} + \frac{OC}{AE} = \frac{OD}{12} + \frac{DE}{12}$

$\frac{OC}{AE} = \frac{OD}{12}$

$ED + OD = 12\cdot\frac{OC+CE}{AE}$

$AE = \frac{12CE}{DE}$

$OC = CE\cdot\frac{OD}{DE}$

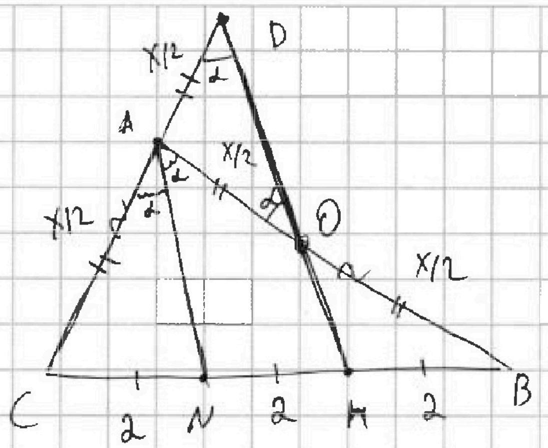
$\frac{CE\left(1+\frac{OD}{DE}\right)}{\frac{12CE}{DE}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



По условию:

$BC = 6$

$BM = MN = CN = \frac{BC}{3} = 2$

$\alpha = \angle CAN$

$\cos(2\alpha) = -\frac{3}{4}$

$AB = CD = X$

$AN \parallel MD$

O – пересечение AB и MD

Т.к $AN \parallel MD \Rightarrow AN$ ср линия $\triangle CDM \Rightarrow CA = AD = \frac{X}{2} = \frac{CD}{2}$
(ведь $CN = NM$)

Т.к $AN \parallel MD$ и $NM = MB \Rightarrow AO = OB = \frac{AB}{2} = \frac{X}{2}$
(проходит аналогично через середину)

из паралл. AN и MD следует: $\angle CDO = \angle CAN = \alpha$ (соотв.)

$\triangle ADO$ – р.б (AD = AO) $\Rightarrow \angle AOD = \angle CDO = \alpha$
$AO = X/2$

$\Downarrow$

$\angle NAB = \angle AOD = \alpha$ (накр. леж.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CAB = 2\alpha$

Запишем т. косинусов $\triangle ABC$:

$$36 = \frac{X^2}{4} + X^2 - 2\,\frac{X}{2}\cdot X\cos(2\alpha)$$

$$36 = \frac{5}{4}X^2 + \frac{3}{4}X^2 = 2X^2$$

$X^2 = 18 \Rightarrow AB = X = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Ответ: $AB = 3\sqrt{2}$

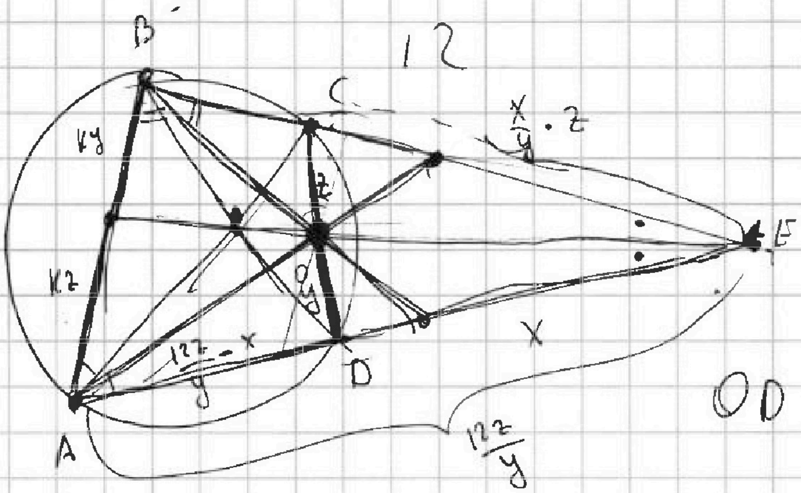
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

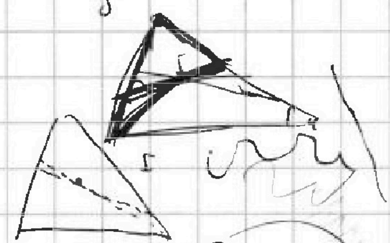
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

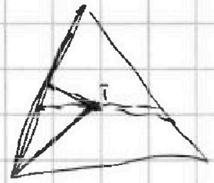
12



OD + DE

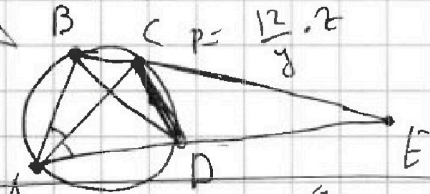


OD



$\frac{y}{z} = \frac{12}{p}$

$p = \frac{12}{y}\cdot z$



$$\frac{12z}{y}\cdot x = \frac{xz}{y}\cdot 12$$

$$\frac{OD}{OC} = \frac{DE}{CE} = \frac{12}{AE} = \frac{DE+OD}{OC+CE}$$

$$OD = \frac{OC}{CE}\cdot DE = \quad OD+DE = \left(1+\frac{OC}{CE}\right)DE$$

① ② ③ ④

$$\frac{11!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2!}\cdot 16 \qquad 12$$

$$C_{11}^{3}\cdot C_{8}^{3}\cdot C_{5}^{3}\cdot 4\cdot 4$$

$$\frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2} = \left[\frac{11!}{3!\cdot 3!\cdot 3!\cdot 2}\cdot 4\cdot 4\right]$$

0	1	1	2
1	2	0	0
2	0	2	1

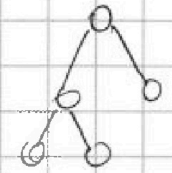
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

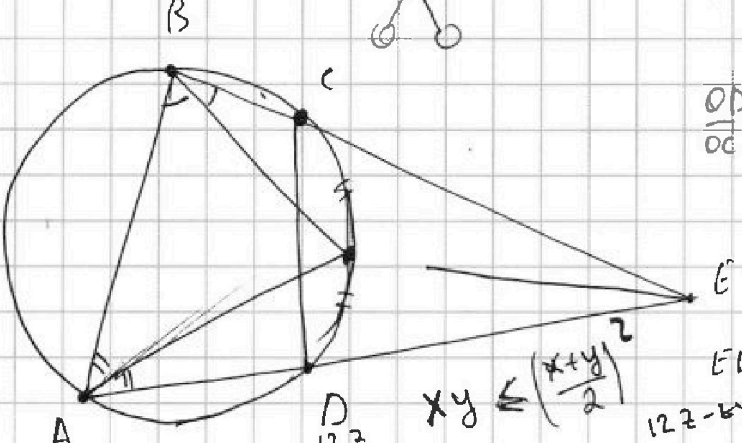
ребер



N

$\frac{KB}{AK} = \frac{BE}{AE}$

$\frac{AK}{AB} = 2$



$\frac{OD}{OC} = \frac{BE}{AE}$

$OC = \frac{AE \cdot OD}{BE}$

$DE = \frac{12CE}{AE}$

$\frac{12DE}{12}$

$ED + DO$

$k = \frac{12}{DE}$

$xy \le \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$

$12z - ky$

$x(x+t) = \frac{xz}{y} 12$

$x + t = \frac{12z}{y}$

$xy = 12z - ty$

$12CE = AE \cdot DE$

$CD - OD + DE - CE$

$DE = \frac{12CE}{AE}$

$\frac{OD}{OC} = \frac{12}{AE}$

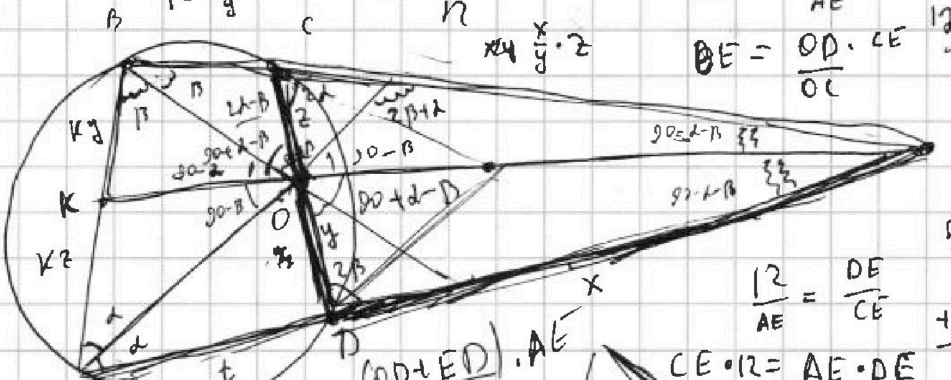
$12 - \frac{x}{y} \cdot z$

$xy\, \frac{x}{y} \cdot z$

$BE = \frac{OD}{OC} \cdot CE$

$\frac{12 + ky}{k}$

$\frac{12}{k} + y \le$

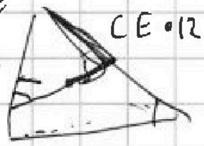


$5 + 6 + 7 + 9$

$\frac{12}{AE} = \frac{DE}{CE}$

$16 + 11 = 27$

$OC + CE = \frac{(OD + ED) \cdot AE}{12}$



$CE \cdot 12 = AE \cdot DE$

$+14$

44

ребер

22

$\frac{OD}{DE} = \frac{OC}{EC}$

$DO + ED =$

$= \frac{12}{AE}(OC + CE$

$OD = DE \cdot \frac{OC}{EC}$

$DE\left(1 + \frac{OC}{EC}\right)$

$DE + \frac{DE \cdot OC}{EC}$

$\frac{12}{AE}(12 - BC + OC)$

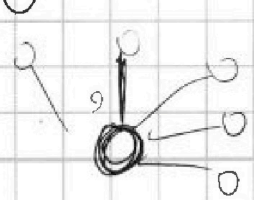
$27 + 21 = 48$ 11 ребер

$DE + 12 \cdot \frac{OC}{AE}$

$\frac{12 - BC + OC}{AE}$

21 ребра

20



$\frac{CE}{AE} \cdot 12 + 12 \cdot \frac{OC}{AE}$

$12\ \frac{CE + OC}{AE}$

$27 - 4 = 23$