



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть  $b_1$  - первый член геометрической прогрессии,  
значит что  $b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ ,  $b_{13} = 5-x$ ,  $b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$ ,  
 $b_{n+1} = b_1 q^n$ ,  $q \neq 0$ ,  $q \neq 1$ .

Тогда:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 q^6 \\ 5-x = b_1 q^{12} \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 q^{14} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = q^8 \\ \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} = q^2 \end{cases}$$

Тогда:

$$\frac{(13x-35)^2(x+1)^2}{(5-x)^4} = (x+1)^2 \quad | : (x+1)^2 \quad x+1 \neq 0$$

Получим следующее:

$$(13x-35)^2 = (x^2 - 10x + 25) = 0 \quad (\Rightarrow) \begin{cases} x^2 - 23x + 60 = 0 \\ x^2 + 3x - 40 = 0 \end{cases} (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 20 \end{cases}$$

Заметим, что при  $x=2$  выражение

$\sqrt{(13x-35)(x+1)}$  не определено. А при  $x=20$ , то  $b_1 < 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} < 0 - \text{противоречие. Значит}$$

~~$x \in \{3, 20\}$~~   $x \in \{-5, 3\}$ . При  $x = -5$ :  $b_1 = \frac{5}{32}$ ,  $q = \sqrt{2}$ ,  
при  $x = 3$ :  $b_1 = \frac{1}{32}$ ,  $q = \sqrt{2}$ . Ответ:  $x = -5, x = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

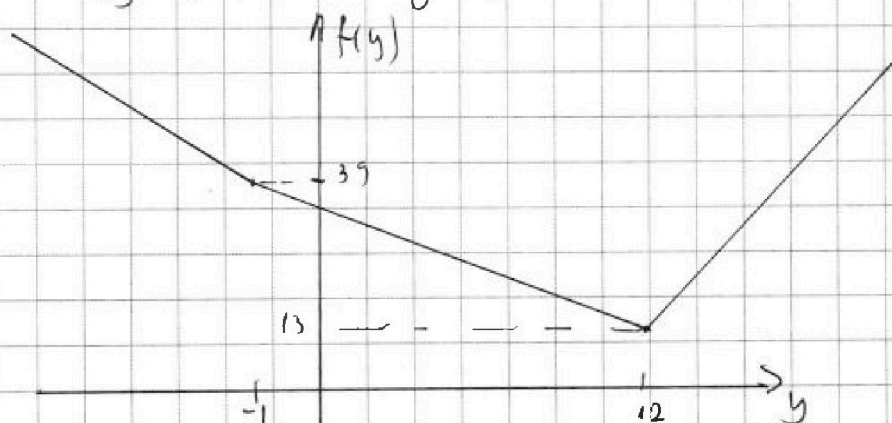
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} & (11) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2} & (12) \end{cases}$$

Рассмотрим функцию  $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$ .

$$f(y) = \begin{cases} -4y+35, & y \in (-\infty; -1] \\ 37-2y, & y \in [-1; 12] \\ 4y-35, & y > 12 \end{cases}$$



Таким образом  $|y+1| + 3|y-12| \geq 12$ ,  $\sqrt{169-2^2} \leq 13$ .

Значит (12)  $\Leftrightarrow \begin{cases} y=12 \\ z=0 \end{cases}$

$$11): \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} \quad | x \in [-3; 4]$$

Сделаем замену:  $a = \sqrt{x+3}$ ,  $b = \sqrt{4-x}$ . Тогда:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ a - b + 5 = 2ab = 0 \end{cases} \Rightarrow (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a-b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$1) \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ a = \frac{-2+\sqrt{10}}{2} \\ b = \frac{2+\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1-2\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$ ,  $x = \frac{1-2\sqrt{10}}{2}$

Ответ:  $(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; 12; 0)$ ,  $(\frac{1-2\sqrt{10}}{2}; 12; 0)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☒

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - (p + 3) = 0$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 = 0$$

Таким образом  $f(t)$  монотонно возрастает на  $[-1; 1]$ .  $f(-1) = -4$ ,  $f(1) = 10 \Rightarrow p \in [-4; 10]$

Сделаем замену:  $t = a - \frac{1}{2}$

$$4(a - \frac{1}{2})^3 + 6(a - \frac{1}{2})^2 + 3(a - \frac{1}{2}) - 3 = p$$

$$4(a^3 - \frac{3}{2}a^2 + \frac{3}{4}a - \frac{1}{8}) + 6(a^2 - a + \frac{1}{4}) + 3a - \frac{3}{2} - 3 = p$$

$$4a^3 - 6a^2 + 3a - \frac{1}{2} + 6a^2 - 6a + \frac{3}{2} + 3a - \frac{3}{2} - 3 = p$$

$$4a^3 = p + \frac{7}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} - \frac{1}{2}$$

Значит имеет уравнение  $\cos x = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} - \frac{1}{2}$

$$a = \sqrt[3]{\frac{p + \frac{7}{2}}{4}} \Rightarrow t = \sqrt[3]{\frac{p + \frac{7}{2}}{4}} - \frac{1}{2}$$

Имеет уравнение  $\cos x = \sqrt[3]{\frac{2p + 7}{8}} - \frac{1}{2}$ .

Ответ:  $p \in [-4; 10]$ ;  $x = \pm \arccos\left(\sqrt[3]{\frac{2p + 7}{8}} - \frac{1}{2}\right) + 2\pi n$   
 $n \in \mathbb{Z}$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☒

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом:

$$\begin{cases} \frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{ED}{CD} = \frac{r_2}{r_1} \left( \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right) \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{10}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{10}{3}}$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☒

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \geq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2, \text{ } p - \text{простое число} \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

Рассмотрим равенство  $a + b^2 = 560$ . По модулю 3  $b^2 \equiv 0$  или  $b^2 \equiv 1$ . Если  $b^2 \equiv 0 \pmod{3} \Leftrightarrow b \equiv 0 \pmod{3}$ , то

$$a \equiv 560 \equiv 1 \pmod{3}$$

Если  $b^2 \equiv 1 \pmod{3}$ , то  $a \equiv -1 \pmod{3}$ . Т.к.  $a \neq b$ , то

$a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv -1 \pmod{3}$ . Значит возможны два случая:

$$\boxed{a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv 0 \pmod{3}} \quad \text{или} \quad \boxed{a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv -1 \pmod{3}}$$

$$\text{При условии, что } a > b \quad (a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow \begin{cases} a-c = \pm 1 \\ b-c = \pm p^2 \\ a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{cases}$$

(знаки в какой-то системе совпадают)

Все "кандидаты" на значения  $b$ :  $\{2, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 23\}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{CL}{LO} = \frac{AL}{CO} \quad (*)$

$\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$

$\frac{DE}{DC} = ?$

$\frac{AE}{BD} = \frac{AF}{BF} =$

$\triangle ABD \sim \triangle A$

$\frac{DE}{CD} = \frac{10}{3} \left( \frac{AD}{AE} \right)^{??}$

$\frac{DE}{AB} = \frac{FE}{AF}$

$\frac{DE}{FE} = \frac{AB}{AF}$

$\triangle ABE \sim \triangle ABX$

$\triangle BCD \sim \triangle CDE$

$\frac{CD}{CB} = \frac{DE}{BD} = \frac{CE}{CD}$

$\frac{DE}{CD} = \frac{CD}{CB} = \frac{3x}{3x}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p \quad | \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = 1$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$3 \cos 2x = 5(2 \cos^2 x - 1) = 6 \cos^2 x - 5$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 8 = p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 5 = p$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(4t^2 + 4t + 1) = 0$$

$$p \in [-4; 10]$$

$$t = \frac{\pi}{6}$$

$$3 \cos \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} + 3\sqrt{3} = \frac{3 + 6\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x = p$$

$$2 \cos 2x (\cos x + \cos 2x)$$

$$\cos x = u$$

$$\cos 2x = v$$

$$t = 1$$

$$t = 0$$

$$-3$$

$$t = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 5u + 3v + 2uv = p \\ v = 2u^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 + 3 - 3 = 10 \\ \sqrt[3]{4t} - \sqrt[3]{3} = 4t^3 - 3 \end{cases}$$

$$4 \cos^3 x + 6(\cos x - 1)(\cos x + 1) + 3(\cos x + 1) = 0$$

$$4 \cos^3 x + 3(\cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$$

$$4 \cos^3 x + 3(\cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x + 3 \cos 2x = p$$

$$4t^3 + 6t^2 = 0$$

$$f = 12t^2 + 12t + 3 = 3(4t^2 + 4t + 1) = 0$$

$$3 \cos x + 2$$

$$3 \cos x (2 \cos^2 x - 1) - 2 \cos^3 x + 6 \cos x + 3 \cos 2x = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - (p + 3) = 0$$

$$t \rightarrow t - \frac{3}{4} \quad 4(t + \frac{3}{4})^3 + 6(t - \frac{3}{4})^2 + 3(t - \frac{3}{4}) + (p + 3) = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.  $\frac{1}{b_1 b_2} =$

$$b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = 5-x, b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

уравнение 7:

$$\begin{cases} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 q^6$$

$$5-x = b_1 q^{12}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 q^{14}$$

$$(5-x) \sqrt{\frac{x+1}{13x-35}} = q^6$$

$$x+1 = q^8 \Rightarrow$$

$$(5-x)(x+1) \sqrt{\frac{x+1}{13x-35}} = q^8$$

$$x+1 = q^8$$

$$\sqrt[4]{3}$$

$$\frac{8}{3}$$

$$\frac{3}{16} = q^6, 3 = q^2$$

$$b_1 q^6 = \frac{13x-35}{x+1}$$

$$b_1 q^{24} = (5-x)^2$$

$$q^4 = \frac{(5-x)^2(x+1)}{13x-35}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} \frac{x+1}{13x-35}$$

$$10 = b_1 \cdot 64$$

$$q^8 = \frac{5}{32}$$

$$q^2 = (5-x)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{5-x}{2}$$

$$b_{13} = 2, b_{15} = 6$$

$$13 \cdot 2 = 26$$

$$26 - 35 = -9$$

$$23 + 17 = 40$$

$$40 = 20 \cdot 2$$

$$20 \cdot 3 = 60$$

$$60 - 60 = 0$$

$$b_7 = \frac{8}{3}, b_{13} = 2, b_{15} = 6$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$= p^2$$

$$(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2$$

$$c^2 - (a+b)c + ab = 0$$

$$\frac{a+b+a-b}{2} = (a)$$

$$\Delta = (a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2 = 0 \quad (b)$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a-b = 1 - p^2 < 0$$

$$a-b = -1 + p^2 > 0$$

$$a-c=1$$

$$b-c=p^2$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$a-b=p^2-1$$

$$a-c=-1$$

$$b-c=-p^2$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$a+b = -p^2 + 1 < 0$$



$$p = -4$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

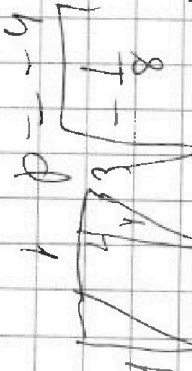
$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

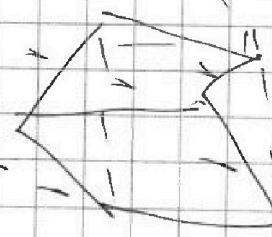


$$p = -4$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$



$$p + \frac{1}{2} = -8$$

$$p = -8 - \frac{1}{2}$$

$$p = -8 - \frac{1}{2}$$

$$p = -8 - \frac{1}{2}$$

$$p = -8 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$S_1 = S_2 = 4$$

$$S_3 = 5$$

$$S_4 = 5$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

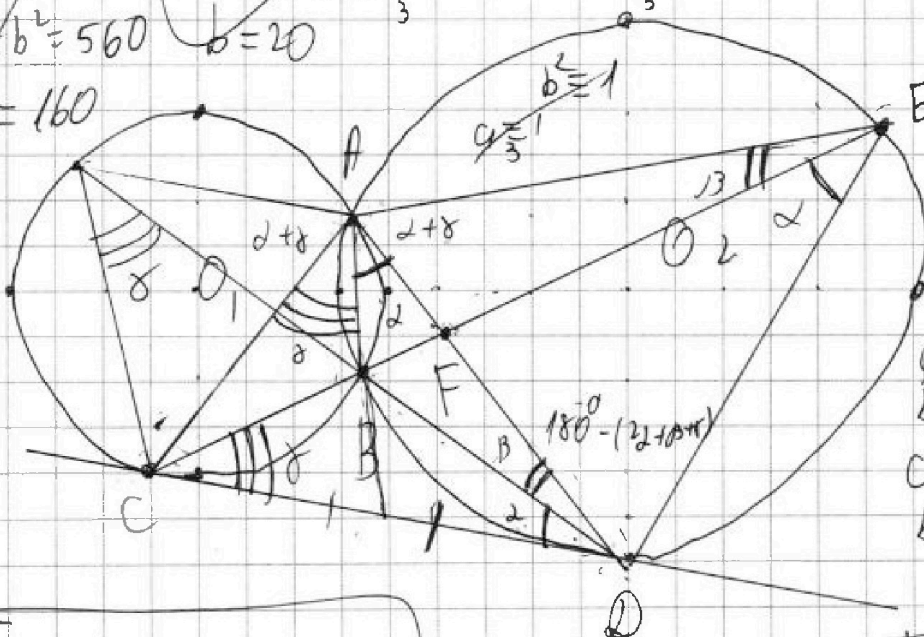
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b \quad (160 - c)(120 - c) - \text{неч. кб} \quad \text{но } 3 \mid 160 - c \quad a \neq b$$

$$c - b \neq 3 \quad (c - c)(b - c) - \text{неч. кб} \quad a + b \equiv 2 \pmod{3}$$

$$a + b^2 = 560 \quad b = 20$$

$$a = 160$$



$$ED = ?$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$

$$12 \text{ бамб} \quad \angle 2 \text{ ниб}$$

$$a \equiv -1$$

$$b \equiv 0$$

$$c \equiv -1$$

$$d \equiv -1$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{AD}{AE}$$

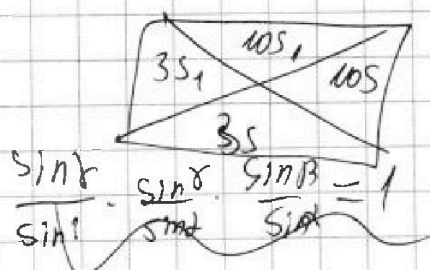
$$\frac{ED}{CD} = \frac{10}{3} \left( \frac{AD}{AE} \right) = \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{CB}$$

$$\triangle FDE \sim \triangle BFA: \quad \frac{ED}{BF} = \frac{FE}{AB} = \frac{AE \sin B}{ED \sin A} = \frac{AC}{CD \sin A}$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10} \quad \frac{AC}{AE} = \frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{\sin 2}{\sin 8} \quad \frac{CF}{FE} = \frac{3}{10} =$$

$$\frac{AD \sin 2}{AC \sin 8} = 1 \quad \frac{AD}{AC} = \frac{\sin 8}{\sin 2} = \frac{BD}{CB}$$



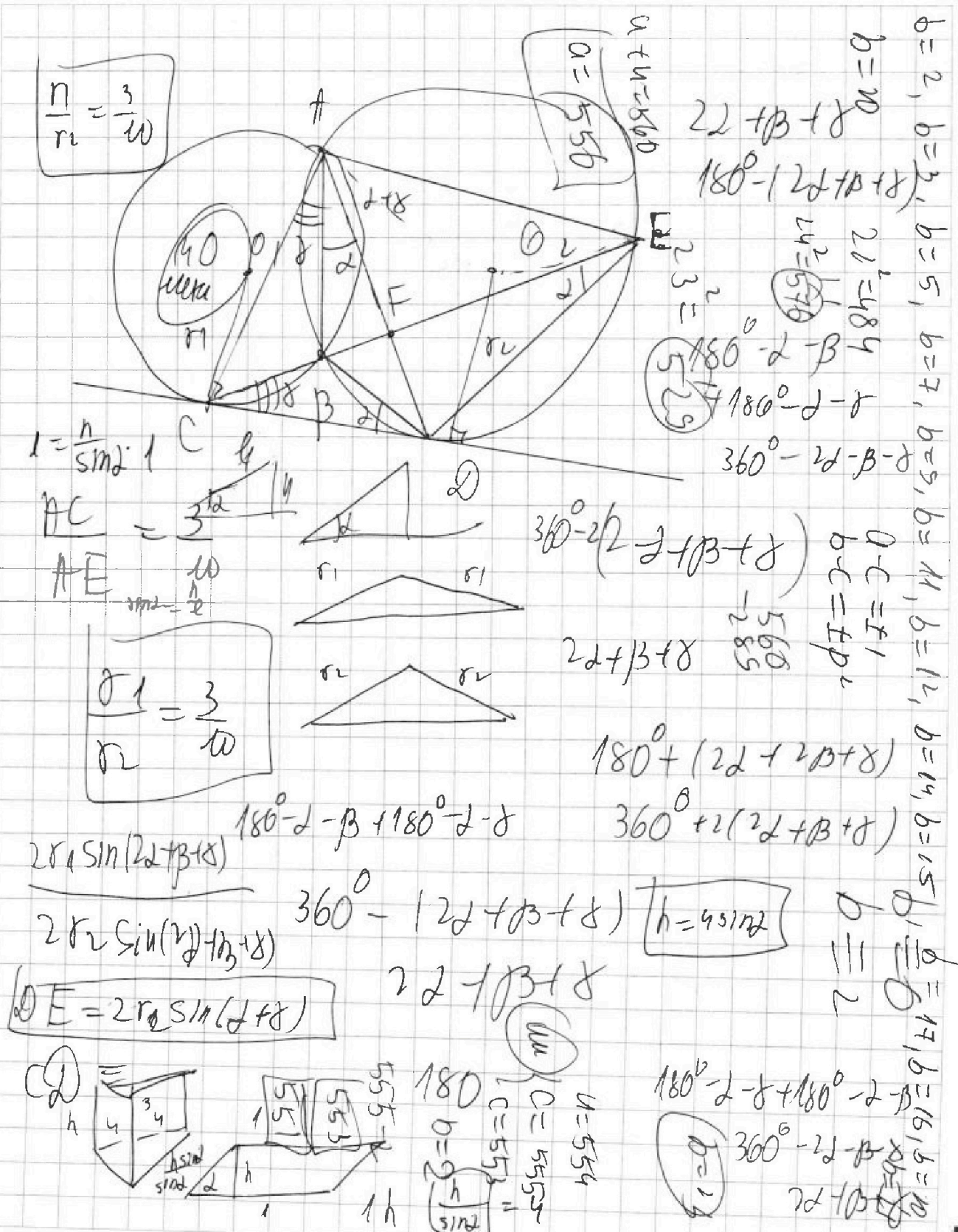
$$\sin 105 \cdot \sin 8 \cdot \sin 105 = 1$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печка QR-кода непустима!







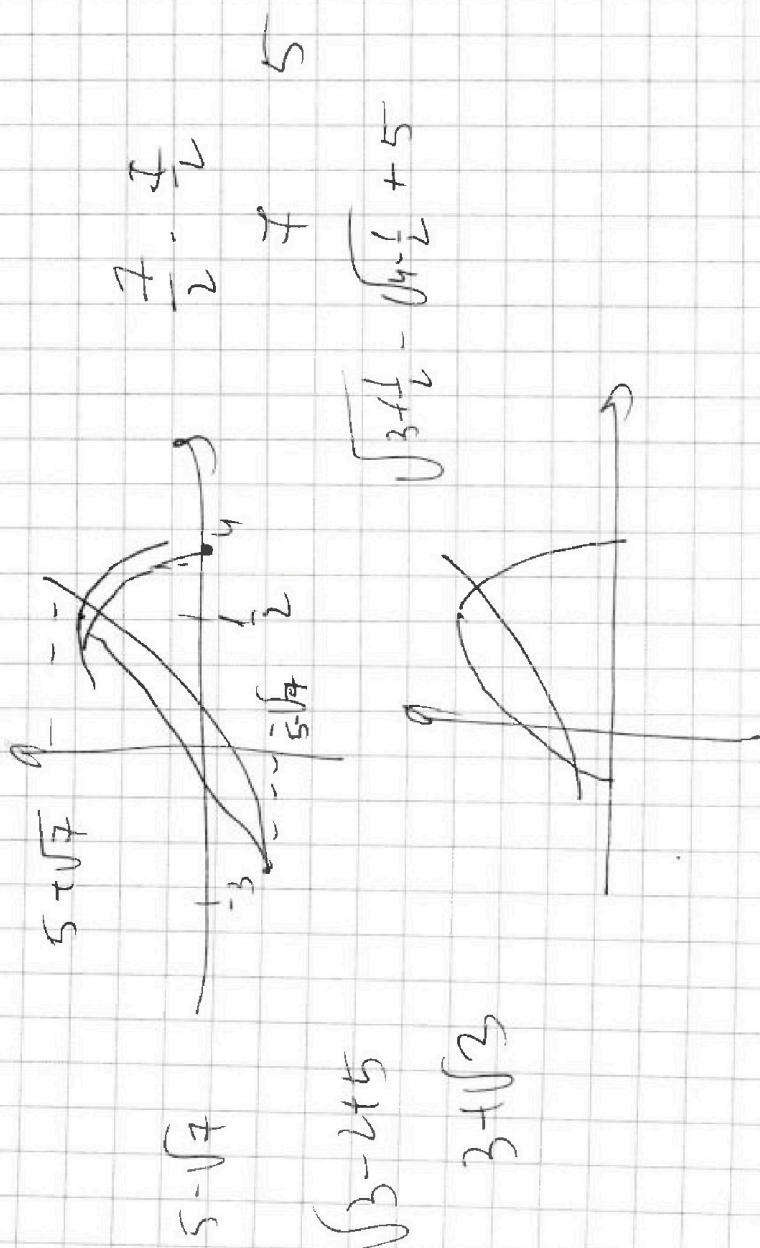


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b=2:$$

$$\begin{array}{r} a+b=560 \\ a=556 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 16 \equiv 1 \\ 3 \\ C \neq 555 \end{array}$$

$$C \neq 557$$

$$(556-c)(2-c) = p_2$$

$$556-c = p_2$$

$$C=1$$

$$C=3$$

$$555 = p_2$$

$$553 = p_2$$

$$\equiv -1$$



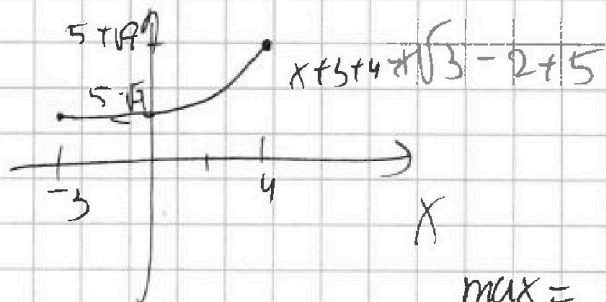
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} \quad (x \in [-3; 4])$$



$$5 - \sqrt{7} + 2 + 2b - 6 = 0$$

$$\sqrt{7} + 5 - \sqrt{7} + 2 + 2b - 6 = 0$$

$$\sqrt{3-2}$$

$$\max = 2\sqrt{\frac{4^2}{4}} = 7$$

$$5 - \sqrt{7} + 2 + 2b - 6 = 0$$

$$\sqrt{7} + 5 - \sqrt{7} + 2 + 2b - 6 = 0$$

$$b^4 + b^3 = 0$$

$$b^4 + b^3 - 3 = 0$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$a - b + 5 = 2ab = 0$$

$$a^2 + b^2 = 7$$

$$(a^2 + b^2 - 2ab) + a - b + 5 = 7$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = -2$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$a - b = 1$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1$$

$$7 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 1$$

$$3 = \sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$9 = -x^2 + 4x + 12$$

$$(1 \pm \sqrt{13})/2; 12; 0)$$

$$1) a - b = 1$$

$$a = b + 1$$

$$2b^2 + 2b - 6$$

$$b^2 + b - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} + 1$$

$$b = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x + 3 = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{x+3} = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x + 3 = \frac{1 + 13 - 2\sqrt{13}}{4} = \frac{2\sqrt{13}}{2}$$











На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 3 - 3$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

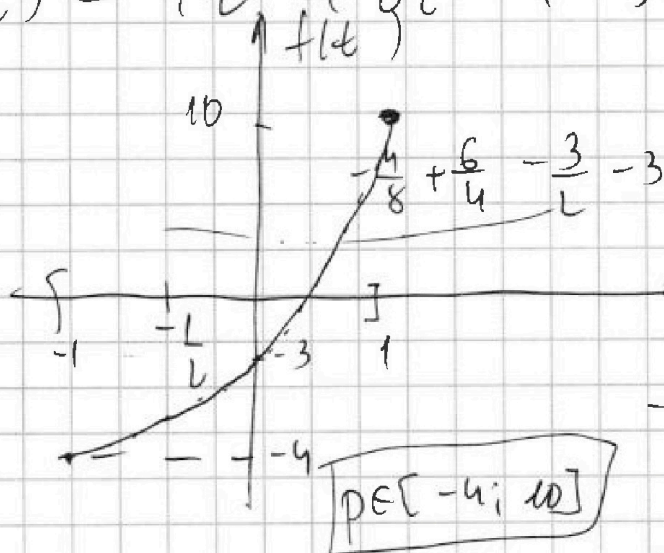
$$3 \cos 2x = 3(2 \cos^2 x - 1) = 6 \cos^2 x - 3$$

$$f(x) = 4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \quad | \quad t \in [-1; 1]$$

$$f' = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

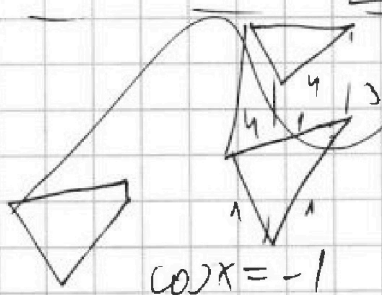


$$t = -\frac{1}{2} + \frac{3 - 3 - 3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$-4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$2 - 6$$

$$4 + 6 + 3 - 3 = 10$$



$$\cos x = -1$$

$$x = \pi$$

$$x = \pi$$

$$\cos x = -1$$

$$\cos 2x = 1$$

$$-1 + 3 + 6 = 8$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x$$

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x = p$$

$$2UV + 3V + 5U = p$$

$$\cos 3x + \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x$$

$$V = 2U^2 - 1$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 \cos 2x = p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $x = 3, d = \frac{1}{32}, q = 64$

2)  $x = 10, q = \sqrt[4]{2}, b_1 = -\frac{15}{2^{13}} \quad \times$

3)  $x = -5: d, q^{12} = 10, q = \sqrt{2}, b_1 = \frac{5}{32}$

4)  $x = -12:$

Ответ:  $x = 3, x = -5.$

2.  $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$   
 $|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{165-z^2}$

1)  $1-y + 3(12-y) = \sqrt{165-z^2}$   
 $37-4y = \sqrt{165-z^2}$   
 $4y \leq 37$   
 $y \leq \frac{36+1}{4} = 9.25$

$\sqrt{165-z^2} \leq 13$   
 $|y+1| + 3|y-12| \geq 13$   
 $|y+1| + 3|y-12| \geq 13$   
 $4 = |y+1| + 3|y-12|$   
 $37-4y \geq 13$   
 $4y \leq 24$   
 $y \leq 6$

$z = \pm 13$   
 $y = 12$   
 $z = 13$   
 $y = 11$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{-9-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+25}$   
 $x_6 = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$