



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. 17: b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = b_7 \cdot q^6 = 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6$$

$$b_{15} = b_7 q^8 = b_7 q^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x) q^2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} q^8$$

$$\begin{cases} q^6 \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x & (1) \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x) q^2 & (2) \end{cases} \quad \text{Ограничения: } \begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \\ (13x-35)(x+1) \geq 0 \end{cases}$$

Если $\sqrt{(13x-35)(x+1)} = 0$, то $\begin{cases} x = \frac{35}{13} \\ x = -1 \end{cases}$, тогда $5-x \neq 0 \Rightarrow q = 0 \Rightarrow$

не пом. прогресс.

Аналогично если $5-x=0$, то $x=5 \Rightarrow \sqrt{(13x-35)(x+1)} \neq 0 \Rightarrow$

не м.д.

Тогда $\sqrt{(13x-35)(x+1)} \neq 0$ и $5-x \neq 0$ и $q^2 \neq 0 \Rightarrow$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{q^6 \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}}{\sqrt{(13x-35)(x+1)}} = \frac{5-x}{q^2(5-x)}$$

$$q^6 \sqrt{\frac{1}{(x+1)^4}} = \frac{1}{q^2}$$

$$\frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{q^8}$$

$$(x+1)^2 = q^8$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ x+1 = -q^4 \end{cases}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x) q^2 \quad (2) \quad (\Rightarrow)$$

$$q^2 = \sqrt{q^4}, \text{ не } -\sqrt{q^4}, \text{ т.к. } q \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x) q^2 \\ x+1 = -q^4 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x) q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{(x+1)(13x-35)} = (5-x) \sqrt{x+1} \\ q^4 = -x-1 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x) \sqrt{-x-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{13x-35} = 5-x \\ \sqrt{-13x+35} = 5-x \\ q^4 = -(x+1) \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

$$\begin{cases} q^4 = x+1 \\ 13x-35 = 25+x^2-10x \\ 35-13x = x^2-10x+25 \\ q^4 = -(x+1) \end{cases} \quad (\Rightarrow) \begin{cases} x^2-23x+60=0 \\ x^2+3x-10=0 \\ q^4 = -(x+1) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q^4 = x+1 \\ (x-20)(x-3) = 0 \\ q^4 = -x-1 \\ (x-2)(x+5) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q^4 = x+1 \\ x = 20 \\ x = 3 \\ q^4 = -x-1 \\ x = 2 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

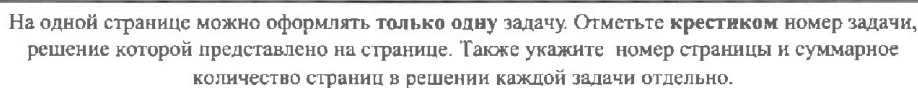
$$\begin{cases} q^4 = 21 \\ x = 20 \\ q^4 = 4 \\ x = 3 \\ q^4 = -3 \\ x = 2 \\ q^4 = 4 \\ x = -5 \end{cases} \text{ — не и. д., т.к. } q^4 \geq 0$$

$$\begin{cases} q = \pm \sqrt[4]{21} \\ x = 20 \\ q = \pm \sqrt[4]{4} \\ x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

— получаем 3 значения x : $x = 20$
 $x = 3$
 $x = -5$

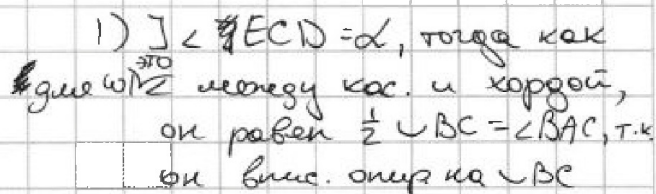
По начальным ограничениям: $x = 20$ не подходит.

Ответ: $x \in \{-5; 3\}$



СТРАНИЦА
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2) $\angle ACD = \beta$, тогда
 акалогично $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC \Rightarrow$
 $\angle AXC = 360^\circ - 2\beta \Rightarrow \angle ABC =$
 $= \frac{1}{2} \angle AXC$ (как внеш. угол к $\triangle ABE$)
 $= 180^\circ - \beta \Rightarrow \angle ABE = \beta$ как угол

$\angle EDA = \beta$ как впис. угол на
тж не дуру

3) $\angle \angle ADC = 0$, тогда аналогично $\angle AED = 0$

4) $\triangle EAD$: $\angle EAD = 180^\circ - 10^\circ = 170^\circ$
 $\triangle EAD$ & $\triangle DAC$:

$\triangle EAP \sim \triangle DAC$: $\angle AED = \alpha = \angle ADC \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle APC$
 $\angle ADE = \beta = \angle ACD \Rightarrow$ no 2nd $\angle \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle EAD = \angle PAC \Rightarrow AP - \text{sym-co } \angle EAC \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ 5) EAC: ~~ED~~ $\frac{CP}{PE} = \frac{CA}{AE}$ no cb-by due-est Δ

$$\frac{CA}{AE} = \frac{3}{10} \Rightarrow CA = 3x, \text{ тогда } AE = 10x$$

6) 43 n. 4: $\frac{EP}{DC} = \frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AD}$

$$AD^2 \stackrel{11}{=} AC \cdot AE = 30x^2 \Rightarrow AD = x\sqrt{30}$$
$$\frac{ED}{DC} = \frac{x\sqrt{30}}{3x} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Other: $\sqrt{30} : 3$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ (a-b) \nmid 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \quad (p - \text{прост. число}) \\ a + b^2 = 560 \quad (*) \end{cases}$$

Найти $a, b, c \in \mathbb{Z}$

(*) : $a = 560 - b^2 \rightarrow$ в систему ~~уравн~~ ур-н :

$$\begin{cases} 560 - b^2 > b & (1) \\ (560 - b^2 - b) \nmid 3 & (2) \\ (560 - b^2 - c)(b - c) = p^2 & (3) \\ a = 560 - b^2 \end{cases}$$

(1) : $b^2 + b - 560 < 0$

при $= 0$: $D = 1 + 560 \cdot 4 = 2241$

$$b_1 = \frac{-1 + \sqrt{2241}}{2}$$

$$b_2 = \frac{-1 - \sqrt{2241}}{2}$$

$$47^2 < 2241 < 48^2$$

$$23 < b_1 < 23,5$$

$$-24,5 < b_2 < -24$$

$$+ \frac{1}{24,5-24} \quad + \frac{1}{23,5-24}$$

$$b \in \mathbb{Z} \Rightarrow b \in \{-24; -23; -22; \dots; -1; 0; 1; 2; \dots; 23\}$$

(2) $(560 - b^2 - b) \nmid 3$

$$(b^2 + b) \not\equiv 560 \pmod{3}, \text{ а } 560 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow (b^2 + b) \not\equiv 2 \pmod{3}$$

если $b \equiv 0 \pmod{3}$, то $b^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow (b^2 + b) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$ не подходит

$b \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (b^2 + b) \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow$ не подходит

$b \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (b^2 + b) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$ не подходит

$b \equiv 0 \pmod{3}$ или $b \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b \in \{-24; -22; -20; -18; -16; -14; -12; -10; -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24\}$

(3) $(560 - b^2 - c)(b - c) = p^2$

1) $560 - b^2 - c = p^2; b - c = 1$

2) $560 - b^2 - c = -p^2; b - c = -1$

3) $560 - b^2 - c = 1; b - c = p^2$

4) $560 - b^2 - c = -1; b - c = -p^2$

5) $560 - b^2 - c = p = b - c$

6) $560 - b^2 - c = -p = b - c$

данные 2 случая $\Rightarrow 560 - b^2 = b \Rightarrow b^2 + b - 560 = 0$, где b_1 и $b_2 \notin \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 560 - b^2 - c = p^2; \quad b - c = 1$$

$$\text{или } c = b - 1$$

$$560 - b^2 - (b - 1) = p^2$$

$$560 - b^2 - b + 1 = p^2$$

$$561 - b^2 - b = p^2$$

$$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$$

$$D = 1 - 4p^2 + 2244 = 2245 - 4p^2$$

$$\text{так как } b \in \mathbb{Z}, \quad 2245 - 4p^2 = k^2, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$p = 3: \text{ тогда } D = 2209 = 47^2 \Rightarrow b = \frac{-1 \pm 47}{2}$$

$$b = -24 \quad b = 23$$

$$\text{тогда } a = 560 - b^2$$

$$I) \text{ если } b \equiv 0 \pmod{3}: a \equiv 2 - 0^2$$

$$a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$\text{Если } c \equiv 0 \pmod{3}: (a - c)(b - c) \equiv (2 - 0)(0 - 0) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{Если } c \equiv 1 \pmod{3}: (a - c)(b - c) \equiv (2 - 1)(0 - 1) \equiv -1 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \not\equiv 0 \pmod{3}$$

т.к. кв. числа $\equiv 0, 1 \pmod{3}$

$$\text{Если } c \equiv 2 \pmod{3}: (a - c)(b - c) \equiv (2 - 2)(0 - 2) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$II) \text{ если } b \equiv 2 \pmod{3}: a \equiv 2 - 2^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$c \equiv 0 \pmod{3}: (a - c)(b - c) \equiv 2 \pmod{3}, \text{ что не м.д.}$$

$$c \equiv 1 \pmod{3}: (a - c)(b - c) \equiv 0 \pmod{3}, \Rightarrow p = 3$$

$$c \equiv 2 \pmod{3}: (a - c)(b - c) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p = 3$$

Значит единственное $p = 3$ имеет решения

Случай 1) $a - c = p^2$ и $b - c = 1$ - разобран, $b = -24$ и $b = 23$

Случай 2) $a - c = -p^2$ и $b - c = -1$:

$$c = b + 1 \Rightarrow 560 - b^2 - (b + 1) = p^2$$

$$559 - b^2 - b = p^2$$

$$b^2 + b - 559 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 559 = 2237 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Случай 3) $a-c=1$ и $b-c=p^2$

$$c = 560 - b^2 - 1$$

$$b - 560 + b^2 + 1 = 9$$

$$b^2 + b - 558 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 558 = 2273 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Случай 4) $a-c=-1$ и $b-c=-p^2$

$$c = 560 - b^2 + 1$$

$$b - 561 + b^2 = 9$$

$$b^2 + b - 570 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 570 = 2281 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Получается, решение: $b = -24$ и $b = 23$

$$\begin{aligned} & \downarrow \\ & a = 560 - b^2 - 16 \\ & \text{или} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \downarrow \\ & a = 560 - b^2 = 31 \end{aligned}$$

$$(-16-c)(-24-c) = 9$$

$$(31-c)(23-c) = 9$$

$$384 + 40c + c^2 = 9$$

$$713 - 54c + c^2 = 9$$

$$c^2 + 40c + 375 = 0$$

$$c^2 - 54c + 704 = 0$$

$$(c+15)(c+25) = 0$$

$$(c-32)(c-22) = 0$$

$$c = -15 \quad c = -25$$

$$c = 32 \quad c = 22$$

Ответ: $(-16; -24; -15);$
 $(-16; -24; -25);$
 $(31; 23; 32);$
 $(31; 23; 22).$

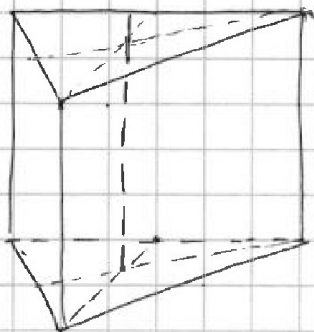


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

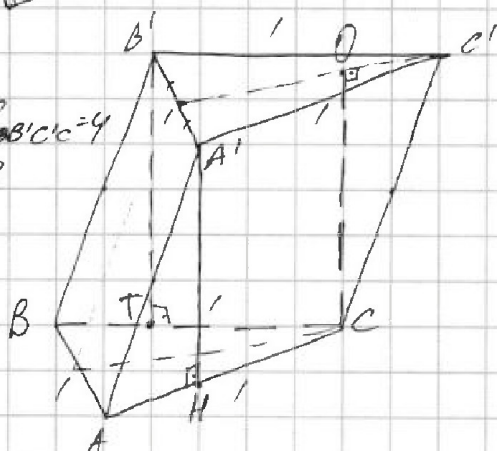
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{AA'C'C} = AC \cdot A'H = 4$$
$$AC = 1 \Rightarrow A'H = 4$$

Аналогично $B'T = 4$

$$S_{AA'C'C} = S_{BB'C'C} = 4$$
$$S_{AA'B'B} = 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -24: a = 560 - b^2 = -16$$

$$(-16 - c)(-24 - c) = p^2$$

$$c = -25; p = 3$$

$$b = -22: a = 560 - b^2 = 76$$

$$(76 - c)(-22 - c) = p^2$$

$$76 - c = 1: c = 75 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ - не м.д.}$$

$$76 - c = -1: c = 77 \Rightarrow p^2 = 101 \text{ - не м.д.}$$

$$-22 - c = 1: c = -23 \Rightarrow p^2 = 101 \text{ - не м.д.}$$

$$-22 - c = -1: c = -23 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ - не м.д.}$$

$$b = -21: a = 560 - b^2 = 119$$

$$(119 - c)(-21 - c) = p^2$$

$$119 - c = 1: c = 118 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$119 - c = -1: c = 120 \Rightarrow p^2 = 141 \text{ X}$$

$$-21 - c = 1: c = -22 \Rightarrow p^2 = 141 \text{ X}$$

$$-21 - c = -1: c = -20 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$b = -18: a = 560 - b^2 = 199$$

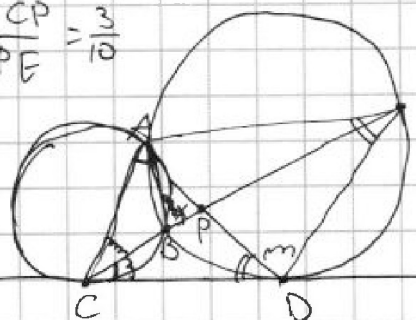
$$(199 - c)(-18 - c) = p^2$$

$$199 - c = 1: c = 198 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$199 - c = -1: c = 200 \Rightarrow p^2 = 219 \text{ X}$$

$$-18 - c = 1:$$

$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$



$$\frac{CB}{BE} = \frac{CP - X}{EP + X} =$$

$$+4 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$+4t^3 + 6t^2 + 3t - 1 = p$$

$$(4t^3 - 1) + 3t(t + 1) = p$$

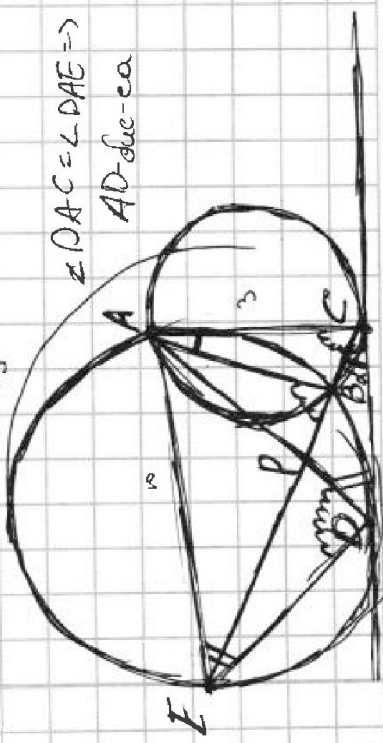
$$t(2a + 1) + 3a + 6t = p$$

$$2at + 3a + 7t = p$$

$$(3a - 1)\left(\frac{2}{3}t\right)$$

$$\angle DAC = \angle DAE \Rightarrow$$

$$AD \perp BC \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$\cos x (4 \cos^2 x - 3) + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$\cos x (2(2 \cos^2 x - 1) + 1) + 3(\cos 2x + 2 \cos x) = p$$

$$\cos x (2 \cos 2x + 1) + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$2 \cos 2x \cos x + 7 \cos x + 3 \cos 2x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$\cos 2x (2 \cos^2 x - 1) + 2 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 3(\cos 2x + \cos x) = p$$

$$4 \cos^3 x + 3(2 \cos^2 x + \cos x - 1) = p$$

$$4 \cos^3 x + 3(2 \cos^2 x + 1)(\cos x + 1) = p$$

$$2 \cos 2x \cos x + \cos x + 6 \cos x + 3 \cos 2x = p$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \quad 47 \quad 48 \\ \times 46 \quad \times 47 \quad \times 48 \\ \hline 276 \quad 329 \quad 384 \\ 184 \quad 188 \quad 192 \\ \hline 2116 \quad 2209 \quad 2304 \end{array}$$

$$4040 = 1600$$

$$45 \cdot 45 =$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 560 - b^2 > b & (1) \\ 560 - b^2 - b \neq 3 & (2) \\ (560 - b^2 - c)(b - c) = p^2 \\ a = 560 - b^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$1 \cdot 560$$

$$(1) b^2 + b - 560 < 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 560 = 2241$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{2241}}{2} \in (47; 48)$$

$$b_1 = \frac{-1 + \sqrt{2241}}{2} \quad b_2 = \frac{-1 - \sqrt{2241}}{2}$$

$$23 < b_1 < 23,5 \quad -24,5 < b_2 < -24$$

$$+ \quad \begin{array}{c} b_1 \\ -23,5 \quad -24 \end{array} \quad \begin{array}{c} b_2 \\ 23 \quad 23,5 \end{array} +$$

$$560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 280$$

$$4 \cdot 140$$

$$8 \cdot 70$$

$$16 \cdot 35$$

$$5 \cdot 112$$

$$10 \cdot 56$$

$$20 \cdot 28$$

$$40 \cdot 14$$

$$80 \cdot 7$$

$$160 \cdot 3,5$$

$$(2) 560 \neq b^2 + b \Leftrightarrow 2 \neq b^2 + b$$

$$\begin{array}{l} b \equiv 0: b^2 + b \equiv 0 \Rightarrow \checkmark \\ b \equiv 1: b^2 + b \equiv 1 \Rightarrow \times \\ b \equiv 2: b^2 + b \equiv 1 \Rightarrow \checkmark \end{array} \quad \parallel \quad b \equiv 0 \text{ или } 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$b = -24$ $a + 576 = 560$
 $a = -16$
 $(-16 - 24) = -40$
 $(a-c)(b-c) = p^2$
 $560 - 19$
 $+1$ $+p^2$
 $+p$ $+p$
 $+p^2$ $+1$

$1) 560 - b^2 - c = 1$; $b - c = p^2$
 $c = 560 - b^2 - 1 = b - p^2$
 $559 - b^2 = b - p^2$
 $b^2 + b - 559 = p^2$

$(\text{error!}) a - c = 1$; $b - c = p^2$
 $c = a - 1 = 560 - b^2 - 1 = 559 - b^2$
 $b - 559 + b^2 = p^2$
 $b^2 + b - 559 = p^2$

$p = 3$: $b^2 + b - 568 = 0$
 $D = 1 + 2272 = 2273 \Rightarrow b \notin \mathbb{Z}$
 $b^2 + b - 558 \cdot 3 \Rightarrow b^2 + b \equiv 558 \pmod{3}$

$(b^2 + b - 558) : 2 \Rightarrow b^2 + b : 2$

$p = 2$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 1$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 4$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 5$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 6$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 7$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 8$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 9$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 10$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 11$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 12$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 13$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 14$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 15$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 16$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 17$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 18$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 19$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 20$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 21$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 22$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 23$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 24$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 25$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 26$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 27$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 28$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 29$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 30$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 31$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 32$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 33$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 34$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 35$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 36$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 37$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 38$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 39$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 40$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 41$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 42$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 43$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 44$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 45$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 46$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 47$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 48$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 49$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 50$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 51$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 52$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 53$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 54$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 55$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 56$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 57$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 58$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 59$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 60$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 61$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 62$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 63$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 64$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 65$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 66$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 67$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 68$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 69$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 70$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 71$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 72$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 73$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 74$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 75$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 76$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 77$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 78$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 79$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 80$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 81$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 82$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 83$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 84$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 85$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 86$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 87$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 88$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 89$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 90$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 91$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 92$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 93$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 94$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 95$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 96$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 97$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 98$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 99$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$

$p = 100$: $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \notin \mathbb{Z}$