



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7.

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$b_{10} = x+4$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)}$$

ОБЗ:

$$(15x+6) \cdot (x-3) \geq 0; x-3 \neq 0$$

$$x \in (-\infty; -0,4] \cup (3; +\infty)$$

$$x-3 \neq 0$$

Пусть q — знаменатель прогрессии.

$$b_5 = q b_4$$

$$b_6 = q b_5 = q^2 b_4$$

$$b_{10} = q^6 b_4$$

$$x+4 = q^6 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$b_{12} = q^8 b_4 = q^2 b_{10}$$

$$\cancel{b_{12}} = \sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)} = q^2 \cdot (x+4) = q^8 \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} = (x-3)^2$$

$$q^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$\sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)} = q^2 \cdot (x+4) = \sqrt{|x-3|} \cdot (x+4)$$

$$1) x-3 \neq 0 \Rightarrow x > 3$$

$$\sqrt{(15x+6) \cdot (x-3)} = \sqrt{x-3} \cdot (x+4) \quad \cancel{1) x > 3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x-3} (x+4 - \sqrt{15x+6}) = 0$$

$x-3=0$
не подг.
 $x=3$

или $x+4 = \sqrt{15x+6} \quad x \geq -4$

$$(x+4)^2 = 15x+6$$

$$x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = 2 \text{ - не подг. т.к. } x \geq 3$$

$$x_2 = 5$$

$$2) \quad x-3 < 0 \Rightarrow x < 3$$

$$\sqrt{15x+6} \cdot (x-3) = \sqrt{3-x} \cdot (x+4)$$

$$\sqrt{-15x-6} \cdot \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} \cdot (x+4)$$

$$\sqrt{3-x} (x+4 - \sqrt{-15x-6}) = 0$$

$x=3$
не подг.
 $x=3$

или $x+4 = \sqrt{-15x-6} \quad x \geq -4$

$$(x+4)^2 = -15x-6$$

$$x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_1 = -1$$

Ответ: -1; 5.

$$x_2 = -22 \text{ - не подг. т.к. } x \geq -4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7. 35 - 2x - x^2 \geq \frac{9}{4} \quad | \cdot 4$$

$$140 - 8x - 4x^2 \geq 9$$

$$4x^2 + 8x - 137 \leq 0$$

$$D = 64 + 16 \cdot 137 = 16(4 + 137) = 135 \cdot 16$$

$$x_1 = \frac{-8 + 4\sqrt{135}}{8} = -1 + \frac{\sqrt{135}}{2} = -1 + \frac{3\sqrt{15}}{2} \quad \text{не рассм. м.к. в этом случае } \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} \geq 0, \\ \text{и } 2\sqrt{35-x-x^2} - 6 < 0)$$

$$x_2 = -1 - \frac{\sqrt{135}}{2} = -1 - \frac{3\sqrt{15}}{2} - \text{рассм.}$$

$$2. 35 - 2x - x^2 = 16$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 19 = 80$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4\sqrt{5}}{2} = -1 - 2\sqrt{5} \quad \text{не рассм. м.к. в этом случае } \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0, \\ \text{и } 2\sqrt{35-x-x^2} - 6 > 0)$$

$$x_2 = \frac{-2 + 4\sqrt{5}}{2} = -1 + 2\sqrt{5} - \text{рассм.}$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{3\sqrt{15}}{2} - 1; 35; 0\right), \left(-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

08-3:

$$x+7 \geq 0$$

$$x \geq -7$$

$$3z+x \leq 5$$

$$y+2 \geq x^2+2x$$

$$z^2 \leq 225$$

$$|z| \leq 15$$

$$\sqrt{225-z^2} \leq \sqrt{225} = 15$$

$$|y-20| + 2|y-35| \leq 15$$

$$1) y \leq 20$$

$$2) 20 < y \leq 35$$

$$20-y+70-2y \leq 15$$

$$y-20+70-2y \leq 15$$

$$90-3y \leq 15$$

$$50-y \leq 15$$

$$75-3y \leq 0$$

$$\begin{cases} y \geq 35 \\ 20 < y \leq 35 \end{cases} \Rightarrow y = 35$$

$$\begin{cases} y \geq 25 \\ y < 20 \end{cases} \text{ — нет решений}$$

$$3) y > 35$$

$$y-20+2y-70 \leq 15$$

$$3y-90 \leq 15$$

$$3y \leq 105$$

$$\begin{cases} y \leq 35 \\ y > 35 \end{cases} \text{ — нет решений.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит, единственным решением второго уравнения системы является $y=35$, $\sqrt{225-z^2}=15$
 $\Downarrow$
 $z=0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-32x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} + 2$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{35-2x-x^2} - 6$$

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ x \leq 5 \\ x^2 + 2x \leq 35 \end{cases}$$

Возведем обе части в квадрат (после проверки подстановкой корни, которые получатся, т.е. это равносильное преобразование).

$$x^2 + 2x - 35 \leq 0$$

$$x \in [-7, 5]$$

$$x+7+5-x-2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(35-2x-x^2) + 36 - 24\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$(35-2x-x^2 = -(x+7)(5-x) = (x+7)(5-x))$$

$$12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 36 - 24\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{(x+7)(5-x)} = t \quad (t \geq 0)$$

$$-2t = 4t^2 + 24 - 24t$$

$$4t^2 - 22t + 24 = 0 \quad | :2$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0$$

$$t_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{(x+7)(5-x)} = \frac{3}{2} \Rightarrow (x+7)(5-x) = \frac{9}{4} \Rightarrow 35-2x-x^2 = \frac{9}{4} \quad | +4$$

$$t_2 = 4 \Rightarrow \sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \Rightarrow (x+7)(5-x) = 16 \Rightarrow 35-2x-x^2 = 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + P$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + P$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x - P + 3 = 0 \Rightarrow P = 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + P$$

$$\cos 3x - 3 \cos 2x + 6 \cos x = P$$

$$(\cos 3x - 3 \cos 2x + 6 \cos x)' = -3 \sin 3x + 6 \sin 2x - 6 \sin x = 0 \quad | :3$$

$$-\sin 3x + 2 \sin 2x - 2 \sin x = 0$$

(в точках экстремума)

$$4 \sin^3 x - 3 \sin x + 4 \sin x \cdot \cos x - 2 \sin x = 0$$

$$\sin x (4 \sin^2 x + 4 \cos x - 5) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad 4 - 4 \cos^2 x + 4 \cos x - 5 = 0$$

$$\cos x = 1 \text{ или } \cos x = -1 \quad -4 \cos^2 x + 4 \cos x - 1 = 0 \quad | : (-1)$$

$$P = 4 - 6 + 3 + 3 = 4 \text{ — максимум } 4 \cos^2 x - 4 \cos x + 1 = 0$$

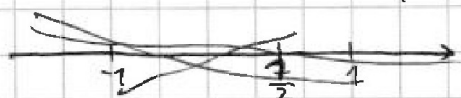
$$P = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

минимум

$$D = 16 - 16 = 0$$

$$\cos x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$P = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + 3 = \frac{7}{2}$$



$$P \in [-10; 4]$$

так как периодная функция непрерывна

Ответ: $P \in [-10; 4]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

$$\frac{CM}{EM} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Согласно т. о кас. и сек.

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$\angle DBE = \angle DAE \text{ (опер. на оп. дугу.)}$$

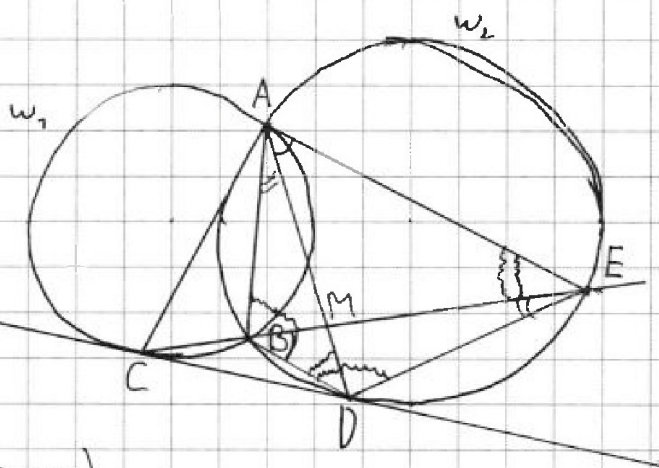
$$\triangle DBM \sim \triangle EAM \text{ (}\angle DBM = \angle EAM, \angle BDM = \angle AEM\text{)}$$

$\Downarrow$

$$BD \parallel AE$$

$\Downarrow$

ABDE — трапеция





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

~~Относительно центра: $K_1 = (150 \cdot 200 - 1) \cdot (150 \cdot 200 - 3) \cdot (150 \cdot 200 - 5) \cdot (150 \cdot 200 - 7)$~~

N5.

Относительно центра: $K_1 = (150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (150 \cdot 200 - 6)$

Одна и та же "раскраска" может обладать симметрией относительно обеих средних линий. Найдём количество таких раскрасок: $K_1 = 150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4)$

Относительно линий симметрии:

$$K_2 = 2(150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (150 \cdot 200 - 6) - K_1$$

Итак как
их мы
посчитали
2 раза)

$$K = K_1 + K_2 = 3(150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (150 \cdot 200 - 6) - (150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 4) = (150 \cdot 200) \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (3(150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 6) - 1)$$

Ответ: $150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (3(150 \cdot 200 - 2) \cdot (150 \cdot 200 - 6) - 1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c_{1,2} = n^2 \pm \frac{1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2}$$

4) 1. $a - c = 1, b - c = n^2 \Rightarrow a = c + 1, b = c + n^2$. $a \cdot b$ — не возр.

2. $a - c = n^2, b - c = 1$

$$a = c + n^2, b = c + 1$$

$$a + b^2 = c + n^2 + (c + 1)^2 = 820$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + n^2 = 820$$

$$c^2 + 3c + n^2 - 819 = 0$$

$$D = 9 - 4(n^2 - 819) = 9 - 4n^2 + 4 \cdot 819 = 3285 - 4n^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2}$$

Рассмотрим, при каких простых n увеличивается корень из

$$3285 - 4n^2;$$

$$n=2 \quad 3285 - 4n^2 = 3269$$

$$(n=3) \quad 3285 - 4n^2 = 3285 - 36 = 3249 = 57^2$$

$$n=5 \quad 3285 - 4 \cdot 5^2 = 3185$$

$$n=7 \quad 3285 - 4 \cdot 7^2 = 3285 - 196 = 3089$$

$$n=11 \quad 3285 - 4 \cdot 11^2 = 3285 - 484 = 2801$$

$$n=13 \quad 3285 - 4 \cdot 13^2 = 3285 - 676 = 2609$$

$$n=17 \quad 3285 - 4 \cdot 17^2 = 3285 - 1156 = 2129$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n=19 \quad 3285 - 4 \cdot 19^2 = 3285 - 1444 = 1841$$

$$n=23 \quad 3285 - 4 \cdot 23^2 = 3285 - 2116 = 1169$$

$$n=29 \quad 3285 - 4 \cdot 29^2 < 0$$

Значит, $n=3$.

$$1. \quad c = b^2 - \frac{1 - \sqrt{3285 - 4 \cdot 3^2}}{2} = 9 + \frac{56}{2} = 9 + 28 = 37$$

$$a = c - 1 = 36$$

$$b = c - n^2 = 37 - 9 = 28$$

$$a - b = 8 \text{ — не кратно } 3.$$

$$2. \quad c = b^2 - \frac{1 + \sqrt{3285 - 4 \cdot 3^2}}{2} = 9 - \frac{58}{2} = -20$$

$$a = c - 1 = -20 - 1 = -21$$

$$b = c - n^2 = -20 - 9 = -29$$

$$a - b = -21 - (-29) = 8 \text{ — не кратно } 3.$$

$$3. \quad c = \frac{-3 + \sqrt{3285 - 4 \cdot 3^2}}{2} = 27$$

$$a = c + n^2 = 27 + 9 = 36$$

$$b = c + 1 = 28$$

$$a - b = 8 \text{ — не кратно } 3.$$

$$4. \quad c = \frac{-3 - \sqrt{3285 - 4 \cdot 3^2}}{2} = -30$$

$$a = c + n^2 = -30 + 9 = -21; \quad b = c + 1 = -30 + 1 = -29; \quad a - b = 8 \text{ — не кратно } 3.$$

Ответ: $a=-21, b=-29, c=-30$; $a=36, b=28, c=27$; $a=-21, b=-29, c=-20$;
 $a=36, b=28, c=37$.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6.

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$a > b$$

$$a - b \text{ не делится на } 3.$$

$$(a - c) \cdot (b - c) = n^2, \text{ где } n - \text{простое}$$

$$a + b^2 = 820$$

$$(a - c) \cdot (b - c) = n^2: \quad a - c \in \mathbb{Z}, \quad b - c \in \mathbb{Z}. \text{ Число } n^2 \text{ при простом } n$$

n можно разложить на множители следующим

$$\text{способами: } n^2 = n \cdot n, \quad n^2 = (-n) \cdot (-n), \quad n^2 = (-1) \cdot (-n^2), \quad n^2 = 1 \cdot n^2$$

$$1) \quad n^2 = n \cdot n \Rightarrow \cancel{a - c = n}, \quad \cancel{b - c = n} \quad a - c = n, \quad b - c = n$$

$$\begin{aligned} a &= n + c & b &= n + c \\ \Rightarrow & \downarrow & & \downarrow \\ a &= b & \text{не подх.} \end{aligned}$$

$$2) \quad n^2 = (-n) \cdot (-n) \Rightarrow a - c = -n, \quad b - c = -n \Rightarrow a = b \text{ — не подх.}$$

$$3) \quad n^2 = (-1) \cdot (-n^2), \quad 1. \quad a - c = -n^2, \quad b - c = -1 \Rightarrow a = c - n^2, \quad b = c - 1 \text{ — не подх. м.с.}$$

$$2. \quad a - c = -1, \quad b - c = -n^2$$

$$a = c - 1, \quad b = c - n^2$$

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{aligned} n - \text{простое} &\Rightarrow n^2 > 1 \\ &\downarrow \\ a &< b \end{aligned}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C - 1 + (C - n^2)^2 = 820$$

$$C + C^2 - 2n^2C + n^4 = 821$$

$$C^2 - (2n^2 - 1)C + n^4 - 821 = 0$$

$$D = (2n^2 - 1)^2 - 4C^2(n^4 - 821) = 4n^4C^2 - 4n^2C^2 + C$$

$$D = (2n^2 - 1)^2 - 4(n^4 - 821) = 4n^4 - 4n^2 + 1 - 4n^4 + 4 \cdot 821 = -4n^2 + 3285$$

$$C_{1,2} = \frac{2n^2 - 1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2} = n^2 - \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3285 - 4n^2}}{2} = n^2 - \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{4 \cdot 3285 - 16n^2}}{2} =$$

$$= n^2 - \frac{1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2}$$

$$C - \text{целое} \Rightarrow n^2 - \frac{1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2} - \text{целое} \Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2}}{2} - \text{целое} \Rightarrow \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \pm \sqrt{3285 - 4n^2} - \text{чётное} \Rightarrow \sqrt{3285 - 4n^2} - \text{нечётное} \Rightarrow \text{невозможно}$$

т.е. 2-чётное а произведение всегда чётно, если чётное хотя

$$\Rightarrow \sqrt{4 \cdot 3285 - 16n^2} - \text{нечётное, но } 4 \cdot 3285 - \text{чётное и } 16n^2$$

$$\text{чётное, значит } 4 \cdot 3285 - 16n^2 \text{ чётное, значит } \sqrt{4 \cdot 3285 - 16n^2}$$

чётное (если целое), т.е. корень из чётного числа не может

быть нечётным (т.е. произведение нечётного числа на нечётное

всегда нечётное)

$$\begin{array}{r} 529 \\ \times 4 \\ \hline 2116 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \\ \times 4 \\ \hline 1444 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 329 \\ \times 47 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 33 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 347 \\ \times 57 \\ \hline 3025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 55 \\ \hline 3025 \end{array}$$

значит этот вариант нам тоже не подходит

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times 57 \\ \hline 3249 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 269 \\ \times 4 \\ \hline 1076 \end{array}$$

$$57^2 = 3249$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \times 4 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 784 \end{array}$$



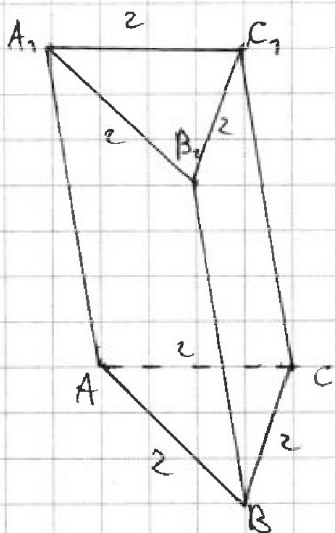
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7.





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

