



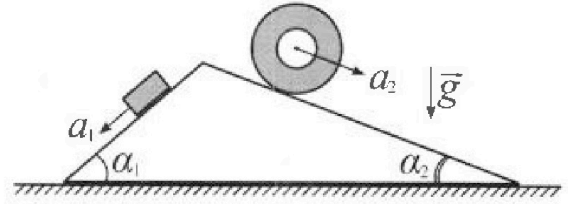
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

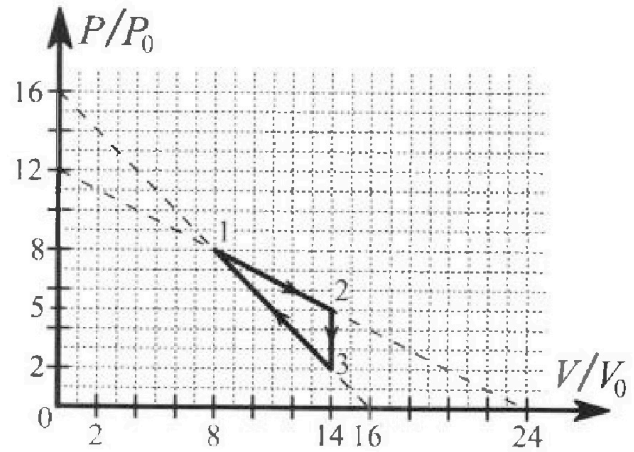
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

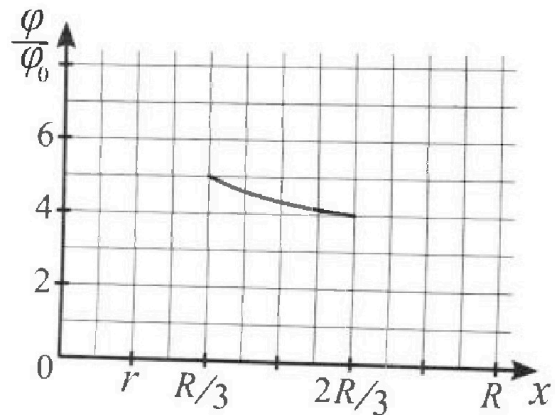
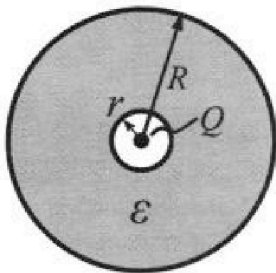


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





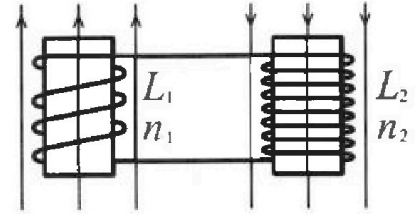
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03



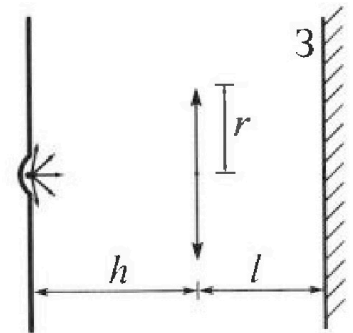
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. В начале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $F_1 = \frac{9}{65} mg$; $F_2 = \frac{7}{26} mg$; $F_3 = \frac{6}{65} mg$

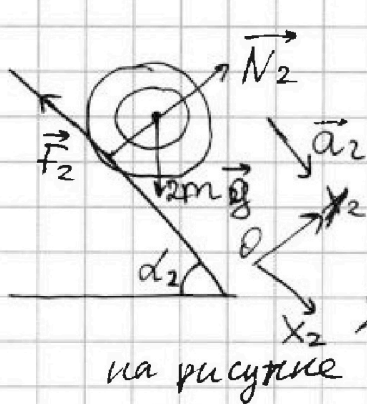


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~Плате как клин~~

Находимся в ИСО земли →

можно использовать второй закон

Ньютона:

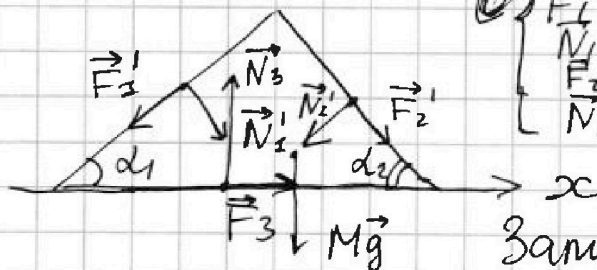
$$2m\vec{a}_2 = \vec{F}_2 + 2m\vec{g} + \vec{N}_2$$

Введём систему координат как показано на рисунке

$$\begin{cases} OX_2: 2ma_2 = 2mg \sin d_2 - F_2 \\ OY_2: 0 = N_2 - 2mg \cos d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = 2mg \sin d_2 - 2ma_2 \\ N_2 = 2mg \cos d_2 \end{cases}$$

$$F_2 = \frac{10}{13} mg - \frac{mg}{2} = \frac{7}{26} mg$$

Рассмотрим силы, действующие на клин.



$$\begin{cases} \vec{F}_1' = -\vec{F}_1 \\ \vec{N}_1' = -\vec{N}_1 \\ \vec{F}_2' = -\vec{F}_2 \\ \vec{N}_2' = -\vec{N}_2 \end{cases} \text{ (по 3 закону Ньютона)}$$

Запишем условие равновесия для клина в проекции на ось X.

$$OX: -F_1 \cdot \cos d_1 + N_1 \cdot \sin d_1 - N_2 \sin d_2 + F_2 \cos d_2 +$$

$$F_{3x} = 0$$

$$- \frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5} mg + mg \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - 2mg \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} + \frac{7}{26} \cdot \frac{12}{13} mg$$

$$+ F_{3x} = 0; \left(\frac{3 \cdot 4 \cdot 13 - 9 \cdot 4}{65 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 6 - 10 \cdot 12}{13 \cdot 13} \right) mg + F_{3x} = 0$$

$$\left(\frac{24}{65} - \frac{6}{13} \right) mg + F_{3x} = 0; \quad F_{3x} = \frac{6}{65} mg$$

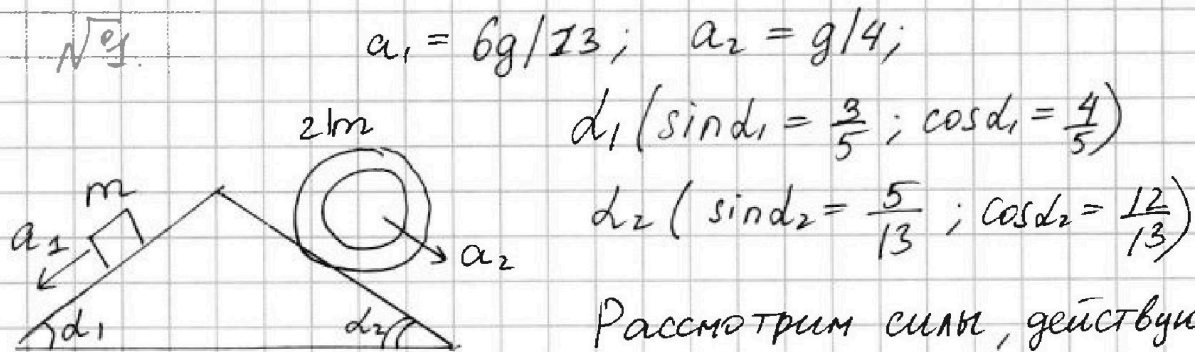


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

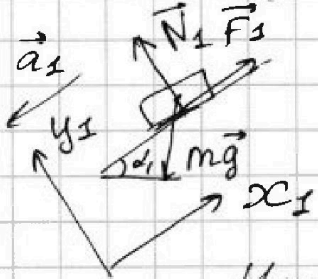
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим силы, действующие

на брусок со стороны ~~ка~~



Введём оси координат Ox_1, Oy_1 так, как показано на рисунке.

Мы находимся в ИСО земли, поэтому мы можем использовать 2 закона Ньютона.

$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_1$, где $m\vec{g}$ - это сила тяжести

Спроецируем на оси Ox_1, Oy_1

\vec{N}_1 - это сила реакции опоры, действующая на брусок со стороны клина.
 \vec{F}_1 - это сила трения между бруском и клином.

$$\begin{cases} Ox_1: -ma_1 = F_1 - mg \sin d_1 \\ Oy_1: 0 = N_1 - mg \cos d_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 = mg \sin d_1 - ma_1 \\ N_1 = mg \cos d_1 \end{cases}$$

1) $F_1 = \left(\frac{3}{5} - \frac{6}{13}\right) mg = \frac{9}{65} mg$

Теперь рассмотрим силы, действующие на цилиндр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\nu = \frac{9 \rho_0 V_0}{80 \rho_0 V_0} = \frac{9}{80}$$

Ответ: 1) 1 2) $\frac{18}{7}$ 3) $\frac{9}{80}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$pV^{-5/3} = \text{const}; \quad p = \frac{\text{const}}{V^{5/3}}$$

$$p'(V) = -\frac{5}{3} \frac{\text{const}}{V^{8/3}}; \quad \text{в точке D}$$

$$p'(V) = -\frac{p_m}{V_m}; \quad \frac{5}{3} \frac{p_0 V_0^{5/3}}{V^{8/3}} = \frac{p_m}{V_m}$$

$$\frac{p_0}{V_0} = \frac{3}{5} \frac{p_m}{V_m}; \quad p_0 = \frac{3}{5} \frac{p_m}{V_m} \cdot V_0;$$

подставим в уравнение прямой:

$$\frac{3}{5} \frac{p_m}{V_m} V_0 = p_m - \frac{p_m}{V_m} V_0;$$

$$V_0 \cdot \left(\frac{3}{5} + 1\right) = V_m, \rightarrow \begin{cases} V_0 = \frac{5}{8} V_m \\ p_0 = \frac{3}{8} p_m \end{cases}$$

Отметим на графике критические точки:

Заметим, что на процессе 1-2; точка D лежит вне отрезка 1-2;

а значит в течении всего процесса 1-2

$Q > 0$; точка K(10;6);

$$\begin{aligned} 3-K: Q > 0 & \quad \gamma = \frac{A_{32}}{Q_{12} + Q_{3K}}; \\ K-1: Q < 0; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} &= \frac{13}{2} \cdot 6 p_0 V_0 + 9 p_0 V_0 = \\ &= 48 p_0 V_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{3K} = A_{3K} + \Delta U_{3K} &= -16 p_0 V_0 + \frac{3}{2} (0 - 28) p_0 V_0 \\ &= 32 p_0 V_0 \end{aligned}$$

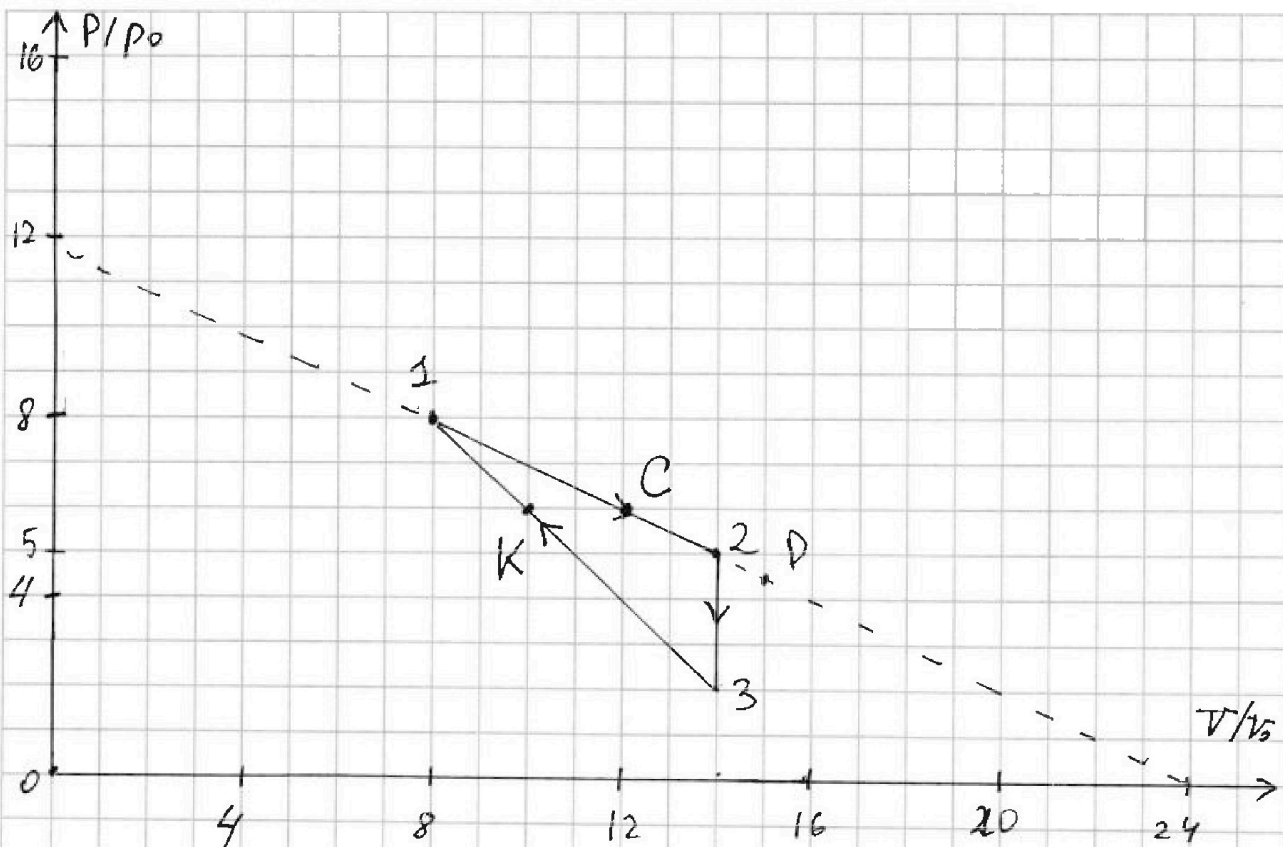


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $A_{\text{газа}}$ - можно найти как площадь под графиком PV , заметим что в нашем случае газ совершил положительную работу за цикл.

$$A_{\text{газа}} = S_{\Delta 123} = \frac{3 \cdot 6}{2} p_0 V_0 = 9 p_0 V_0$$

$$\boxed{U = \frac{i}{2} \nu R T}$$
 ν нас газ одноатомный, а значит

$$i = 3; \quad \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1;$$

Пользуясь законом Клапейрона Менделеева так как газ идеальный: $pV = \nu R T$;

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 = \frac{3}{2} (70 - 64) p_0 V_0 = 9 p_0 V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

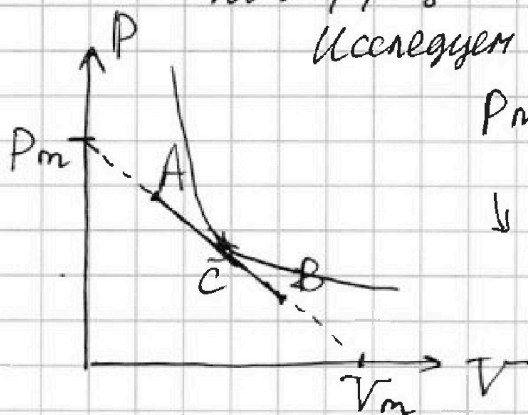
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \frac{|\Delta U_{12}|}{A_{газа}} = 1;$$

- Исследуем процесс, который описывается линейной зависимостью p от V с отрицательным коэффициентом.



Исследуем процесс А-В

p_m, V_m - точки касания прямой графика. Оси координат.

$$p(V) = p_m - p_m \frac{V}{V_m}$$

Температура будет возрастать до точки касания прямой АВ с изотермой а потом будет убывать. Точка максимума будет в точке касания изотермы и прямой А-В;

А-С: $T \uparrow$; С-В: $T \downarrow$; найдём такую точку С;

Уравнение изотермы &

$$pV = \nu RT, T = \text{const}; \quad p = \frac{\nu RT}{V}$$

$$p'(V) = -\frac{\nu RT}{V^2}; \quad p'(V_c) = -\frac{\nu RT}{V_c^2}$$

так как изотерма касается прямой, то

$$p'(V_c) = -\frac{\nu RT}{V_c^2} = -\frac{p_m}{V_m}; \quad \frac{p_c}{V_c} = \frac{p_m}{V_m}$$

$$p_c = \frac{p_m}{V_m} V_c; \quad \text{подставим это в уравнение прямой}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p_c = p_m - \frac{p_m}{V_m} V_c; \quad \frac{p_m}{V_m} V_c = p_m - \frac{p_m}{V_m} V_c$$

$$\rightarrow V_c = \frac{V_m}{2}; \quad p_c = \frac{p_m}{2};$$

А теперь рассмотрим процесс 1-2 и найдём момент с мин температурой.

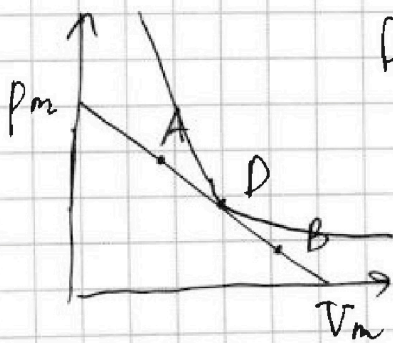
По написанному выше, это будет точка с координатами: $e(6; 12)$

$$\begin{aligned} \mu R T_c &= 72 p_0 V_0 & \rightarrow & \frac{T_c}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{18}{7} \\ \mu R T_3 &= 28 p_0 V_0 \end{aligned}$$

3) Найти КПД цикла:

$$\eta = \frac{A_{\text{зага}}}{Q^+}; \quad \text{Заметим, что в процессе}$$

1-2 теплота будет ~~то~~ меняться сложным образом, опять же исследуем это:



D - точка касания прямой с адиабатой ($Q=0$)

A-D: $Q > 0$;

D-B: $Q < 0$;

$$p(V) = p_m - \frac{p_m}{V_m} V;$$

Уравнение адиабаты; $pV^\gamma = \text{const}$,

$$\text{где } \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i} = \frac{5}{3};$$

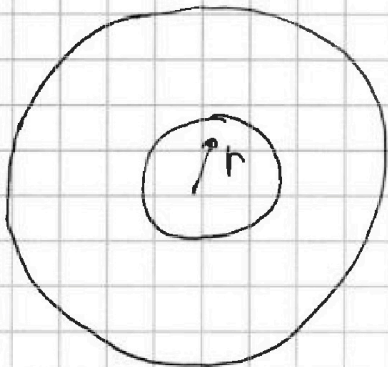


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Внутри полой области
где $x < r$, заряд Q
будет создавать электростатическое поле E , меняющееся по закону
$$E = \frac{kQ}{x^2}$$

Внутри диэлектрика $E = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$
и аналогично с потенциалом.

$$\begin{cases} \varphi = \frac{kQ}{x^2}; & x < r \\ \varphi = \frac{kQ}{\epsilon x^2} + \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{\epsilon r} & x \geq r \text{ и } x \leq R \end{cases}$$

1) при $x = \frac{5}{6} R$;

$$\varphi = \frac{kQ}{r} + \frac{6}{5} \frac{kQ}{\epsilon R} - \frac{kQ}{\epsilon r}$$

2) Найдём численные значения E ;

$$\varphi(R/3) = 5\varphi_0 \quad r = R/6;$$

$$\varphi(2R/3) = 4\varphi_0 \quad \begin{cases} 5\varphi_0 = \frac{6kQ}{R} + \frac{3kQ}{\epsilon R} - \frac{6kQ}{\epsilon R} \\ 4\varphi_0 = \frac{6kQ}{R} + \frac{3kQ}{2\epsilon R} - \frac{6kQ}{\epsilon R} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5\varphi_0 &= \frac{6kQ}{R} - \frac{3kQ}{\epsilon R} \\ 4\varphi_0 &= \frac{6kQ}{R} - \frac{kQ}{2\epsilon R} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5}{4} = \frac{6 - 3/\varepsilon}{6 - 4,5/\varepsilon}; \quad 30 - \frac{22,5}{\varepsilon} = 24 - \frac{12}{\varepsilon}$$

$$6 = \frac{10,5}{\varepsilon}; \quad \varepsilon = 1,75$$

Ответ: $\varepsilon = 1,75$

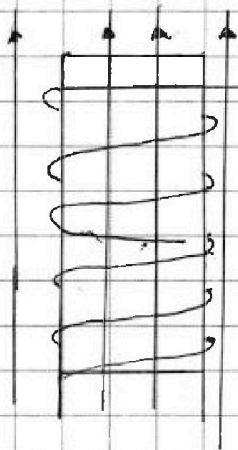


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

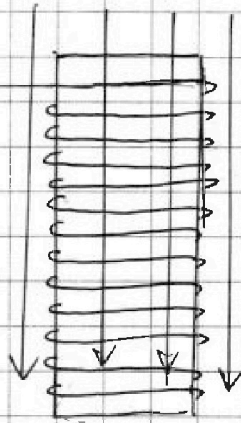
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



L_1
 n_1



L_2
 n_2

$$L_1 = L \quad L_2 = 16L$$

$$n_1 = n \quad n_2 = 4n$$

С какой скоростью
начнётся менять ток
в катушках

при увеличении магнитной индукции
в первой катушке $dB/dt = d(d > 0)$?

Закон электромагнитной индукции:

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{in} = -L \cdot \frac{dI}{dt}; & \text{то есть в катушке} \\ \frac{d\varphi}{dt} = \mathcal{E}; & \text{в первой катушке возникнет } \mathcal{E} \text{ индукции} \end{cases}$$

$$\mathcal{E}_{in} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dB \cdot n_1 \cdot S}{dt} = d n_1 \cdot S;$$

эта \mathcal{E}_{in} вызовет ток, но из-за
свойства инерции в катушках, в них
возникнет \mathcal{E} самоиндукции, и уравновесит

$$\mathcal{E}_{самоиндукции 1} = L_1 \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{самоиндукции 2} = L_2 \cdot \frac{dI}{dt}$$

Второе
правило
Фарадея

$$\mathcal{E}_{in} = \mathcal{E}_{самоиндукции 1} + \mathcal{E}_{самоиндукции 2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$dNS = L \cdot \frac{dI}{dt} + 16L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\left(\frac{dI}{dt} = \frac{1}{17} \cdot \frac{dNS}{L} \right) \quad \frac{dI}{dt} = \text{const}, \text{ а значит ток будет меняться равномерно со скоростью } \frac{dNS}{17L};$$

2) за некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L , уменьшится от B_0 до $B_0/3$, а во второй от $3B_0/4$ до $B_0/4$.

$$\frac{dB_1}{dt} \cdot n \cdot S = \mathcal{E}_{in1};$$

$$\frac{dB_2}{dt} \cdot 4n \cdot S = \mathcal{E}_{in2};$$

$$\mathcal{E}_{in1} + \mathcal{E}_{in2} = \mathcal{E}_1 \text{ самоиндукции} + \mathcal{E}_2 \text{ самоиндукции}$$

Правило Кирхгофа для контура.

$$\frac{dB_1}{dt} nS + \frac{dB_2}{dt} 4nS = L \frac{dI}{dt} + 16L \frac{dI}{dt}$$

$$n \cdot dB_1 \cdot S + dB_2 \cdot 4n \cdot S = 17L dI \quad / \text{ про-суммируем маленькие части цепи.}$$

$$\Delta B_1 \cdot n \cdot S + \Delta B_2 \cdot 4n \cdot S = 17L \cdot \Delta I$$

$$\frac{2}{3} B_0 nS + \frac{3}{4} B_0 \cdot 4n \cdot S = 17L \Delta I$$

$$\Delta I = I - 0; \quad I = \frac{11}{51} \frac{B_0 nS}{L}$$

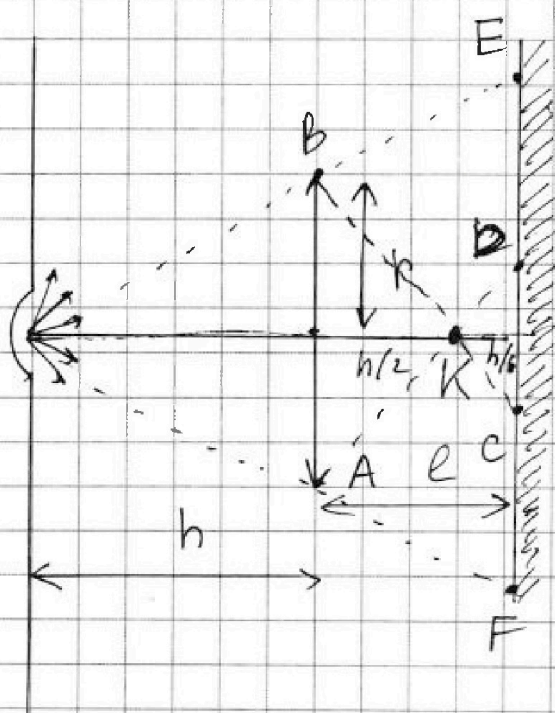


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

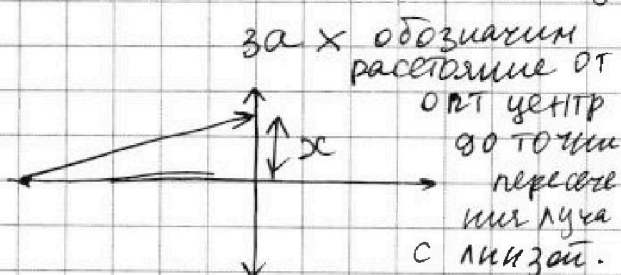
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$F = h/3; \quad e = \frac{2h}{3};$$

$$f = 5 \text{ см.}$$

Рассмотрим произвольный луч, идущий от лампы, который попадает на линзу.



Чтобы понять куда пойдёт этот луч, надо пустить фронтальный луч, параллельный главной, и тогда по свойству тонкой собирающей линзы лучи соберутся в фокальной плоскости с помощью формулы тонкой линзы можно найти изображение лампы.

Пусть f - это расстояние от линзы до изображения, d - расстояние от предмета до линзы, тогда

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F};$$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}; \quad \rightarrow \quad f = \frac{h}{2};$$

$f < e$; обозначим изображение лампы K :



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Что же мы увидим в зеркале?

Мы увидим кольцо из тени.

на картинке, точки лежащие на окружности с диаметром ED будут освещены

а области $E-D$ и $C-F$ не будут освещены.

из подобия найдем высоту точки E ;

$$h_E = \frac{5}{3}r; \text{ аналогично из подобия:}$$

$$h_D = \frac{r}{3}; \rightarrow \text{найдем площадь неосвещенной}$$

части зеркала $S = \pi \left(\frac{5}{3}r\right)^2 - \pi \left(\frac{r}{3}\right)^2 =$

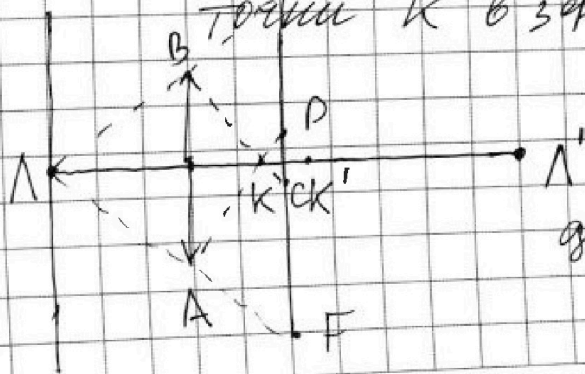
$$= \frac{8\pi r^2}{3} = \frac{200\pi \text{ см}^2}{3}$$

2) Найдем площадь неосвещенной части зеркала.

для этого найдем изображение лампы

в зеркале и изображение изображения

точки K в зеркале.



После отражения
через зеркало
у нас появятся
два фронтальных источника
на света.

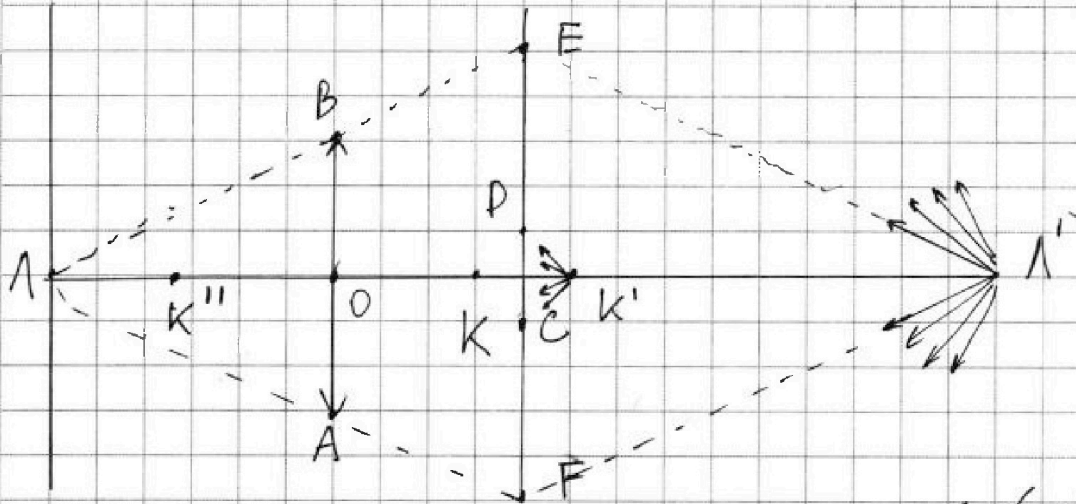


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Зона действия этих источников (A', K') показана на чертеже. Найдём пересечение прямой $A'E$ со стенкой, пусть это будет точка

L $h_L = 2h_E$ (из подобия) $\rightarrow h_L = \frac{10}{3} \text{ м}$;
то, что выше точки L тоже будет освещено.

Теперь рассмотрим источник K' ;

найдем пересечение $K'D$ со стенкой, точка

P ; $h_P = \frac{15}{3} \text{ м}$ (из подобия Δ)

найдем точку пересечения $K'B$ со стенкой.

точка M ; $h_M = \frac{15}{5} \text{ м}$;

Область от точки M до точки P будет освещена; Дальше рассмотрим лучи из K' , проходящие через линию



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдём изображение точки K' в линзе.

$OK' = \frac{5}{6}h = d$; f - расстояние от линзы до изображения; тогда: $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$;

$$\frac{6}{5h} + \frac{1}{f} = \frac{3}{h} \quad f = \frac{5}{9}h$$

$OK'' = \frac{5}{9}h$; K'' - изображение точки K' в линзе.

Найдём пересечение $K''A$ со стенкой

Пусть это точка Q ;

KL $OK' = \frac{5}{9}h$; $AK'' = \frac{4}{9}h$; \rightarrow

LM h_Q (из подобия) = $\frac{4}{5}r$;

Q на стене тоже будет кольцом тени.

неосвещённая область будет $Q-M$;

Площадь неосвещённой области на

стене: $S = \pi \cdot h_M^2 - \pi \cdot h_Q^2 =$

$$= \pi \cdot \left(\frac{11}{5}r\right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{4}{5}r\right)^2 = 105\pi \text{ см}^2$$

Ответ: 1) $\frac{200}{3}\pi$, 2) 105π