



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы покрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3) = \frac{(15x+6)(x-2)}{(x+4)^2} \\ (x-3) = -\frac{(15x+6)(x-2)}{(x+4)^2} \end{cases}$$

1. К.  $x=3$  и  $a_4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+4)^2 - (15x+6)}{(x+4)^2} = 0 \\ \frac{(x+4)^2 + (15x+6)}{(x+4)^2} = 0 \end{cases}$$

7. К.  $a_{10} \neq 0$   $x \neq -4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0 \\ x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x^2 + 23x + 22 = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

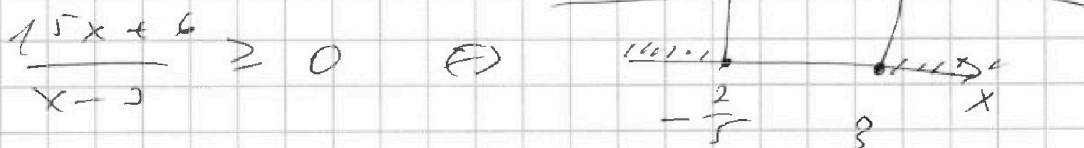
СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-5)/(x-2) = 0 \\ (x+1)(x+22) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=2 \\ x=-1 \\ x=-22 \end{cases} \quad \text{т.к. } a_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-2)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{15x+6}{(x-2)^3} \geq 0 \Leftrightarrow$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \\ x=-22 \end{cases} \quad \text{т.к. } a_4, a_{10}, a_{12}$$

имеют единственную разность  
между номерами (четно  
по-4, 12-10 : 2),

то они одного знака

$$\Rightarrow a_{10} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При  $x = 5$ :

$$a_4 = \sqrt{\frac{21}{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$a_{10} = 9$$

$$a_{12} = \sqrt{21 \cdot 8} = 9 \cdot \sqrt{2}$$

Отсюда видно, что  $q = \sqrt[6]{\sqrt{8}} =$   
 $= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$  подходит.

При  $x = -1$ :

$$a_4 = \sqrt{\frac{9}{4^3}} = \sqrt[3]{\frac{3}{2^6}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$a_{10} = 3$$

$$a_{12} = 3\sqrt{8} = 3 \cdot \sqrt{4} = 12 = 3 \cdot 2^2$$

Отсюда видно, что

$$q = \sqrt{2} \text{ подходит.}$$

Ответ:  $\{5; -1\}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☒

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} = 2\sqrt{y-2x-1+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

замечая, что г.к.  $|y-25| \geq 0$

$$\text{то } 2|y-25| \stackrel{(1)}{\geq} |y-35|$$

$$\Rightarrow |y-20| + 2|y-25| \geq |y-20| + |y-35|$$

$$= |y-20| + |35-y| \stackrel{(3)}{\geq} |y-20+35-y| =$$

$$= |15| = 15 \quad \text{г.к. } 15$$

(сумма не меньше суммы  
моделей ( $|x|+|y| \geq |x+y|$ ))

$$\text{но } \sqrt{225-z^2} \stackrel{(2)}{\leq} \sqrt{225} = 15$$

$$\text{г.к. } z^2 \geq 0 \quad \text{значит,}$$

$$\begin{cases} z=0 \\ y-35=0 \end{cases} \quad \text{г.к. (1) и (2) достигают равенств только при этих условиях.}$$

(можно видеть, что (3) тоже



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

составляет равенства)

Теперь получаем.

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) - 6 + 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 + (\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow ((\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) + 3)((\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) - 2) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 9 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \\ x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 9 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} = \sqrt{(x+7)(5-x)} \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 4 = \sqrt{(x+7)(5-x)} \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{4} = 35 - 2x - x^2 \quad (5) \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 16 = 35 - 2x - x^2 \quad (4) \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(4) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 19}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 \cdot 20}}{2} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{5}}{2} =$$

$$= -1 \pm 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \Leftrightarrow$$

$$x+7 > 5-x \Leftrightarrow x > -1$$

$$\Rightarrow x = -1 + 2\sqrt{5}$$

$$(5) \text{ Аналог } \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0$$

$$\Leftrightarrow x < -1$$

$$(5) \Leftrightarrow x^2 + 2x - \frac{131}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - \frac{131}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 131}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{135}}{2}$$

$$\sqrt{135} > 0 \Rightarrow \text{и } x < -1 : x = \frac{-2 - \sqrt{135}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $\{ (-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0);$   
 $(-\frac{2 - \sqrt{135}}{2}; 35; 0) \}$

г.к. СР-кас. к. округ. - 6792





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☒

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle CBA + \angle ADE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{5}$$

$$\text{по } \frac{CD}{DP} = \left( \frac{\sin(\angle CPD)}{\sin(\angle CDP)} \right)^{-1}$$

по 4

$$\frac{CD}{\sin(\angle CDP)} = r_1$$

$$\frac{DP}{\sin(\angle CDP)} = r_2 \quad \text{по Т. син.}$$

$$\Rightarrow \frac{CD^2}{DP^2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{CD}{DP} = \frac{3}{5}$$

по 4  $\triangle CDB \sim \triangle CEP$

$$\Rightarrow \frac{CD}{DP} = \frac{CP}{EP} = \frac{3}{5}$$

Ответ: 3 : 5



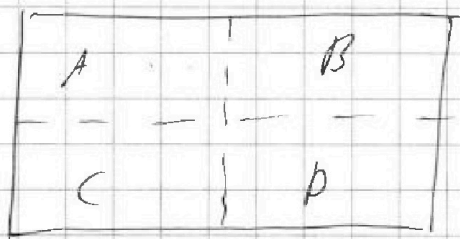
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5



мысленно  
разделим  
на 4 равные части

Это означает, что

на 4 равные части

A, B, C и D. Тогда

множество (или) от нас.

Тогда сред. л. м. от нас.

задаётся 4 клетками

в вер AUB (т. е. верх

пол. прямоуго)

=> таких множеств.

$$C_{\frac{150000}{2}}^4 = C_{15000}^4$$

Аналог множеств из

сум. от нас верт. (или) (с. л. м.)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$C^4_{15000}$  . А также множества  
с ч.м. . Относ. унтра  
прямоуг. = это множества  
с ч.м. . Озномбрен. относ  
гэр. ч верт. ср. лчм.

$$C^4_{15000} = \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!}$$

$$+ \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!} = C^4_{15000}$$

Т.к. они также

озномбрен. жажаются

4-мм клетками в AUB

$$\Rightarrow C^4_{15000} = \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!} = C^4_{15000}$$

Ответ:  $C^4_{15000}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Перепишем Тесты пункт

$$\text{как } (a-c)(b-c)=p^2, \text{ где}$$

$p$  — некоторое простое  
число.

т.к.  $p$  — простое

то

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \quad \text{но } a > b$$
$$\begin{cases} b-c=p^2 \\ a-c=1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-c=p^2 & \text{т.к. } p \geq 2 \\ b-a-c=1 & (\text{иначе } a-b \leq 0) \end{cases}$$

$$\text{т.к. } a > b \quad \text{то } a+b^2 > b+b^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b \leq 28 \\ b \geq -28 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь ясно, что

т.к.

$$a \leq 22$$

$$\text{т.к. } a \leq 820$$

$$\text{то } p^2 = a - c \leq 820 - 28 = 792$$

$$\text{откуда } p \in \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; \dots\}$$

$$\text{но } p^2 - 1 = a - b \neq 3$$

$$\Rightarrow p \neq 3 \quad (\text{т.к. } p \neq 1; p \neq 2)$$

$$\Rightarrow p = 2 \quad p = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - c = 9 \\ b - c = 1 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 8 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$$a = b + 8$$

$$\Rightarrow b + 8 + b^2 = 820$$

$$\Rightarrow b^2 + b - 812 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow b^2 + b - 812 = 0$$

$$\Rightarrow b = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 812}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3289}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm 57}{2} \quad \text{а} \Rightarrow \begin{cases} b = 28 \\ b = -29 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 28 \quad (\text{т.к. } b \leq 28)$$

$$\Rightarrow a = 36$$

$$c = 27 \quad - \text{усб. усл.}$$

задача.

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \{(36; 28; 27)\}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

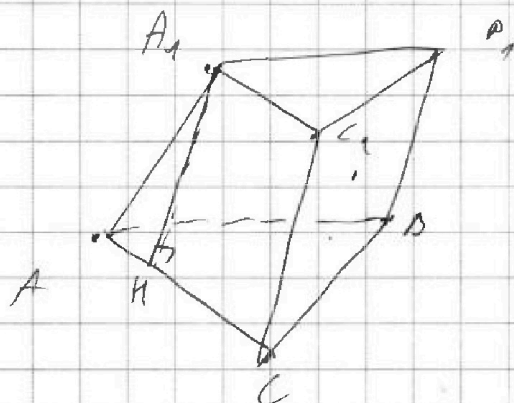
СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Пусть  $APCP, A_1P_1C_1P_1$  и с.к.

призма.



$$и \quad S_{AA_1C_1C} = S_{P_1P_1C_1C} = 5$$

$$S_{AA_1P_1B} = 4$$

т.к.  $AA_1C_1C$  — паралл. гр.

$\Rightarrow$  высота  $h_1$  на  $AC$

равна  $\frac{5}{2}$  ~~равна~~ (из формул  
площади  
через выс.  
и стор.)

Аналог.

выс.  $h_2$  на  $AP$

$\rho(C_1; AB) = 2 \Rightarrow$   $AP$  проецируется  
на бис.  $\angle C$  в  $\triangle ABC$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отсюда  $AB A_1 D_1$  — прямоугольник  
(т.к. это параллелограмм)

и  $AA_1 \perp AB$

и) того, что  $BC \perp AC$   
в  $\triangle ABC \perp AD$ )

но  $\angle(A, B; A_1 D_1) = 2$

и.е.  $\angle A_1 A B = 2$

$\Rightarrow AA_1 = AD = 2$

Пусть  $M \in AC$  и  $AM \perp AC$

$\Rightarrow$  по т. Пифагора

$$AB^2 = AM^2 + BM^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 42 \\ 47 \\ 47 \\ 3203 \\ 128 \\ \hline 32053 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 57 \\ 57 \\ 388 \\ 285 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 47 \\ \times 47 \\ \hline 229 \\ 128 \\ \hline 3208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 53 \\ 53 \\ \hline 159 \\ 265 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ 56 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 26 \end{array}$$

$$a = 36$$

$$b = 28$$

$$c = 27$$



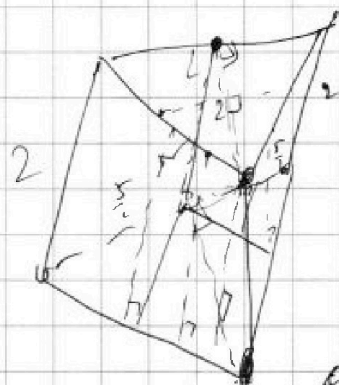


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

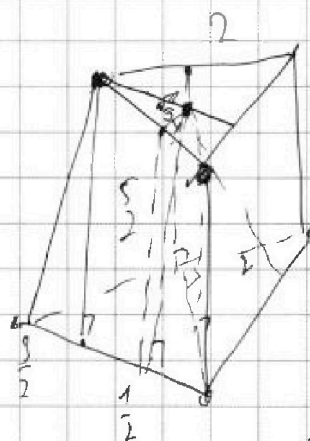
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

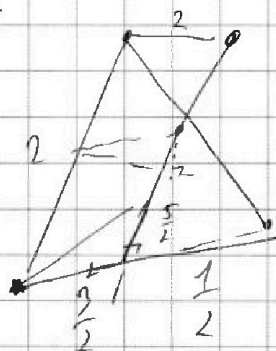
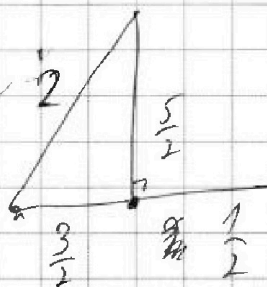


$$\frac{5}{2}$$
$$9/2 \cdot 2$$

$$\frac{25}{4} = 9$$



$$h \cdot 2 = 5$$
$$2 \cdot h = 4$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(3x) + 6\cos(x) = 2\cos(2x) + p$$

3x

$$\cos(x)\cos(2x) - \sin(x)\sin(2x)$$

$$\cos(x)\cos(2x) - 2(1 - \cos^2(x))\cos(x)$$

$$\cos(x)\cos(2x) - 2\cos(x)$$

1.

$$2\cos^2(x) = 1$$

$$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

2.

$$\cos(x)\cos(2x) = (1 - \cos(2x))\cos(x)$$

$$\cos(x) - \cos(3x) = \cos(x) + \cos(2x)\cos(x)$$

$$2\cos(x)\cos(2x) = 3\cos(2x) - \cos(x) = p$$

$$2ab - 3a - b$$

$$(a+b)(a)$$

$$(a+b)(a)$$

$$a$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

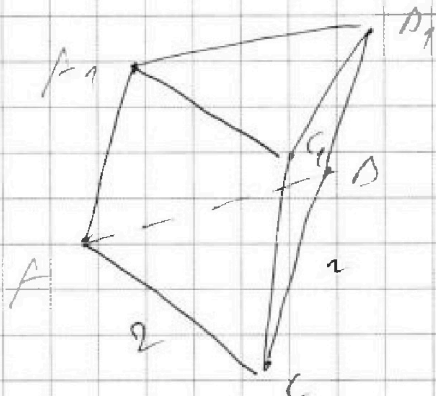
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Решите  $ADCP A_1 B_1 C_1 D_1$  —

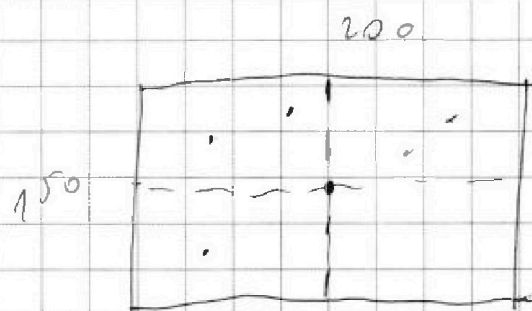
вс эта призма.



$$S_{A_1 B_1 C_1 D_1} = 5$$

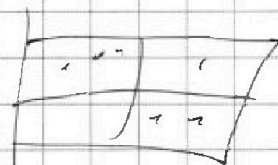
$$S_{ADP C_1 D_1} = 5$$

$$S_{A_1 A B D_1} = 2$$



$$200 \cdot 75 = 15000$$

$$2 \cdot C_{1500}^4 = 2 \cdot C_{750}^4$$





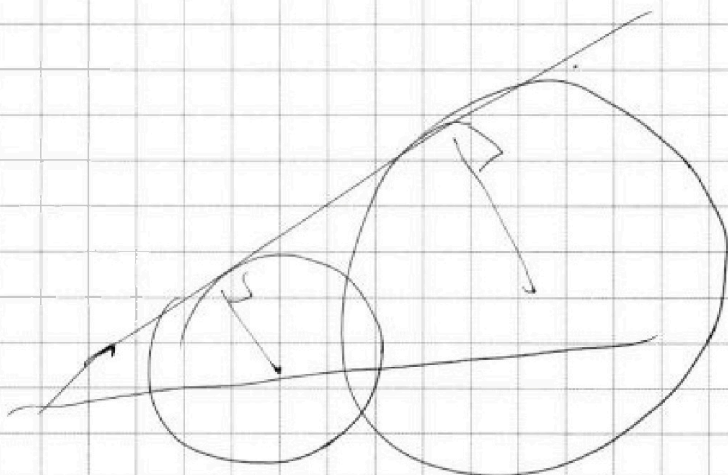


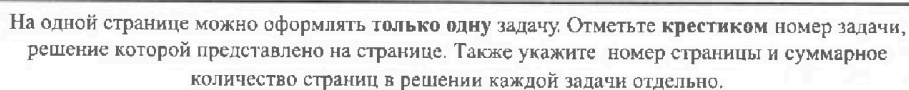
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

EP  
CP



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1

Пусть  $\{a_n\}$  — геом. прогрессия

такая, что  $a_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ ,

$a_{10} = x+4$ ,  $a_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$  и

её знаменатель равен 9

(т.к.  $a_4$ ,  $a_{10}$  и  $a_{12}$  не могут  
одновременно быть равны

нулю (4) так  $a_1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{6}{15} \\ x \neq 3 \end{cases}$

$a_{10} = 0 \Rightarrow x = -4$  и

$a_{12} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{6}{15} \\ x = 3 \end{cases}$

то  $q \neq 0$   $a_n \neq 0$ )

$$\Rightarrow \frac{a_{12}}{a_4} = q^8 = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \right)^4 = (x-3)^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

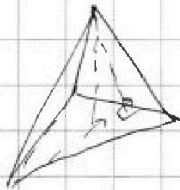
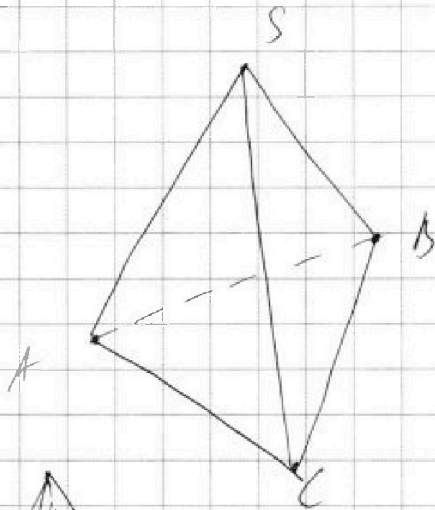


СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

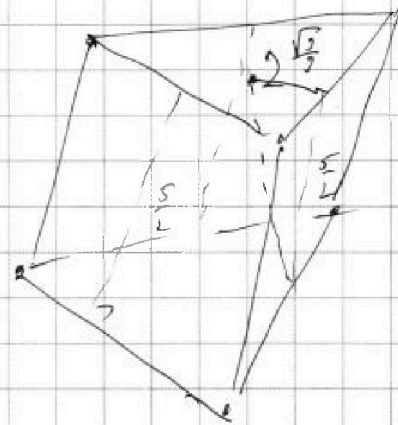
7



$$h \cdot 2 = 5$$
$$h = \frac{5}{2}$$

Ручка шариковая

4 чк



$$4 + \frac{1}{5}$$
$$\frac{12 \times 1}{3}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 57 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{72}{3}}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 28 \\ 28 \\ \hline 724 \\ + 56 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\frac{75 + 4}{12} = \sqrt{\frac{79}{12}}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 28 \\ 28 \\ \hline 261 \\ + 261 \\ \hline 522 \\ + 522 \\ \hline 744 \end{array}$$

$$28$$

$$724 + 28$$

$$752$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(3x) = \cos(x) (\cos(2x) - \sin^2(x) \sin(2x))$$

$$= \cos(x) (\cos(2x) - 2\sin^2(x) \cos(x)) =$$

$$= \cos(x) \cos(2x) - 2(1 - \cos(2x)) \cos(x)$$

$$2 \cos(x) \cos(2x) + 5 \cos(x) - 3 \cos(2x) = p$$

$$2 \cos(x) \cos(2x) \quad a \quad p^2 - 1 \neq 3$$

$$2z(2z^2 - 1) + 5z = 3(2z^2 - 1) = p$$

$$2(4z^3 - 2z + 5z) - 6z^2 + 3 = p$$

$$4z^3 - 6z^2 + 5z + 3 = p$$

$$3 - 6 \cos^2(x) + 3 + 6 \cos(x)$$

$$-6(6 \cos^2(x) - 6 \cos(x) + 3)$$

$$\cos^2(x) - 6 \cos(x) + 3 \quad 556$$

$$a - c = p^2$$

$$c = b - 1$$

$$a - b + 1 = p^2 \leq$$

$$a \leq p^2 + b - 1 \quad 528 + 28 - 1 = 556$$

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ 23 \\ \hline + 69 \\ \hline 48 \\ \hline 528 \end{array}$$

$$\cos(0^\circ)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$27 \geq b \geq -27$$

$$\Leftrightarrow c = b - 1$$

$$a + b - 1 = p^2 \quad \checkmark$$

$$a^2 + b^2 = 820$$

~~$$b + 1$$~~

~~$$a + b^2$$~~ ~~$$a + 25$$~~

$$a = 820 - b^2$$

$$820 - b^2 + b - 1 = p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sqrt{x+2} - \sqrt{5-x}) - 6 + (\sqrt{x+2} - \sqrt{5-x})^2 = 0$$

$$3 - 2$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{5-x} = 3$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{5-x} = -2$$

$$\sin(2x) = 2\sin x$$

2

~~1~~

$$2 \cdot 6 \cos^2(x) = 3$$

$$\cos(2x) - 6\cos(x) = 3\cos(2x) + 9$$

$$\cos(2x+x) = \cos(2x)\cos(x) - \sin(2x)\sin(x) =$$

$$\cos(2x) \cos(x) - 2\sin(x) \cos^2(x) =$$

$$= \cos(2x)\cos(x) - 2(1-\cos^2(x))\cos(x) =$$

$$= (2\cos^2(x) - 1)\cos(x) - 2(1-\cos^2(x))\cos(x) =$$

$$= 2\cos^3(x) - \cos(x) - 2\cos(x) + 2\cos^3(x) =$$

$$= 4\cos^3(x) - 3\cos(x)$$

$$4\cos^3(x) - 8\cos^2(x) - 2\cos(x) + 3 = 9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 + x - 12 = 15x^2 - 38x + 18$$

$$x^2 + x - 12 = -15x^2 + 38x + 18$$

$$0 = 14x^2 - 40x - 6$$

$$16x^2 + 38x - 30 = 0$$

$$7x^2 - 20x - 3 = 0$$

$$8x^2 + 18x - 15 = 0$$

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 84}}{14}$$

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{361 - 180}}{16}$$

4.812

$$48 \pm 3200 = \frac{20 \pm 22}{14} = \left[ -\frac{2}{7} \right]$$

$$x = \frac{-15 \pm 28}{16} = \left[ -\frac{10}{16} = -\frac{5}{8} \right]$$

$$\frac{48}{16} = 3$$

15

$$a_4 = \sqrt{\frac{3813}{246}} = \sqrt{\frac{12}{22}}$$

$$12 \sqrt{\frac{22}{12}}$$

$$a_{10} = 1$$

$$a_{12} = \sqrt{38.6}$$

$$b^2 + b -$$

$$241$$

$$28$$

$$x 28$$

$$261$$

$$+ 58$$

$$841$$

$$36$$

$$216$$

$$812$$

$$1 + 4.812$$

$$3200$$

$$3324 3248$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

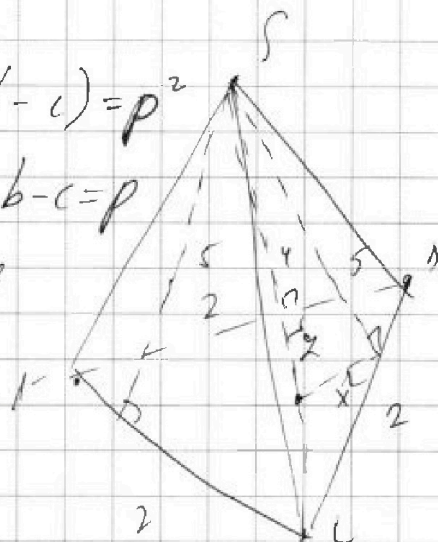
$$b + b^2 \frac{1}{16} 300$$

$$(c - 1)(b - 1) = p^2$$

$$a - c = b - c = p$$

$$a - c = p^2$$

$$b - c = 1$$

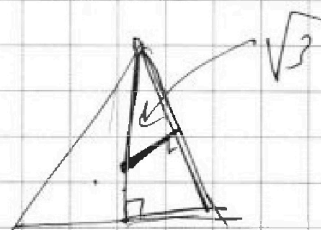


$$y^2 + 2\sqrt{5}y + 15 = 0$$

$$\frac{2 \cdot 5 - y}{2} = \frac{-2\sqrt{5}}{2}$$

$$1 = \frac{5}{a} + 2 = 5$$

~~000~~



$$h^2 + x^2 = 25$$

$$h^2 + y^2 = 16$$

$$\frac{x}{1} = \frac{\sqrt{5} - y}{2}$$

$$2x = \sqrt{5} - y$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - y}{2}$$

$h^2$

$$\left(\frac{\sqrt{5} - y}{2}\right)^2 + y^2 = p$$

$$\frac{3 - 2\sqrt{5}y + y^2}{2}$$

$$-y^2 = 0$$

$h^2$

$$3 - 2\sqrt{5}y + \frac{y^2}{2} = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2  
□

3  
☐

4  
□

5

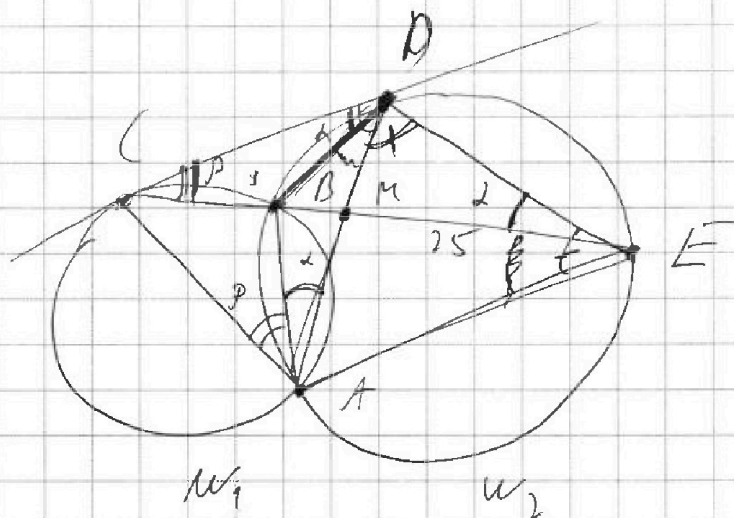
☐

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(M : ME = 9 : 25)$$

$$\frac{DE}{CB} = \frac{BD}{CB}$$

$$\frac{BP}{\sin(p)} = \frac{CP}{\sin(d)}$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}$$

$$\frac{C_D}{\sin(p)} = R_1$$

$$\frac{P_D}{P} \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\frac{P}{\sin \alpha} = R_2$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -2$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \quad \sqrt{7} \leq x < 3$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{5} = 2 \quad \begin{matrix} 12 \\ \sqrt{2+2\sqrt{5}} \\ 5+1 \end{matrix}$$

$$7+5 - 2\sqrt{35} = 4$$

$$\begin{matrix} 42 \\ 8 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \sqrt{2} \\ 12 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \sqrt{2} \\ 22 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \sqrt{5} \\ 64 \end{matrix}$$

$$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4$$

$$12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4$$

$$-7, 5$$

$$4 = \sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$\begin{matrix} -\sqrt{12} \\ \sqrt{12} \end{matrix}$$

$$4 \quad 16 = 35x - 2x - x^2$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$4 + 4 \cdot 19$$

$$20 \pm 4 \pm 4 \sqrt{5} = -4 \pm 2\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} = 9$$

$$a_{11} = x+4$$

$$a_{12} = \sqrt{(15x+6)/(x-3)}$$

$$\frac{a_{12}}{a_{11}} = 9 \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$9^2 = (x-3)^2$$

$$9^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$(x-3)^2 = \left( \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \right)^4$$

$$\begin{cases} x-3 = \frac{(15x+6)(x-3)}{x+4} \\ x-3 = -\frac{(15x+6)(x-3)}{x+4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+4x-3x-12 = 15x^2-45x+6x-18 \\ x^2+4x-3x-12 = -15x^2+45x-6x+18 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 20| + 2|y - 25| \geq 15$$

$$z = 0$$

$$|y - 20| + 2|y - 25| \geq$$

$$|y - 20| + |y - 25| \geq 15$$

$$\sqrt{y+7}$$

$$20 \quad 25$$

$$20.5 \leq y \leq 25$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$-7 \leq x \leq 5$$

$$-(x^2 + 2x - 35)$$

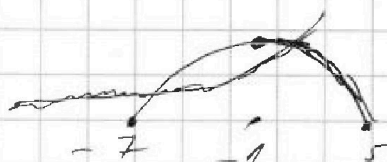
$$(x+7)(x-5)$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$(a+1)(b+1)$$

$$a-b+6-2ab$$

$$ab+a+b+1$$



$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$$

$$a \quad b$$

$$a^2 + b^2 = 12 - 2ab$$