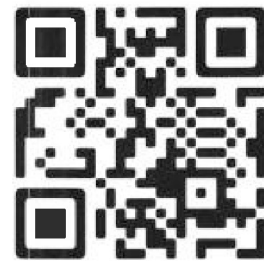




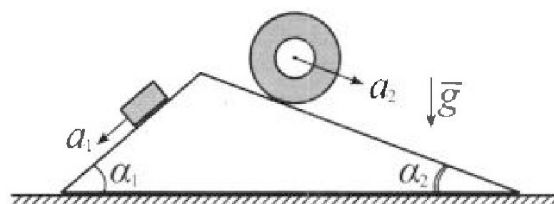
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

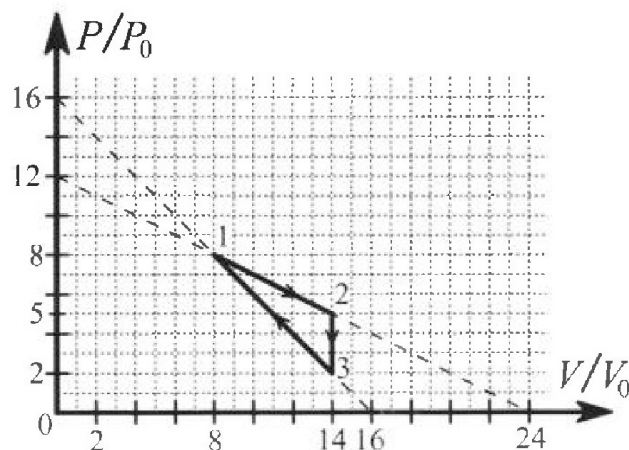


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ вы разить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

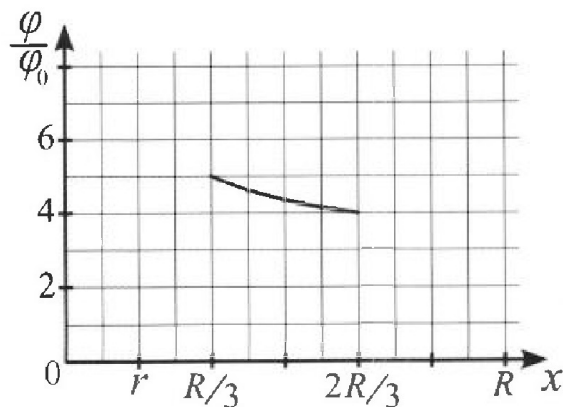
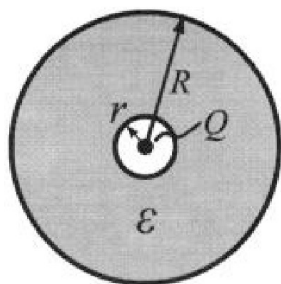
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала ϕ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь ϕ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





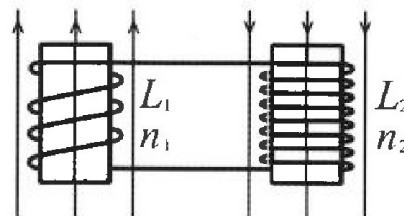
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

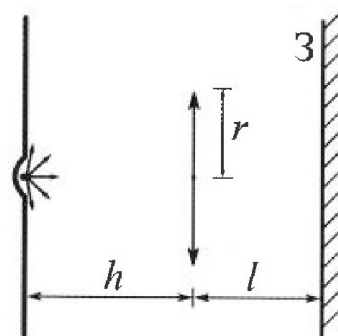


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в см^2 в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



пусть Mg - сила тяжести действующая на клин

y_k

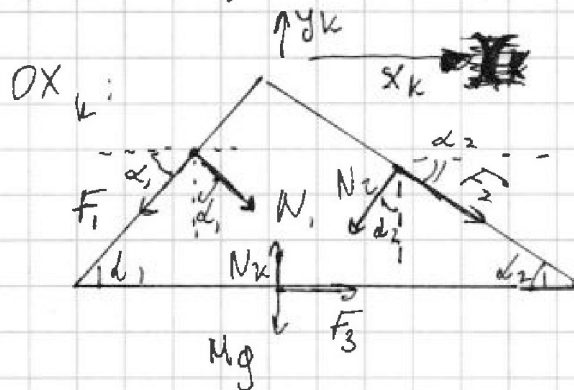
N_k - сила реакции

действующая со стороны стены

пусть F_3 направлена вправо

2.3. К. где клин:

Ox_k - ось вдоль стены Oy_k - перпенд.



$$Ox_k: F_3 + N_1 \sin \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 = F_1 \cos \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2$$

$$F_3 = \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + 2mg \cdot \frac{5 \cdot \frac{12}{13}}{13} - \frac{4}{26} mg \cdot \frac{12}{13}$$

$$- mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 = \frac{9 \cdot 4}{65 \cdot 5} + \frac{10 \cdot 12}{13 \cdot 13} - \frac{4}{26} mg \cdot \frac{12}{13}$$

$$F_3 = \frac{9}{65} \cdot mg \cdot \cos \alpha_1 + 2mg \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2 - mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 - \frac{4}{26} mg \cdot \cos \alpha_2$$

$$F_3 = mg \left(\frac{9 \cdot 4}{65 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 5 \cdot 12}{13 \cdot 13} - \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 12}{26 \cdot 13} \right)$$

$$F_3 = mg \left(\frac{9 \cdot 4 \cdot 13 + 2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 5^2 - 13^2 \cdot 3 \cdot 4 - 4 \cdot 12 \cdot 5^2}{5^2 \cdot 13^2} \right) =$$

$$= mg \left(\frac{5^2 (120 - 42) + 3 \cdot 13 (3 - 13) \cdot 4}{5^2 \cdot 13^2} \right) = \frac{48 \cdot 5^2 - 12 \cdot 13 \cdot 10}{5^2 \cdot 13^2} =$$

$$= mg \cdot \frac{6 \cdot 5^2 - 120}{5^2 \cdot 13} = mg \frac{30 - 24}{5 \cdot 13} = \frac{6}{65} mg$$

Ответ на вопрос 3: $F_3 = \frac{6}{65} mg$

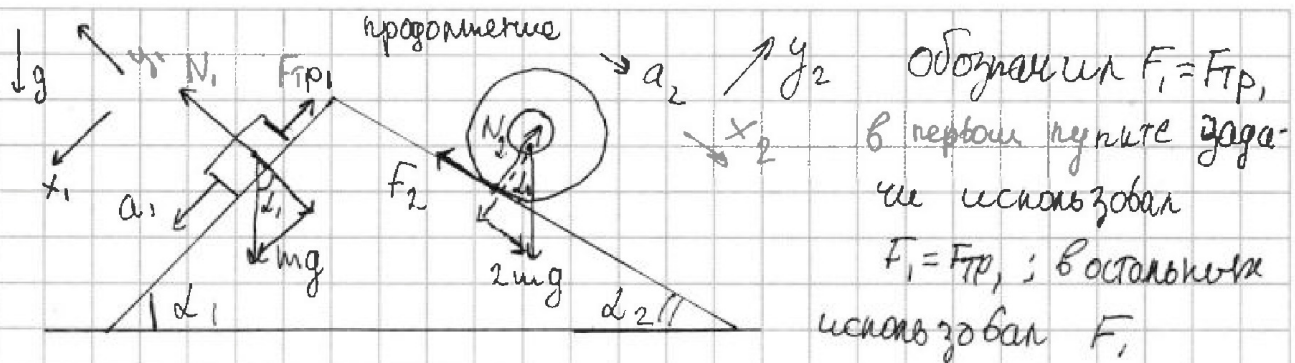


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Ox_1 - ось вдоль движения бруска; Oy_1 - ось поперек движения бруска

N_1 - сила реакции опоры бруска; $F_{тр}$ - сила трения между бруском и клином

2. 2-й и 3. л. где ~~бруска~~ бруска: Oy_1 : $N_1 = mg \cos \alpha_1$
 Ox_1 : $mg \sin \alpha_1 - F_{тр} = ma_1$; ~~$F_{тр} = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$~~ $F_{тр} = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$

$$F_{тр} = m \left(g \cdot \frac{3}{5} - g \frac{6}{13} \right) = mg \left(\frac{3 \cdot 13 - 6 \cdot 5}{13 \cdot 5} \right) = mg \frac{9}{65}$$

Опишем на пункт 1: $F_1 = F_{тр} = \frac{9}{65} mg$

3) N_2 - сила реакции опоры где цилиндра

во время движения цилиндра в точке касания действует сила трения покоя т.к. нет проскальзывания

2-й и 3. л. где цилиндра: Ox_2 - ось вдоль движения цилиндра
 Oy_2 - поперек движения: Oy_2 : $2mg \cos \alpha_2 = N_2$

$$Ox_2: 2mg \sin \alpha_2 - F_2 = 2ma_2; F_2 = 2m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 2m \left(g \cdot \frac{5}{13} - g \frac{4}{13} \right) = 2mg \left(\frac{20 - 13}{13 \cdot 4} \right) = mg \cdot \frac{7}{26}$$

Опишем на пункт 2: $\frac{7}{26} mg$

4) по 3-ему 3. л. на клин со стороны бруска и цилиндра действуют силы равные по модулю $F_1, F_2; N_1, N_2$

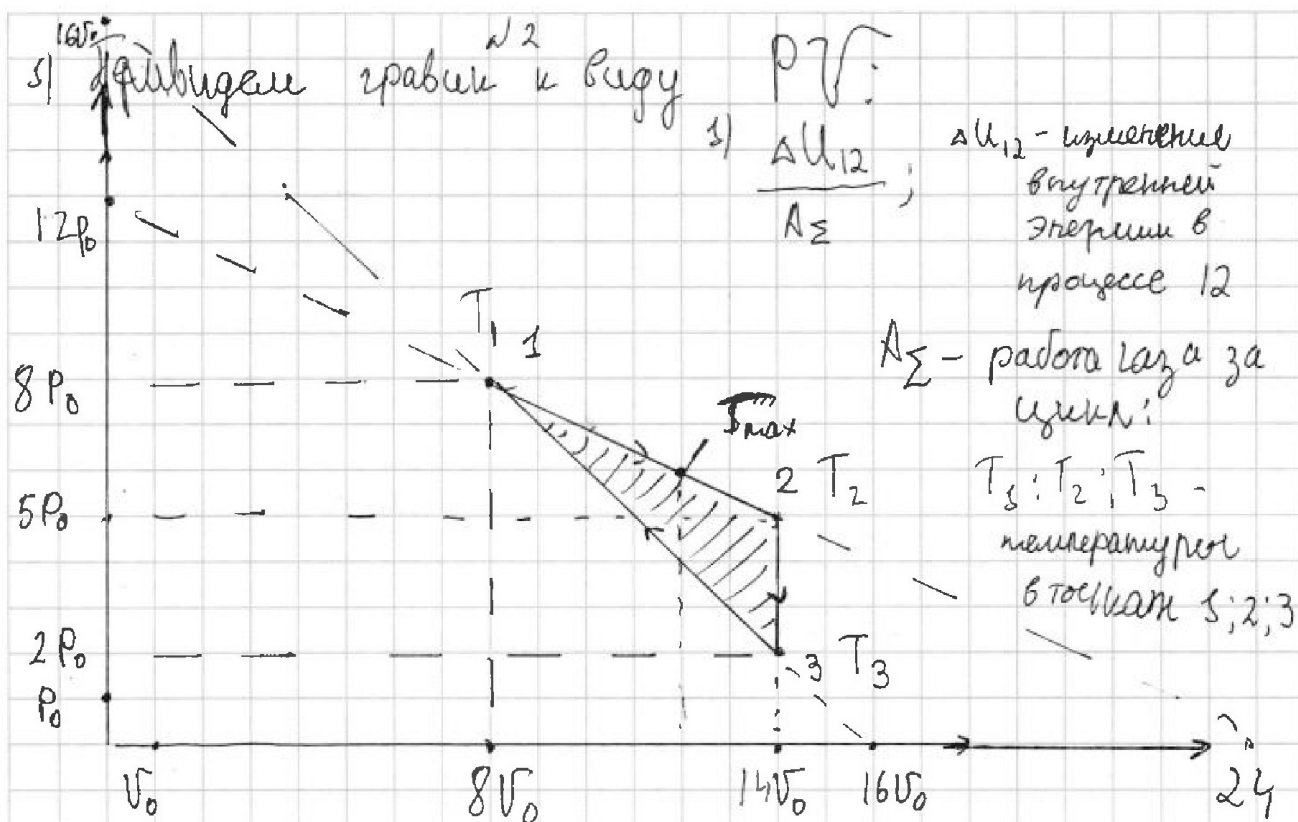


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2. A_{\Sigma} = + S_{\text{tr}} = 6V_0 \cdot \left(\frac{8P_0 + 5P_0}{2} - \frac{8P_0 + 2P_0}{2} \right) = 6V_0 \cdot \frac{3}{2}P_0 = 9P_0V_0$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}JR(T_2 - T_1)$$

$$JR(T_2 - T_1) = 5P_0 \cdot 14V_0 - 8P_0 \cdot 8V_0 = 70P_0V_0 - 64P_0V_0 = 6P_0V_0$$

(по Менделееву-Клапейеру)

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \cdot 6P_0V_0 = 9P_0V_0$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_{\Sigma}} = \frac{9P_0V_0}{9P_0V_0} = 1 \quad \text{Ответ на вопрос 1: } \frac{\Delta U_{12}}{A_{\Sigma}} = 1$$

$$3) T_3 JR = 28P_0V_0; T_3 = \frac{28P_0V_0}{JR}$$

(по М.-К.) можно вывести уравнение прямой 1-2:

$$P(V) = \frac{12P_0}{P_0} - \frac{1V}{2V_0} = 12 - \frac{1V}{2V_0}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) $T = \frac{pV}{R} \quad (\text{по М-К})$ подставим $p = 12 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0}$

$$T = \left(12 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0}\right) \cdot \frac{V}{R \cdot 0} = \left(-\frac{1}{2} \frac{V^2}{V_0} + 12V\right) \cdot \frac{1}{R \cdot 0}$$

уравнение параболы график вершии вниз

$$T_{\max} = \text{в вершине параболы} = -\frac{b}{2a} = \frac{12 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 12V_0; \text{ в точке } 12V_0 \text{ давление}$$

равно $6p_0$: $T_{\max} = \frac{6 \cdot 12 p_0 V_0}{R}$

$$\frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{6 \cdot 12 p_0 V_0}{28 \cdot p_0 V_0} = \frac{18}{7} \quad \text{Изменился на } \frac{18}{7} \cdot \frac{1}{7}$$

5) $\eta = \frac{A_{\Sigma}}{Q_{\text{н}}}$; $Q_{\text{н}}$ - кол-во теплоты, которой газ в действительности получил

в процессе 2-3 газ отдавал тепло

процесс 1-2: до $T_{\max}$ $Q > 0$ т.к. $A > 0$; $\Delta U > 0$

после $T_{\max}$ $\Delta U < 0$; $A > 0$

процесс 3-1: $p(V) = \frac{16p_0}{V_0} - \frac{V}{V_0}$ $T(V) = \left(16V - \frac{V^2}{V_0}\right) \cdot \frac{1}{R \cdot 0}$

$$V_0 = \frac{16}{2} = 8V_0; \text{ значит в процессе 3-1 температура всё время росла}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) $\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$;
 $\mathcal{E}_i = -LS$

$\Phi = B \cdot S \cos \alpha$ $\cos \alpha = 1$

по закону Ленца индуцированный ток в катушке 1: направлен вверх

знаем ток I по правую буравчика идет по часовой стрелке

$\Phi(x) = \frac{kQ}{x} (E-s) + \frac{kQ}{R} (E-s)$ внутри диэлектрика

$\Phi(x) = \frac{kQ}{x} + \frac{kQ(E-s)}{x} + \frac{kQ(E-s)}{R}$

из графика: при $x = \frac{R}{3}$; $\frac{\Phi}{\Phi_0} = 5$ при $x = \frac{2R}{3}$

$\frac{\Phi}{\Phi_0} = 4$; $4 \left(\frac{kQ(2-E) \cdot 3}{R} + \frac{kQ(E-s)}{R} \right) = 5 \left(\frac{kQ(2-E) \cdot 3}{2R} + \frac{kQ(E-s)}{R} \right)$

$\cdot 2R$: $8(2-E) \cdot 3 + (2E-2) \cdot 4 = 5(2-E) \cdot 3 + 10(E-s)$

$48 - 24E + 8E - 8 = 30 - 15E + 10E - 10$

$11E = 20$; $E = \frac{20}{11}$ Ответ: $E = \frac{20}{11}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{6}{5} \frac{kQ}{R} = \left(\frac{6}{5} \frac{kQ}{R} - \frac{kQ'}{5R} \right) \epsilon$$

$$Q' = \frac{\frac{6}{5} \frac{kQ}{R} (\epsilon - 1)}{\frac{k\epsilon}{5R}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot Q \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}}{5} = \frac{6Q(\epsilon - 1)}{\epsilon}$$

$$\varphi_x = \frac{6kQ}{5R} - \frac{6}{5} \frac{kQ'}{R} + \frac{kQ'}{R} = \frac{6kQ}{5R} - \frac{6kQ \cdot \epsilon - 1}{5 \cdot R \cdot \epsilon}$$

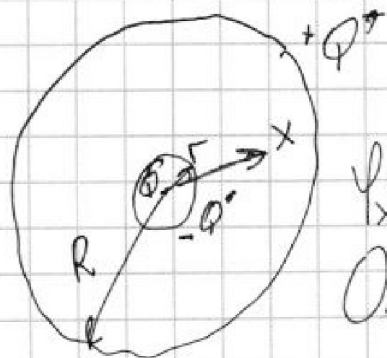
$$\varphi_x = \frac{6kQ}{5R} \left(1 - \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right) = \frac{6kQ}{5R\epsilon} \quad \text{— ответ на вопрос 3}$$

диэлектрик уменьшает поле в ϵ раз пусть заряд внутренней полн сферической пов-сти $= Q'$
 $E_{x_1} = \frac{kQ}{x_1^2} - \frac{kQ'}{x_1^2}$ — с диэлектриком; E_{x_1} — напряженность в точке x_1

$E_{x_1} = \frac{kQ}{x_1^2}$ — без диэлектрика $\frac{kQ}{x_1^2} = \epsilon \left(\frac{kQ}{x_1^2} - \frac{kQ'}{x_1^2} \right)$ $x_1 > R$

$Q' = Q(\epsilon - 1)$; если $-Q'$ — заряд внутренней пов-сти

то $+Q'$ — заряд внешней $\varphi_x = \frac{kQ}{x} + \frac{kQ'}{R} - \frac{kQ'}{x}$



будем считать из графика, $x > R$

$$\varphi_x = \frac{kQ}{R} \left(\frac{6}{5} - \frac{\epsilon - 1}{5} \right) = \frac{kQ}{5R} (7 - \epsilon)$$

Ответ на вопрос 3: $\varphi_x = \frac{kQ}{5R} (7 - \epsilon)$



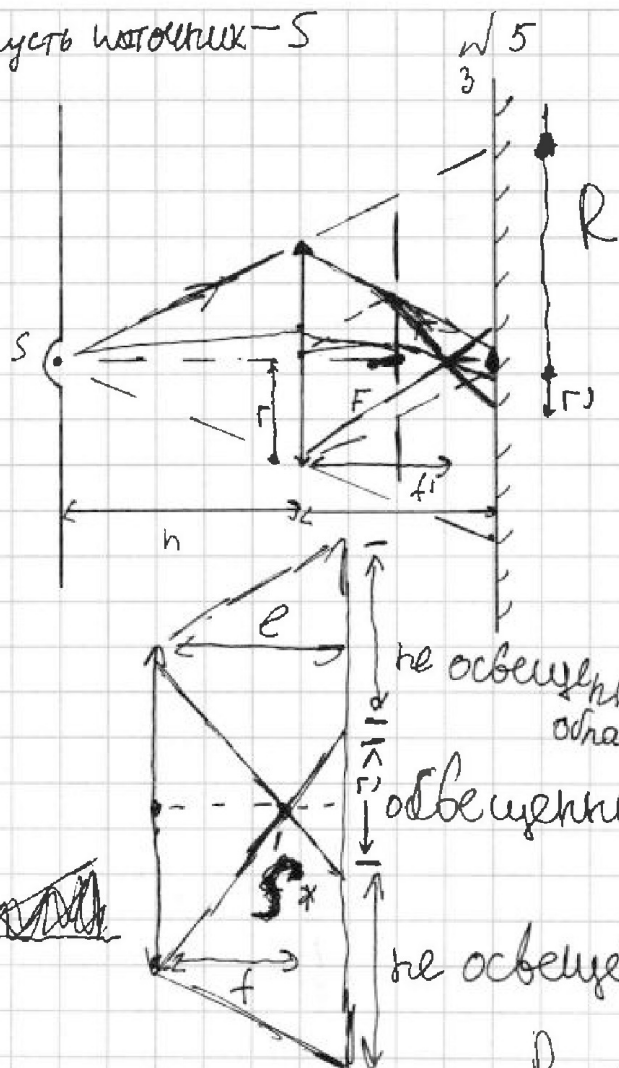
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть источник — S



с) лучи показанные на
рисунке будут прелом-
лены.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f} \quad \text{формула тонкой линзы}$$

$$h = 3F; \quad \text{---}$$

f — расстояние от линзы
до изображения:

$$\frac{1}{f} = \frac{3-1}{3} F \Rightarrow f = \frac{3}{2} F$$

r1 — радиус освещен
ного участка

освещенная область

не освещенная область

R — расстояние от оси до
начала освещенной поверхности
зеркала!

$$\frac{r_1}{r} = \frac{4}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} \quad \text{из подобия}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{5}{3}; \quad S_{\text{не освещенной поверхности зеркала}}: \pi(R^2 - r^2)$$

$$S_0 = \pi r^2 \left(\frac{25}{9} - \frac{1}{9} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{24}{9}$$

$$= \pi r^2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{10 \cdot 25 \cdot 8}{3} = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

$$\text{Ответ на п. 1: } \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$



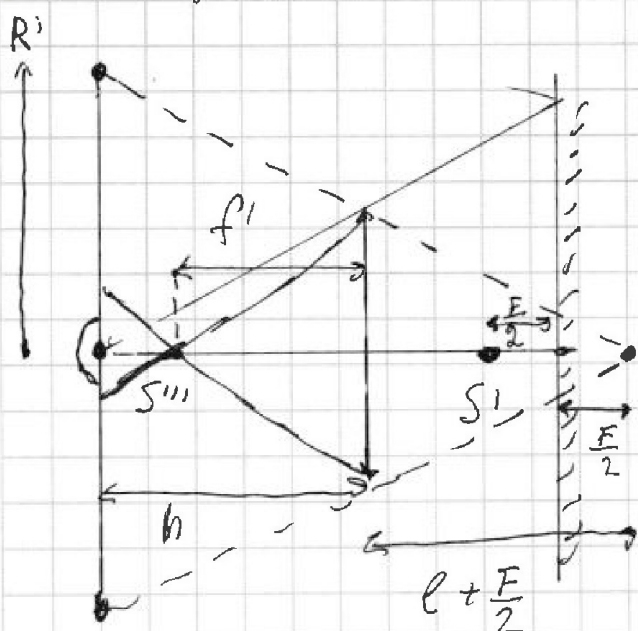
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

W5 продолжение



S'' - изображение S'
 S' - изображение S
после прохода
через линзу

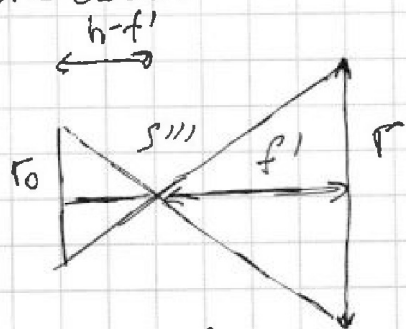
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{l + \frac{E}{2}} + \frac{1}{f'}$$

f' - расстояние S''
от линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{5F} + \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{5-2}{5} \frac{1}{F}; f' = \frac{5}{3} F$$

крайний
луч, который не
попадёт на линзу и выйдет из S'' , пересекает
плоскость сетки на расстоянии R' от оси линзы



S''' - изображение источника S''
пусть r_0 - радиус освещённого
кружа;

$$r_0 = r \cdot \frac{h - f'}{f'} = \frac{40 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{R'}{r} = \frac{l + h + \frac{E}{2}}{l + \frac{E}{2}} = \frac{11}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$$

$\Rightarrow$ подобие
треугольников
Анализ!

S_1 - площадь неосвещённой поверхности зеркала: $\pi r^2 \left(\left(\frac{11}{5} \right)^2 - \left(\frac{4}{5} \right)^2 \right) = \pi r^2 \cdot \frac{121-16}{25} = \frac{105\pi \text{ см}^2}{25}$

$$\pi r^2 \left(\left(\frac{11}{5} \right)^2 - \left(\frac{4}{5} \right)^2 \right) = \pi r^2 \cdot \frac{121-16}{25} = \frac{105\pi \text{ см}^2}{25}$$

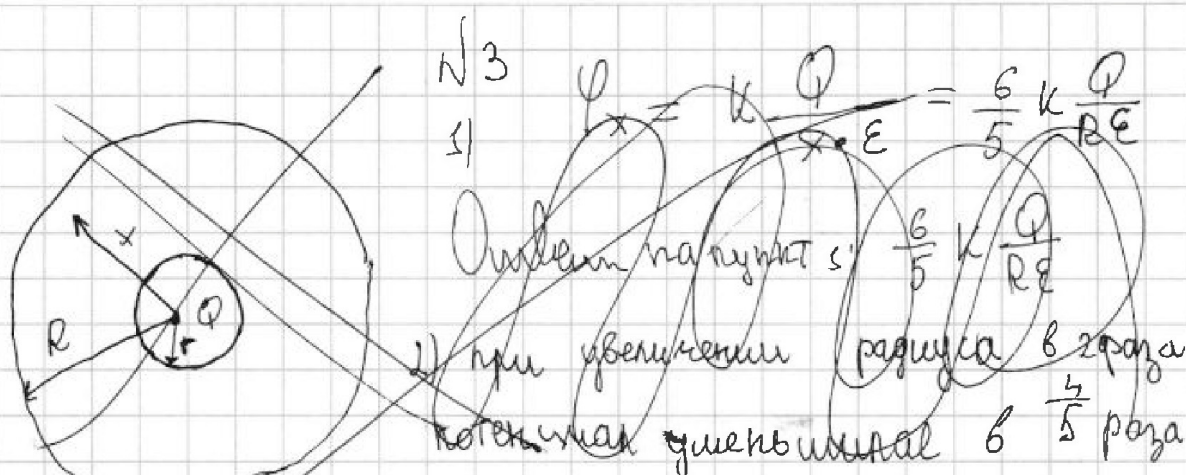


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$T. \text{ in } \varphi \sim \frac{1}{x}$$

$\sqrt{3}$

пусть на сферической поверхности с радиусом R заряд Q' , тогда $-Q'$, заряд сферической поверхности Γ ; по 3.С.З.

потенциал в точке с координатой x

$$\varphi_x = \frac{kQ}{x} - \frac{kQ'}{x} + \frac{kQ'}{R}$$

Если бы не было симметрии, то потенциал был бы в ϵ раз больше

$$\varphi_x \text{ без сим. } \frac{kQ}{x}$$

$$\epsilon = \frac{kQ}{x}$$

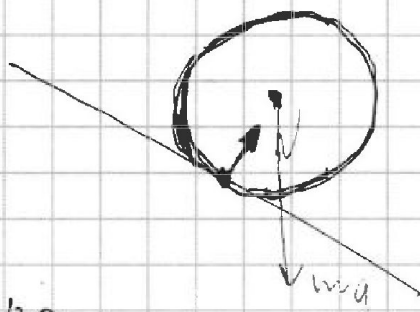
$$\frac{\frac{kQ}{x} - \frac{kQ'}{x} + \frac{kQ'}{R}}{\frac{6kQ}{5R} - \frac{kQ'}{5R}} = \epsilon$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$20 - 42 = 48$$

$$13 \cdot 6$$

$$\frac{5}{13}g - \frac{1}{4}g =$$

$$\frac{20 - 13}{4 \cdot 13} = 4$$

$\odot \rightarrow a$

$$1 = \frac{1}{3} + x$$

