



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12-12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 1.

Пусть 1-й член прогрессии  $a$ , разность прогрессии -  $b$ , тогда:

$$\begin{cases} 12 - 12x = a + b & - 2\text{-й член ариф. прогр.} \\ (x^2 + 4x)^2 = a + 3b & - 4\text{-й член ариф. прогр.} \\ -6x^2 = a + 7b & - 8\text{-й член ариф. прогр.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -b + 12 - 12x \\ (x^2 + 4x)^2 = -4b - 12 + 12x \\ -6x^2 = -8b - 12 + 12x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b = -6 - 6x + 3x^2 \\ (x^2 + 4x)^2 = -6 - 6x + 3x^2 - 12 + 12x \end{cases}$$

$$(x^2 + 4x)^2 = -3x^2 + 6x - 6$$

$$(x^2 + 4x)^2 = -3(x^2 - 2x + 2)$$

$$(x^2 + 4x)^2 = -3((x-1)^2 + 1)$$

$$(x-1)^2 + 1 > 0$$

$$\begin{cases} t = 2 \\ t = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$(x - 2 + \sqrt{2})(x - 2 - \sqrt{2}) = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$(x + 2 - \sqrt{6})(x + 2 + \sqrt{6}) = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 + \sqrt{6} \\ x = -2 - \sqrt{6} \end{cases}$$

$$x = -2$$

$$\text{Ответ: } x = \begin{bmatrix} -2 \pm \sqrt{6} \\ -2 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{cases} a = -b + 12 - 12x \\ (x^2 + 4x)^2 = 2b + 12 - 12x \\ -6x^2 = 6b + 12 - 12x \end{cases}$$

$$b = -x^2 + 2x - 2$$

$$(x^2 + 4x)^2 = -2x^2 + 4x - 4 + 12 - 12x$$

$$(x^2 + 4x)^2 = -2x^2 - 8x + 8$$

$$(x^2 + 4x)^2 = -2(x^2 + 4x - 4)$$

$$\text{Пусть } x^2 + 4x = t, \text{ тогда}$$

$$t^2 = -2(t - 4)$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

$$(t - 2)(t + 4) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

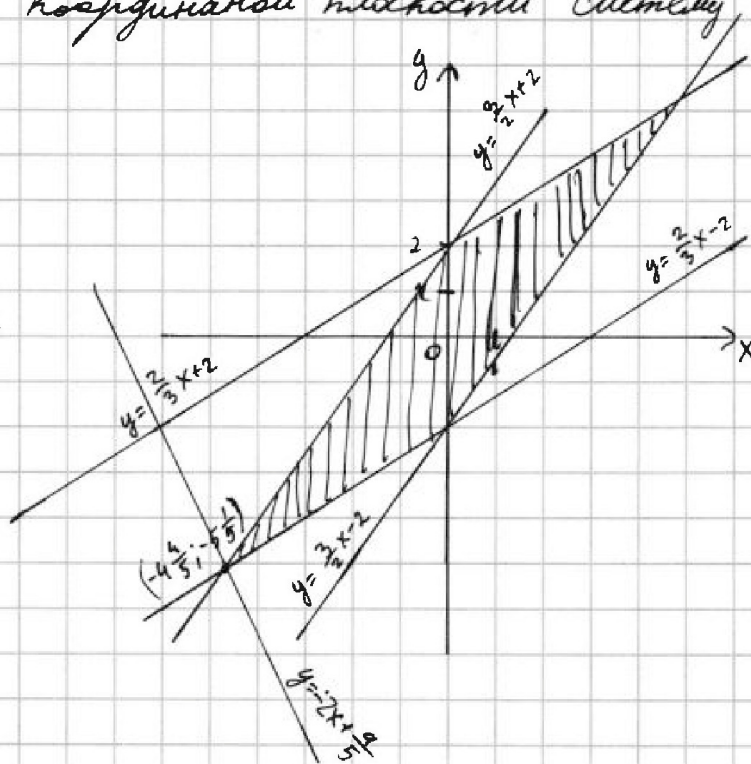
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

## Задача 2.

Построим на координатной плоскости систему неравенств:

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{2}{3}x \\ y \geq \frac{2}{3}x - 2 \\ y > \frac{2}{3}x \\ y \leq \frac{2}{3}x + 2 \\ y \leq \frac{3}{2}x \\ y \geq \frac{3}{2}x - 2 \\ y > \frac{3}{2}x \\ y \leq \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$



Пусть  $10x + 5y = a$ , тогда

$$y = -2x + \frac{a}{5}$$

Тогда нужно найти такое  $a$ , что прямая  $y = -2x + \frac{a}{5}$  пересекала бы график хотя бы в одной точке и  $y$  был минимальным (т.к.  $a$  должно быть минимально). Из графика видно, что наименьшая точка с наименьшим значением  $y$  лежит на пересечении прямых

$$y = \frac{3}{2}x + 2$$

и

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

Найдём координаты этой точки:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$\frac{9}{6}x - \frac{4}{6}x = -4$$

$$x = -\frac{24}{5} = -4\frac{4}{5}$$

$$y = \frac{2}{3} \cdot (-\frac{24}{5}) - 2$$

$$y = \cancel{16} - \frac{26}{5} = -5\frac{1}{5}$$

Прямая  $y = -2x + \frac{9}{5}$  будет при этом проходить через т.  $(-4\frac{4}{5}; -5\frac{1}{5})$ . Подставим координаты и найдем  $a$ :

$$-5\frac{1}{5} = -2 \cdot (-4\frac{4}{5}) + \frac{9}{5}$$

$$-\frac{26}{5} = \frac{48}{5} + \frac{9}{5}$$

$$a = -26 - 48 = -74$$

Тогда наименьшее значение, которое может принять выражение  $10x + 5y$  —  $-74$ .

Ответ: наименьшее значение выражения —  $-74$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

Преобразуем  $A$  и  $B$ :

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

~~Пусть  $B=17$~~  Рассмотрим 2 случая:

I.  $A = 15q^2$ ;  $B = 17p^2$ :

$$17p^2 = mn(m-2n-2)$$

П.к. 17 - простое число, и  $m, n \in \mathbb{N}$ , то ~~тогда~~

~~$$\begin{cases} m=17 \\ n=17 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} m=17 \\ n=17 \end{cases}$$~~

~~$$m-2n-2=17 \mid m=17$$~~

$$\begin{cases} m=17 \\ n=17 \\ m-2n-2=17 \end{cases}$$

$$p^2 = n(17-2n-2)$$

~~$$p^2 = 17n(15-2n)$$~~

П.к.  $p$  - простое, то

$$\begin{cases} n=p \\ (15-2n)=p \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n=5$$

Подставим  $m$  и  $n$  в  $A$ :

$$15q^2 = (17-10) \cdot (17-10+13)$$

$$15q^2 = 7 \cdot 20 \quad \text{— не подходит}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)  $n=17$ :

$$p^2 = m(m-34-2)$$

$\Downarrow$  П.к.  $p$  - простое

$$\begin{cases} m=p \\ m-36=p \end{cases} \Rightarrow m \in \mathbb{Q} - \text{не подходит}$$

3)  $m-2n-2=17$

$$p^2 = mn \Rightarrow m=n=p, \text{ тогда}$$

$$m-2m-2=17$$

$$m=-19 - \text{не подходит } (m \in \mathbb{N})$$

П.к.  $B=17p^2$  не подходит ни при каких  $(m; n)$ , то однозначно  $B=15g^2$ ;  $A=17p^2$ , тогда:

$$\begin{cases} (m-2n)(m-2n+13)=17p^2 \\ mn(m-2n-2)=15g^2 \end{cases}$$

Делим  $(m-2n):13$ . Пусть  $m-2n=x$ .

тогда

$$\begin{cases} x(x+13) \cdot x^2+13x=17p^2 \\ mn(x-2)=15g^2 \end{cases}$$

$$x^3+13x^2-17p^2=0$$

$$D=169+68p^2$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169+68p^2}}{2}, \text{ тогда } 169+68p^2=k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N}; k/2$$

Рассмотрим нечётные  $k \in [1; 15]$ :

$k \rightarrow 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \quad 11 \quad 13 \quad 15$

$p^2 \in \mathbb{Q}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 4.

Пусть  $\angle BAX = \alpha$ , тогда

$$\angle CAX = \alpha$$

$\angle AZY = \angle CAX = \alpha$  (накрест лежащие углы при  $AX \parallel MY$  и секущей  $AC$ )

$\angle AYZ = \angle BAX = \alpha$  (соответств. углы при  $AX \parallel MY$  и сек.  $BY$ ),  
тогда  $\triangle AYZ - \text{р/б} (\angle AYZ = \angle AZY = \alpha) \Rightarrow AY = AZ = 6$

По т. косинусов в  $\triangle AYZ$ :

$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$16 \cdot 6 \cos \alpha = 64$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$\angle CZM = \angle AYZ = \alpha$  (накрест лежащие верши. углы)

$\triangle ACX \sim \triangle CZM$  (по 2-м углам:  $\angle ACB$ ;  $\angle XAZ = \angle CZM = \alpha$ )  $\Rightarrow$

$$\frac{CM}{CX} = \frac{CZ}{AC} = \frac{AC - AZ}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$CM = \frac{2}{3} CX$$

$$CM = \frac{2}{3} CX$$

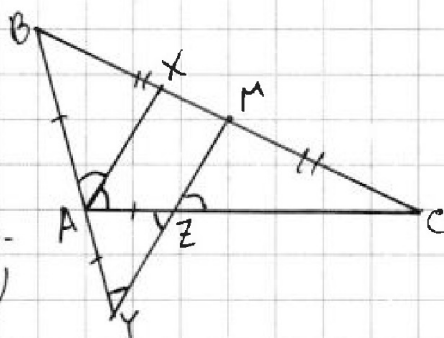
$$BC = BX + CX = 2 \cdot CM$$

$$BX + CX = \frac{4}{3} CX \Rightarrow BX = \frac{1}{3} CX$$

$$MX = CX - CM = \frac{1}{3} CX$$

$$BX = MX \Rightarrow X - \text{середина } BM \Rightarrow BX = \frac{1}{4} BC$$

$\triangle BAX \sim \triangle BYM$  (по 2-м углам:  $\angle CBA$ ;  $\angle AYZ = \angle BAX = \alpha$ )





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BA}{BY} = \frac{BX}{BM} = \frac{\frac{1}{4}BC}{\frac{1}{2}BC} = \frac{1}{2}$$

$$BA = \frac{1}{2}BY = \frac{1}{2}(AB + AY)$$

$$AB = AY = 6$$

По т. косинусов в  $\triangle ABC$ :

$$BC^2 = 36 + 324 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC^2 = 360 - 216 \cdot (2\cos^2\alpha - 1)$$

$$BC^2 = 360 - \frac{216 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3}}{3} + 216$$

$$BC^2 = 576 - 24 \cdot 8 = 384$$

$$BC = 8\sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } BC = 8\sqrt{6}.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

$$OD3: \begin{cases} x \geq -4 \\ y \geq 3 \\ y^2 + x \leq 12 \end{cases}$$

$$OD3: \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Рассмотрим ур-е (2):

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

пачного

Из равенства степеней и коэфф. в правой и левой частях получаем, что

$$x = y$$

Тогда подставим  $y$  в (1):

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

Пусть  $\sqrt{x+4} = u$ ;  $\sqrt{3-x} = v$ , тогда

$$u - v + 5 = 2uv$$

$$2uv - u + v - 5 = 0$$

$$u + 5 = 2uv + v$$

$$u + 5 = v(2u + 1)$$

$u + 5 > 0$ ;  $2u^2 + v > 0$ . Возведём в квадрат:

$$u^2 + 10u + 25 = 4u^2v^2 + 4uv^2 + v^2$$

$$v^2 + 2uv^2 - u = 5$$

$$v^2(1+2u) - u = 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} + \sqrt{3-x}$$

Возведем в квадрат (обе части положительны):

$$x+4 + 10\sqrt{x+4} + 25 = 4(x+4)(3-x) + 4(3-x)\sqrt{x+4} + 3-x$$

$$2x+1 + \sqrt{x+4}(10-12+4x) + 25 - 4(x+4)(3-x) = 0$$

$$2x+26 + \sqrt{x+4}(4x-2) - 4(x+4)(3-x) = 0$$

$$2x+26 - 48 + 4x^2 + x + 2\sqrt{x+4}(2x-1) = 0$$

$$4x^2 + 3x - 22 + 2\sqrt{x+4}(2x-1) = 0$$

$$4x^2 - 8x + 11x - 22 + 2\sqrt{x+4}(2x-1) = 0$$

$$4x(x-2) + 11(x-2) + 2\sqrt{x+4}(2x-1) = 0$$

$$(4x+11)(x-2) + 2\sqrt{x+4}(2x-1) = 0$$

~~$x \geq \frac{11}{4}$  (иначе  $(4x+11)(x-2) < 0$  и  $2\sqrt{x+4}(2x-1) > 0$ )~~

~~$x < \frac{11}{4}$~~   $\left\{ \begin{array}{l} -4 < x < -\frac{11}{4} \\ \frac{1}{2} < x < 2 \end{array} \right.$   
 $(4x+11)(x-2) + 2\sqrt{x+4}(2x-1) = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 6.

Всего есть  $7+1=8$  столбцов по  $7+1=8$  узлов в каждом.  
Всего  $8 \cdot 8 = 64$  узла

Всего способов выбрать 2 узла и перекрасить их  $64 \cdot 63$ , но т.к. <sup>всегда</sup> порядок узлов не важен, то

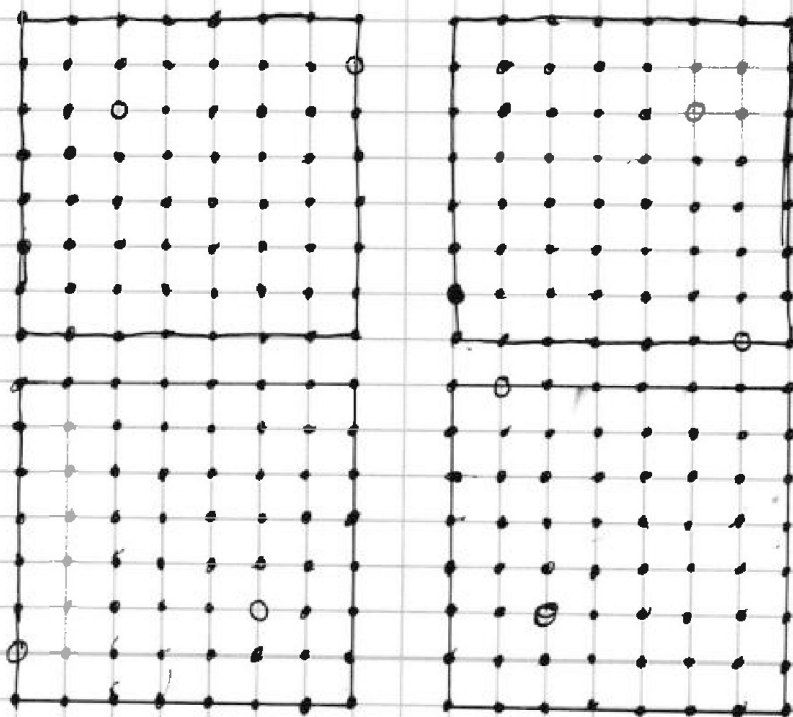
$$\frac{64 \cdot 63}{2} = 32 \cdot 63$$

Доску можно повернуть 4 раза ~~по а~~, получив из одной 4 разные раскраски\*, тогда количество ~~разных~~ способов раскрасить 2 узла в белый, учитывая повороты

$$\frac{32 \cdot 63}{4} = 63 \cdot 8 = 504$$

Ответ: 504 способа.

\*Пример:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.

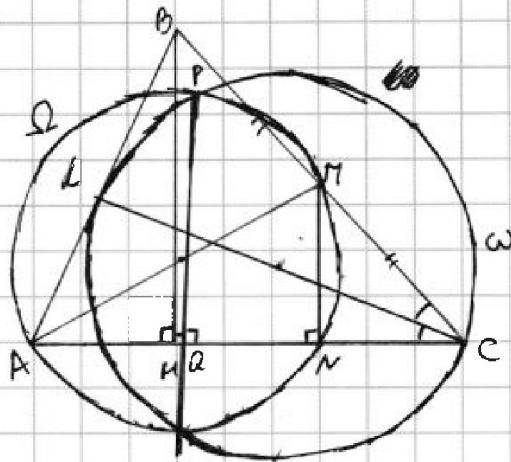
] BH - высота в  $\triangle ABC$ .

$PQ \parallel BH \Rightarrow PQ \perp CA$

$\angle ANM = 90^\circ$  (впис. угол в  $\Omega$ , опр. на диаметр AM)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow MN \parallel BH \parallel PQ$

$$\frac{AC}{AL} = \frac{BC}{BL} \quad (\text{по св-ву})$$



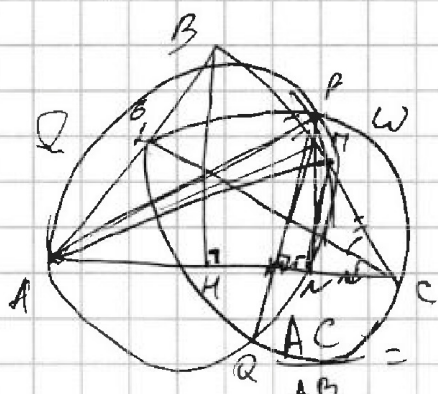


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{MN}{BH} = \frac{CM}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX}$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$\frac{a \cdot CX}{18} = \frac{a \cdot BC}{2a+12}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX}$$

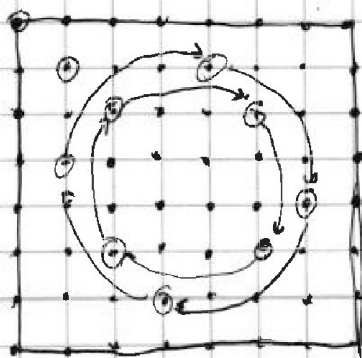
$$\frac{a}{18} = \frac{BX}{XC}$$

$$\frac{a}{a+6} = \frac{2BX}{BC}$$

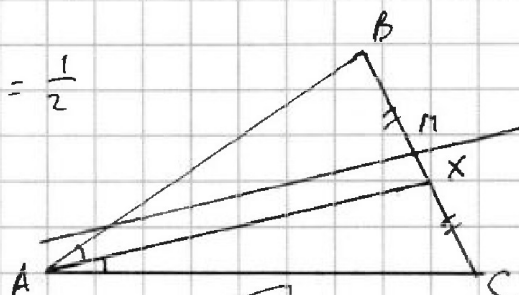
$$64 = 72 - 72 \cos \alpha$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 72 \cos \alpha = 8$$

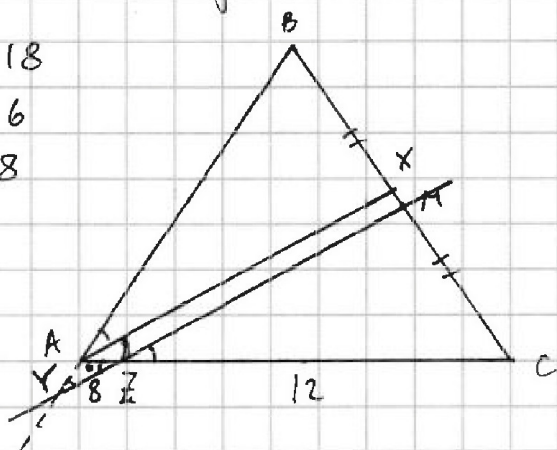
$$\cos \alpha = \frac{1}{9}$$



$$= 2\sqrt{5}$$

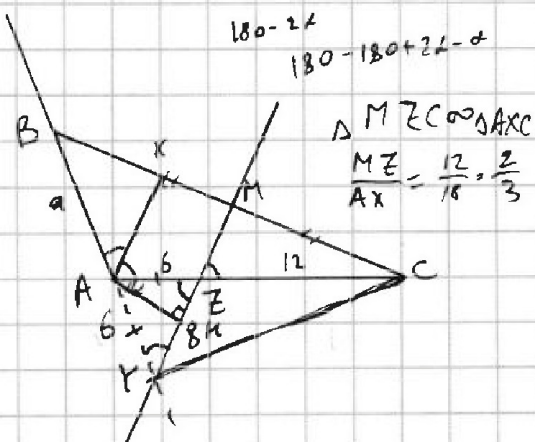


$$\sqrt{36-4} = 4\sqrt{2}$$



$$180 - 2\alpha$$

$$180 - 180 + 2\alpha - \alpha$$



$$\triangle MZC \sim \triangle AXC$$

$$\frac{MZ}{AX} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$P = 10$$

$$S = \sqrt{10 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 2} = 8\sqrt{5}$$

$$8\sqrt{5} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot h$$

$$h = 2\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$y \leq \frac{2}{3}x$$

$$3y \geq 2x - 6$$

$$y \geq \frac{2}{3}x - 2$$

$$y > \frac{2}{3}x$$

$$y \leq 2 + \frac{2}{3}x$$

$$3x - 2y \geq 0$$

$$y \leq \frac{3}{2}x$$

$$y \geq \frac{3}{2}x - 2$$

$$\begin{cases} y > \frac{3}{2}x \\ y \leq \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$

$$\frac{CM}{CX} = \frac{CZ}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$a = 10x + 5y$$

$$y = -2x + \frac{a}{5}$$

$$-2x - 2$$

$$CM = \frac{2}{3}CX$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2$$

$$(m - 2n)^2 + 13(m - 2n)$$

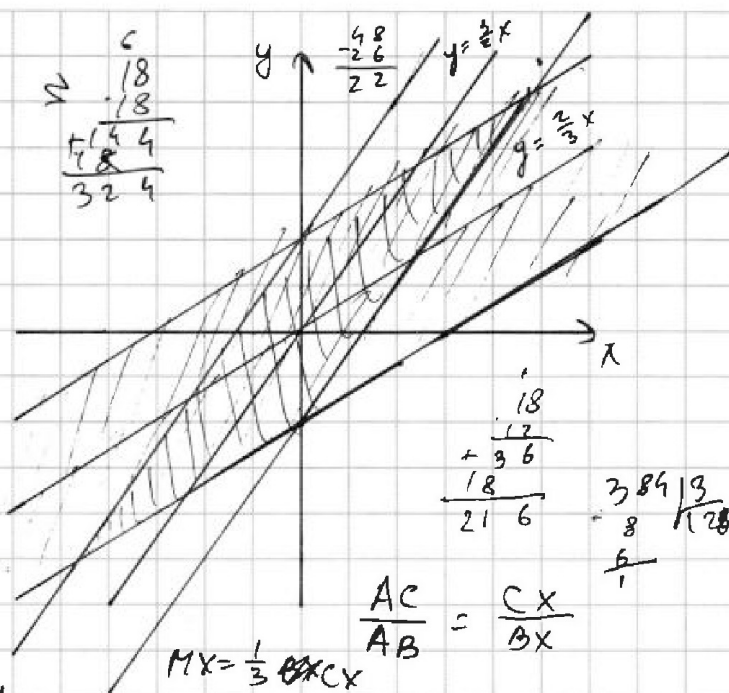
$$A = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$17p^2 = mn(m - 2n - 2)$$

$$15q^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$15q^2 = mn(m - 2n - 2)$$



$$MX = \frac{1}{3}CX$$

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2$$

$$CX + BX = 2CM$$

$$CX + BX = \frac{4}{3}CX$$

$$BX = \frac{1}{3}CX$$

$$5x = -24$$

$$x = -4,8$$

$$MX = CX - CM \quad B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = 96$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$

$$x = mn(m - 2n - 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА  
 \_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{cccccccc}
 & a+b & & a+3b & & a+7b & & \\
 a & 12-12x & a+2b & x^4+8x^3+16x^2 & a+4b & a+5b & a+6b & -6x^2 \\
 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8
 \end{array}$$

$$D=16-8=8 \quad -6x^2+12x-12=6b \quad b=-(x^2+2x+2)y \leq \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$$

$$\frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -2 \pm \sqrt{2} \quad -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = 4b$$

$$-24-24=-48$$

$$-\frac{48}{6}=-8 \quad -6x^2+12x-12=6b$$

$$-(x^2-2x+2)=b$$

$$-(x-1)^2-1=b \quad A=$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$16-8=8$$

$$16+4 \cdot 2=24$$

$$12-12x-2(x-1)^2-2=x^4+8x^3+16x^2$$

$$x^4+8x^3+16x^2+12x-10+2(x^2-2x+1)=0$$

$$x^4+8x^3+16x^2+12x-10+2x^2-4x+2=0$$

$$x^4+8x^3+18x^2+8x-8=0$$

$$16-12x-2x^2+4x+2=x^4+8x^3+16x^2$$

$$8-8x=x^4+8x^3+18x^2$$

$$x^4-x^3+9x^2+9x^2+9x-9+1=0$$

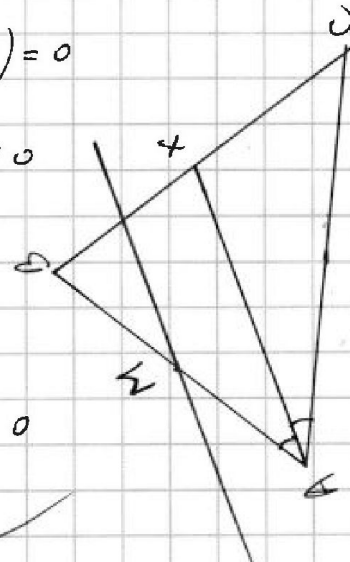
$$x^3(x-1)+9x^2(x+1)+9x(x-1)-9+1=0$$

$$x^4-x^3+9x^3+9x^2+9x^2+9x-x-9+1=0$$

$$x^3(x-1)+9x^2(x+1)+9x(x+1)-(x-1)-9=0$$

$$(x-1)(x^3-1)+9x(x+1)^2-9=0$$

$$(x-1)(x^3-1)+9(x(x+1)^2-9)=0$$



$$\begin{array}{r} 630 \\ -126 \\ \hline 504 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 630 \\ -126 \\ \hline 504 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x^2+4x+4-6 \\ (x+2)^2-6 \\ (x+2-\sqrt{6}) \end{array}$$