



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 9 КЛАСС. Вариант 9

- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения  $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$  равно  $17p^5$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 12$ ,  $\cos(2\angle CDM) = -\frac{1}{4}$ .
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькоими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наименьшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 10$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$$

$$\Delta = 4 \cdot 3 \cdot t^2 - 4(4t^2 - 4) = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 - 4 < 0 \Rightarrow \begin{array}{c} + \\ -2 \end{array} \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} + \\ 2 \end{array} \Rightarrow t \in (-2, 2)$$
$$(t-2)(t+2) < 0$$

Теорема Виета:  $x_1 \cdot x_2 = 4t^2 - 4 > 0$

$$\Rightarrow t^2 - 1 > 0 \Rightarrow (t-1)(t+1) > 0 \quad \begin{array}{c} + \\ -1 \end{array} \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \begin{array}{c} + \\ 1 \end{array} \Rightarrow t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t \in (-2, 2) \\ t \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$$

Ответ:  $t \in (-2, -1) \cup (1, 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$a+b=40.$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

Пусть  $k=a-b \Rightarrow k(k+15) = 17p^5$ . Тогда, если  $p$ -неч.

значит  $k(k+15) \rightarrow$  неч., но если  $k$ -чет.  $\Rightarrow k(k+15) =$  чет.  $\cancel{\text{неч.}}$

если  $k$ -неч.  $\Rightarrow k(k+15) =$  неч.  $\cancel{\text{чет.}}$

значит  $p$ -не может быть нечетным  $\Rightarrow p$ -чет.  $\Rightarrow p=2$ .

$$\Rightarrow k(k+15) = 17 \cdot 2^5 = 17 \cdot 32.$$

$$k^2 + 15k - 17 \cdot 32 = 0.$$

$$(k-17)(k+32) = 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ k=17 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ k=-32 \end{array}$$

$$a-b = -32 \Rightarrow a > b - 32$$

$$a+b = 2b - 32 = 40$$

$$\Rightarrow 2b = 72 \Rightarrow b = 36$$

$$\Rightarrow a = 36 - 32 = 4$$

$$a+b=40 \Rightarrow 2b+17$$

$$\Rightarrow b = \frac{40-17}{2} = \frac{23}{2} = 11,5 \rightarrow \text{не натуральное л.в.}$$

Ответ:  $a=4; b=36$ .



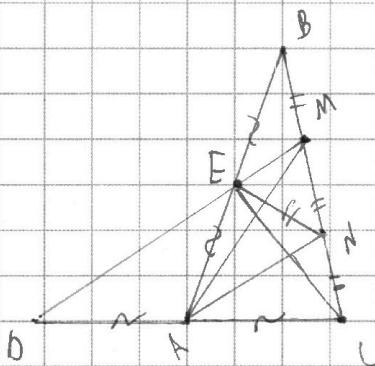
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $BC = 13$ ,  
 $\cos(3\angle CAN) = -\frac{1}{4}$ ,  
 $M, N \in BC$ ;  $BM = MN = NC$ ,  
 $AB = CB$

Найти:  $AB$

Решение:

1)  $\text{Уч. } BM = MN; MB \parallel AN \Rightarrow M\bar{B} \rightarrow \text{содержит пр.мн } \angle ABN \Rightarrow MB \text{ делит } AB$   
 пополам  $\rightarrow$  точка  $E$

2)  $AN \parallel MD; N\text{-ср.мн } MC \Rightarrow AN\text{-ср.мн } \angle BAC \Rightarrow AN = AC$ .

3) Уч.к  $AB = CB \Rightarrow AE = EB = \frac{1}{2}b = AC \Rightarrow \angle BEC = 90^\circ$  (В  $\triangle BEC$   $\angle BEC = 90^\circ$   $\rightarrow$   $\triangle BEC$   $\rightarrow$   $\triangle BEC$   $\rightarrow$   $\triangle BEC$   $\rightarrow$   $\triangle BEC$ )

4) Видим  $\angle AEC = \angle MEC \Rightarrow EN = MN = NC$  (из-за  $\angle AEC = \angle MEC$ )

5)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

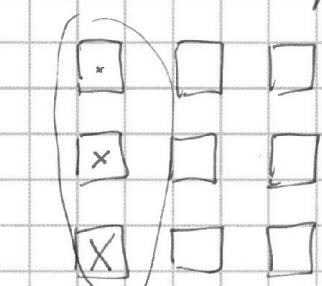
№.  
Проверка: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Замечаем, что в одном ряду будет 2 человека, а в двух других будет по 3 человека, т.к. всего людей 8, а мест 9.

• Значит насмотрим, сколько вариантов посадить 3 чел

на какой-нибудь ряд. • Чтобы свободные ряды → это можно сделать  $C_3^3$  способами: для 3 мест можно свободные

$C_8^3$  способами. Замечаем, что т.к. все люди разных раслов ⇒ 3 места для них есть одни ряды могут сидеть только



от меньшего (по расству) к большему. ⇒  
⇒ Всего способов будет  $C_3^1 \cdot C_8^3$

• Теперь насмотрим, сколько вариантов посадить еще

3-м мест на один ряд. Ряд (свободный) занимает еще 2 ⇒  
→ всего способов свободных мест 2 рядов.

⇒  $C_5^1 \cdot C_5^3$  ⇒ остаются 5 свободных мест.

• Остались 1 свободный ряд и 2 свободных человека.

Значим, насмотрим все возможные варианты их посадки:

- Если 1 место 2 человека сидят на соседних местах (1 и 2), то посадить их можно только:
- либо меньший сидит на 1-й парте, больший сидит за партой (на 2-й)
- либо меньший сидит на 2-й парте, больший сидит за партой (на 1-й)
- кроме большинства будут сидеть перед меньшим ⇒ X.
- Если между ними есть свободные места, то может быть 2 варианта посадки:

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- 1) на 1-й парте сидят мальчики, на 3-й - девочки  $\rightarrow V$ , т.к.  
Мальчики сидят на первом; перед девочками есть пустое место.  
2) на 1-й парте сидят девочки, на 3-й - мальчики  $\rightarrow V$ ,  
т.к. девочки сидят на первом парте; перед мальчиками есть пустое  
место.  $\Rightarrow$  Всего есть 2 варианта такого расклада.

$\square \Rightarrow$  Всего вариантов будет:  $(C_3^1 \cdot C_8^3) \cdot (C_2^1 \cdot C_5^3) \cdot 4 =$   $\frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!4!}{2!} \cdot 4 = 24 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3} \cdot 4 = 24 \cdot 56 \cdot 10 =$   
 $= 560 \cdot 24 = \underline{\underline{13440}}$ .

\* Заметим, что варианты, когда мы рассматриваем одну группу школьников на 1 ряд один ряд и вторую группу школьников на другом ряду будут одинаковы

с той разницей. Варианты, если мы сначала посадим

вторую группу школьников на их ряд, а затем посадим

первую группу школьников  $\Rightarrow$  Заметим обеих есть 2

вариантов надо поделить на 2  $\Rightarrow$  Всего вариантов

будет  $\frac{13440}{2} = \boxed{6720}$   $\Rightarrow$  Ответ: 6720.

\* Заметим, что все варианты мы посчитали по одному ряду,

т.к. школьников мы рассматриваем по рядам по  
парам

номеру (сначала 2 ряд по 3, 1 ряд по 2)  $\Rightarrow$  2 совпадающих

варианта можно получить только при раскладке

5 школьников на 2 ряда (т.к. кол-во школьников совпадают)

$\Rightarrow$  Все варианты посчитаны по одному ряду  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  Ответ: 6720



1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

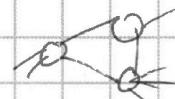
Одеска:

N 6.

Заметим, что в графе не может быть двух членов, т.к.

• из любой вершины вершина можно добраться до любой другой

вершины  $\Rightarrow$  ровно 1 способом  $\Rightarrow$  нужно 3 члены



• Погоди, если путь от одной вершины

$\rightarrow$  но не на всех «шагах»

вершины есть х.д. на одной ребре этого члены, то

~~Любые 2 вершины из которых есть граф График есть~~

~~если любые 2 вершины из которых есть граф График есть~~

члены можно будем вести из вершин, исходя путь (последуя)

направление и пройти по другой части членка в конечную

вершину (какие по члену)  $\Rightarrow$  будем х.д. 2 способа добраться

одного членка от одной вершины до другой. V.

• ~~Как это будем делать~~ Заметим, что, если есть члены,

он краток

то будем 2 вершинам, путь от одной вершины до

другой будем проходить через член. Т.к. ~~Член~~ Выведено

~~Член~~ Выведено в член можно  
будем х.д. 2 раза вершины со степенями, плюсней 3  $\rightarrow$  в члене  
 $\rightarrow$  член 3 вершины  
(степени 3, 4, 5, 7)

Значит будем х.д. 2 ребра, которые ведут к другим 2 вершинам

которые не образуют в член  $\Rightarrow$  (и.к. в члене мин 3 вершины)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  из этих 2х <sup>ребра</sup> плюсней х.д. 1 ребро, которое ведёт к двум

вершинам в и.к. есть 2 вершины, из которых  $В$   $\geq 3$  ребра  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  плюсней 2 вершины 2 члены вершин, путь от одной до другой <sup>также</sup> и.к.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• Таким образом, что понимаешь, что если есть цикл в графе  $\Rightarrow$  будет путь от одной вершины до другой, проходящий через эти же циклы  $\rightarrow$  в графе есть циклы в цикле

• Т.к. граф связный (он  $n$ -й вершины можно добираться до  $\forall$  другой), граф без циклов  $\Rightarrow$  граф  $\rightarrow$  это дерево.

$\Rightarrow$  Если всего  $n$  вершин, то будет  $n-1$  ребер. Естественно в дереве

Покажем кол-во ребер  $\exists$  способами:  $\frac{1g + n - 4}{2} = n - 1$

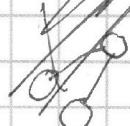
$$\Rightarrow 1g + n - 4 = 2n - 2$$

$$\Rightarrow 1g = n + 2 \Rightarrow n = 17$$

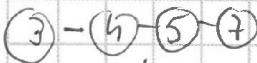
Пример:

~~Нужно в каждом вершине в степени  $k > 1$~~

~~— будем  $k-1$  ребер идти в каждую вершину,~~  
~~а другое ребро будет идти в вершину со степенью  $k$ .~~



центр



"главные" альтернативы

→ можно оценить  $\rightarrow$  можно идти  
с способом можно пройти;

один из каждой вершины

тоже можно предположить;

$\Rightarrow$  Ответ: 17

Пример подходит, т.к.,  
чтобы пройти из одной  
вершины в другую  $\rightarrow$  надо  
выйти в "центр", пройти  
по "главной магистрали"  
до другого "центра",  
попасть в центральную  
вершину  $\rightarrow$   
и все эти действия  
меньше 1 способом.  
 $\Rightarrow$  можно сделать не  
бесконечно, чем 1 способом.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

$$\sqrt{2x+2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x+y-2|} = 1$$

$$\Rightarrow |x+y-2| \geq 0.$$

$$① 2x+2y - x^2 - y^2 \geq 0.$$

$$y^2 - 2y + x^2 - 2x + 1 + 1 \leq 2.$$

$$(y-1)^2 + (x-1)^2 \leq 2.$$

$$(y-1)^2 \leq 2.$$

$$|y-1| \leq \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ y \leq 1 + \sqrt{2} \end{cases} \leftarrow \text{нек. } y \text{-две линии} \Rightarrow y \in [1, 1 + \sqrt{2}]$$

$$\begin{cases} y \geq 1 \\ y \leq 2 \\ y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases} \leftarrow \begin{cases} y \geq 1 \\ y \leq 2 \\ y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases} \leftarrow \begin{cases} y \in [0, 2] \\ \text{аналогично } x \in [0, 2] \end{cases}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 1 + 1 = 2 \leq 2 \checkmark.$$

$$\Rightarrow \text{При } x \in [0, 2] \text{ и } y \in [0, 2] \rightarrow \text{верно.} \quad \text{Но при } x=2, y=2 \rightarrow$$

$$x+y = 4 > 3 \quad \text{НН.}$$

Доказательство всевозможных пар для  $x+y=4$ :

$$x=1, y=2 \quad (\text{аналогично для } y=1, x=2)$$

$$\Rightarrow xy = 2 \cdot 1 \quad ; \quad \sqrt{2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 1 - 4} + \sqrt{1 - |1+2-2|} =$$

$$= \sqrt{6-5} + \sqrt{1-1} = \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1+0 = 1 \checkmark$$

$$\Rightarrow (1, 2); (2, 1) \rightarrow \text{подходит.} \checkmark.$$

$$x=1; y=1$$

$$1+1=2 < 3 \checkmark.$$

~~$$\sqrt{2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1 - 1} + \sqrt{1 - |1+1-2|} = \sqrt{4-2} + \sqrt{1-0}$$~~

$$= \sqrt{2} + \sqrt{1} = 1 + \sqrt{2} \neq 1 \rightarrow X.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

■  $x=1, y=0$  (аналогично для  $x=0, y=1$ )

$$x+y=1 < 3 \rightarrow V. \quad \sqrt{2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 1 - 0} + \sqrt{1 - 1 | 1 + 0 - 2 |} = \sqrt{2 - 1} + \sqrt{1 - 1} =$$

$$= \sqrt{1} + \sqrt{0} = 1 \rightarrow V. \quad \text{р.) подходит } (0;1), (1;0)$$

■  $x=2, y=0$  (аналогично для  $x=0, y=2$ )

$$x+y=2 < 3 \rightarrow V. \quad \Rightarrow \quad \sqrt{2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 - 1 - 0} + \sqrt{1 - 1 | 2 + 0 - 2 |} = \sqrt{4 - 1} + \sqrt{1 - 1} =$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{0} = 1 \rightarrow V. \quad \Rightarrow (2;0); (0;2) \rightarrow \text{подходит.}$$

■  $x=0, y=0 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 1 - 0} + \sqrt{1 - 1 | 0 + 0 - 2 |} = \sqrt{0} + \sqrt{1 - 2} =$

$$\downarrow \quad x+y=0 < 3 \rightarrow V. \quad -\sqrt{0} + \sqrt{-1} \quad \rightarrow X.$$

$$\Rightarrow \underbrace{\{ \text{реш.}: (1;2); (2;1); (0;1); (1;0); (0;2); (2;0) \}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

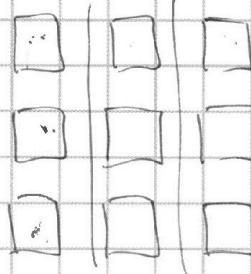


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

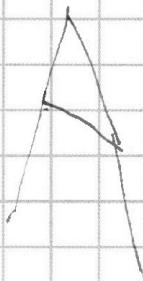
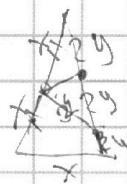
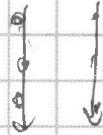
- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

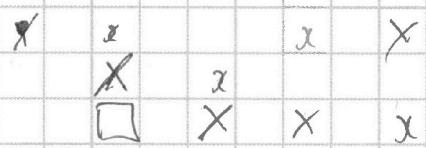
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$



$$\binom{2}{3} \cdot \left( \binom{1}{3} \cdot \binom{3}{8} \right) + \left( \binom{1}{2} \cdot \binom{3}{5} \right) + 1 \cdot \frac{\cancel{X}}{3y} =$$



1a1

1a3

1a5

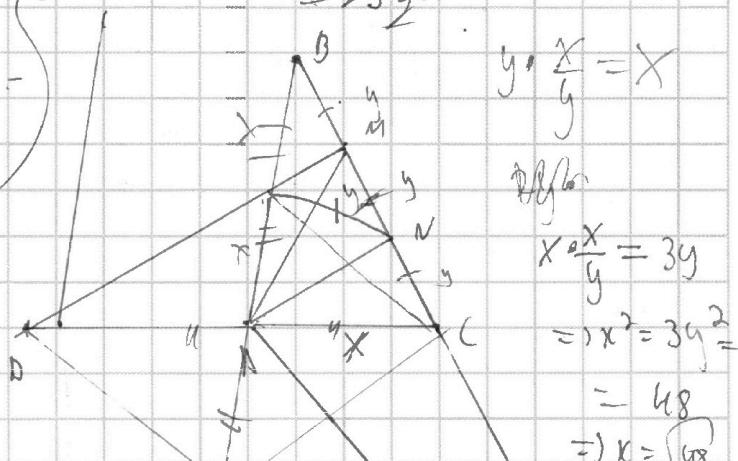
$$\underline{\binom{6}{8}}$$

$$\binom{2}{8} \cdot \binom{1}{3} \cdot 4 =$$

$$= \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 56 \cdot 6 =$$

~~= 336~~

$$\begin{aligned} & \binom{6}{8} \cdot \binom{1}{3} \cdot \binom{3}{6} \cdot \binom{1}{2} \cdot 4 = \\ & = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = \\ & = 56 \cdot 10 \cdot 24 = \end{aligned}$$



$$y \cdot \frac{X}{y} = X$$

~~186~~

$$x \cdot \frac{x}{y} = 3y$$

$$\Rightarrow x^2 = 3y^2$$

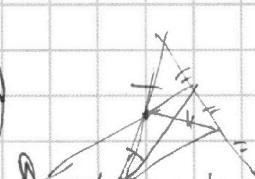
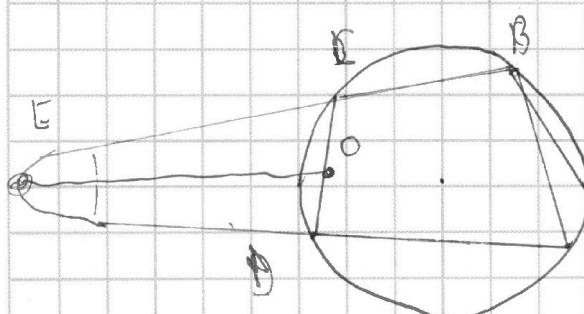
$$= 48$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{48}$$

~~y~~

$$2\sqrt{12} =$$

$$= 8\sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 20t^3 + x + 4t^2 - 4 = 0.$$

$$\Delta = 12t^2 - 4(4t^2 - 4) \geq 0.$$

$$a+b=40.$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)((a-b)+15) = 17p^5$$

$$k(k+15) = 17p^5$$

$$p \neq 2.$$

№2.

$$a-b=40-2b$$

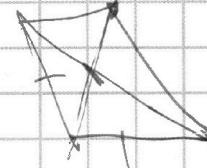
$$a-b=k$$

$$\begin{aligned} \rightarrow a &= b+k \\ 2b+k &= 40 \end{aligned}$$

$$(40-2b)(55-3b) = 17p^5$$

$$p=2 \quad 17 \cdot 32 =$$

$$17 + 15 =$$

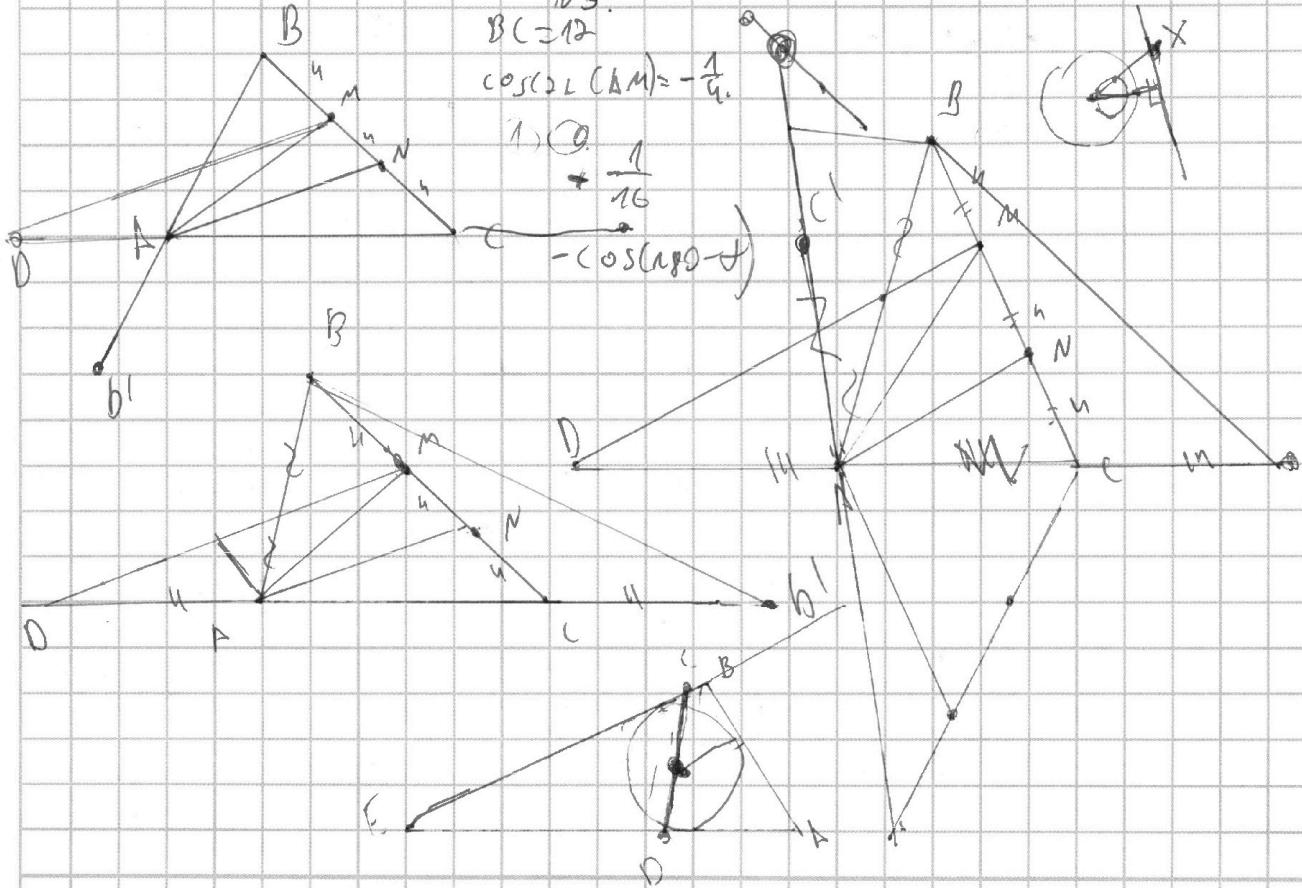


№3.

$$BC = 12$$

$$\cos(\angle CMA) = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad 0 &= \frac{1}{16} \\ -\cos(180-\theta) &= \end{aligned}$$

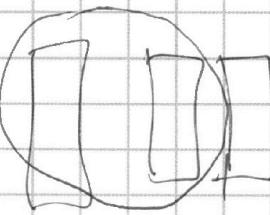
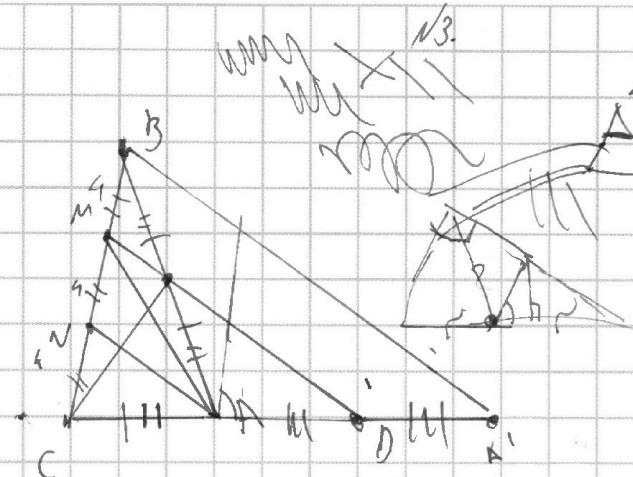


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} &P_1 = \binom{6}{8} \cdot \binom{2}{3} \\ &\cdot \binom{3}{6} \cdot \binom{1}{2} \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sqrt{(x+y)^2 - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x+y-1|} = 1.$$

$$2x+2y \leq (x-1)^2 + (y-1)^2$$

$$2 - (x-1)^2 - (y-1)^2$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 2.$$

$$(x=1) \quad (y=1)$$

$$2 \cdot \frac{8+1}{2} \cdot 3 \cdot 20 \cdot 2$$

$$56 \cdot 10 \cdot 12.$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 12 \\ \hline 112 \\ 56 \\ \hline 672 \end{array}$$

$$|x+y-2| \leq 1. \quad (x-1)^2 \leq 2.$$

$$\begin{array}{l} x=1 \quad y=2 \\ x=0, \quad y=1 \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y-2 \geq 0, \\ x+y \leq 3 \\ x+y-2 \leq 2 \\ 2 \leq x+y. \end{cases}$$

$$|x-1| \leq \sqrt{2}.$$

$$x \geq 1 \rightarrow x \leq \sqrt{2} + 1 \leq 3.$$

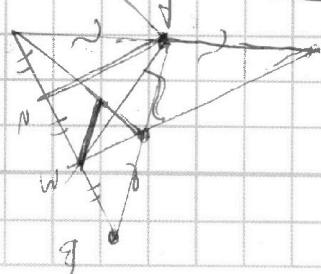
$$x \leq 1 \quad x \geq 1$$

$$x+y \in [1; 3]$$

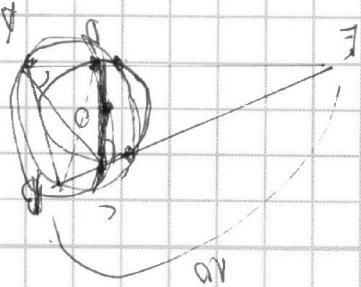
$$\begin{array}{l} x=2 \quad y=2 \\ x=1 \quad y=2/1 \end{array}$$

$$x \geq 0 =$$

$$x \geq 0$$



$$M \quad O \Gamma$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

