



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CDM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3} \cdot t \cdot x + 4t^2 - 4 = 0 \quad \text{N1}$$

2 различных корня $\Leftrightarrow D > 0$
а произведение 2-ух корней положительно $\Leftrightarrow$
когда свободный коэффициент > 0 . Т.к. произведение корней равно свободному коэффициенту по Т. Виета.
 $\Rightarrow D = 4 \cdot 3 \cdot t^2 - 4(4t^2 - 4) > 0 \Rightarrow 16 > 4t^2 \Rightarrow 4 > t^2$
и $4t^2 - 4 > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
 $\Rightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$

Ответ: $(-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\begin{aligned} a+b &\equiv 40 \pmod{2} \\ -b &\equiv b \pmod{2}, \text{ т.к. } 2b \equiv 2 \\ \Rightarrow a-b &\equiv a+b \equiv 0 \pmod{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b &\equiv 14p^5 \\ (a-b)^2 + 15(a-b) &\equiv 14p^5 \\ (a-b)(a-b+15) &\equiv 14p^5 \\ a-b \equiv 2 \Rightarrow 14p^5 \equiv 2 \Rightarrow p \equiv 2 \Rightarrow p=2 \\ \text{значит } (a-b)(a-b+15) &\equiv 14 \cdot 32 \\ a-b+15 &\equiv 1 \Rightarrow a-b \equiv 32 \Rightarrow a-b \geq 32, \text{ т.к. } a-b \neq 0 \\ a-b > 32 \Rightarrow a-b+15 &\geq 47 \\ \Rightarrow (a-b)(a-b+15) &\geq 47 \cdot 32 = 1504 > 14 \cdot 32 \\ \text{значит } \text{противоречие} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a-b+15 \equiv 2 \Rightarrow a-b &\equiv 2 \\ a-b \equiv 2 \Rightarrow 14p^5 &\equiv 2 \Rightarrow p \equiv 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (a-b)(a-b+15) &\equiv 14 \cdot 32 \\ a-b+15 &\equiv 1 \Rightarrow a-b &\equiv 32 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{либо } a-b = \pm 32, \text{ а } a-b+15 = \pm 17$$

$$\text{либо } a-b = \pm 32 \cdot 17 \text{ а } a-b+15 = \pm 1 - \text{невозможно}$$

т.к. числа $a-b$ и $a-b+15$ отличаются на 15

$$a-b=32 \text{ и } a-b+15=17 \text{ тоже не подходит, т.к. } a-b+15 > a-b$$

$$\Rightarrow a-b = -32, \text{ а } a-b+15 = -17$$

$$\Rightarrow b = a+32 \Rightarrow a=4, b=36, \text{ т.к. } a+b=40$$

Ответ: $a=4, b=36$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть пустует парта ^{№4} в 1 ряду

1 сл. ~~оста~~ ~~е~~е пустует 1 парта

Тогда кол-во расстановок учеников это $C_8^2 \cdot C_6^3$

C_8^2 - выбираем 2-ух учеников в 1 ряд

C_6^3 - во 2 ряд — они после выбора ряда садятся однозначно: по росту
Т.к. в 2 и 3 ряду чтобы все видели:

a_3 выше a_2 выше a_1

и b_3 выше b_2 выше b_1

и c_3 выше c_2 (рис.1)

2 сл. 2 парта: тогда в 1 ряду оба ребёнка

будут всегда видеть т.к. 1-на первой парте, а перед 2 пусто

⇒ варианты посадить: $8 \cdot 4 \cdot C_6^3$

аналогично
надо выбрать 3 во 2 ряд
и они садятся однозначно

3 сл. 3 парта пустует ⇒ $C_8^2 \cdot C_6^3$

Т.к. аналогично 1 сл.: ~~если~~ c_2 выше c_1 (а это должно быть так)

⇒ вариантов: $C_8^2 \cdot C_6^2$

⇒ всего: $2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 + 56 \cdot C_6^3$, аналогично если парта
пустует во 2 и 3 рядах ⇒ всего вариантов:

$$3 \cdot (2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 + 56 \cdot C_6^3) = C_6^3 \cdot (56 \cdot 3 + 56 \cdot 3) = \frac{5 \cdot 4}{6} \cdot (336)$$

$$= 20 \cdot 336 = 6720$$

Ответ: 6720



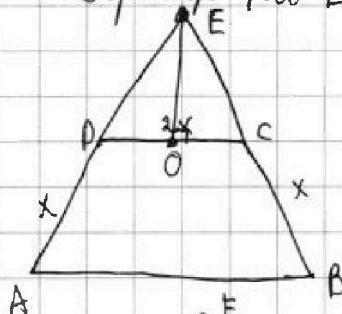
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пример на $ED + DO = 10$

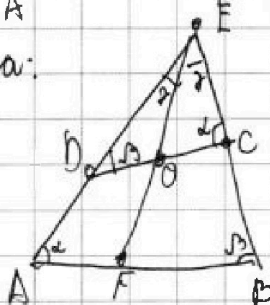


пусть $ABCD$ - п/б трапеция
с основаниями CD , AB равными удвоенной
стороне

DEC - п/б $\Rightarrow DO = OC = x$

$\Rightarrow ED + DO = ED + AD = EC + CB = 10$

Оценка:



1) $\angle CDE = \angle EBA$ (из впис. $ABCD$)

$\angle EAB = \angle ECD$

2) $EC \cdot EB = ED \cdot EA$ (степен. т. E относительно
окр. $ABCD$)

$\Rightarrow EC \cdot 10 = ED \cdot EA \Rightarrow \frac{EC}{ED} = \frac{EA}{10}$

$\frac{EC}{ED} = \frac{OC}{OD}$ (по св. Бисс.) $\Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{EA}{10}$

3) из п. 1 и того что EO - бис-са: $\triangle EOC \sim \triangle EFA$ и $\triangle EDO \sim \triangle EFB$

$\Rightarrow \frac{EC}{AE} = \frac{OC}{AF} \quad \frac{EC}{BC} = \frac{AE}{AF} \quad \frac{EC}{BC} = \frac{DE}{DO} \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{DE}{DO}$

$\Rightarrow$ либо $\angle DOE = \angle AFE \Rightarrow ABCD$ - п/б трап

либо $\angle AFE = \angle DOF$

$\Rightarrow \angle AFE = \angle DOF$

Ответ: 10



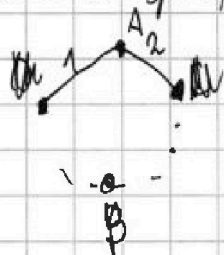
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Переведем на язык графов: деревки - вершины, дороги - рёбра
по условию: граф связный, пусть в нём есть циклы:



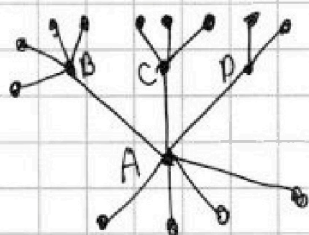
— путь из $A \rightarrow B$ есть через ребро 1
или через ребро 2 по циклу $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ есть 2 маршрута - противоречие
 $\Rightarrow$ граф-дерево $\Rightarrow$ в нём $n-1$ ребро, где n - кол-во вершин.

кол-во рёбер: $\frac{3+4+5+7+n-4}{2} = n-1$

$$2n-2 = 15+n \Rightarrow n=17$$

— значит деревьев можно быть только

Пример: на 17 деревьев:



в вершин: 13 с 1 выходящей
догодой и 4 с 4, 3, 5, 7 дорогами
C' D B A

всего 14

деревьев и граф-дерево
 $\Rightarrow$ условие выполняется
Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

 $\sqrt{7}$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$1 - |x+y-2| \geq 0 \Rightarrow |x+y-2| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x+y-2 \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x+y \leq 3$$

$$u \quad 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \Rightarrow 2(x+y) \geq x^2+y^2$$

не учитывая
пусть $x \geq y$

$$1a. \quad y=0: \Rightarrow 2(x+0) \geq x^2$$

$$\Rightarrow 2 \geq x \Rightarrow \text{при } x=1 \text{ или } 2;$$

$$x=1: \sqrt{2-1} + \sqrt{1-1} = 1 \Rightarrow \begin{matrix} \text{верно} \\ x=1, y=0 \\ \text{и } x=0, y=1 - \text{подходит} \end{matrix}$$

$$x=2: \sqrt{4-4} + \sqrt{1-0} = 1 \Rightarrow \begin{matrix} \text{верно} \\ x=2, y=0 \\ x=0, y=2 - \text{подходит} \end{matrix}$$

$$2a. \quad y < 0 \Rightarrow 2x - x^2 \geq y^2 - 2y \geq -2y \geq 2 \quad \text{т.к. } y < -1$$

$$\Rightarrow 2x - x^2 \geq 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x \leq -2$$

$y \quad x^2 - 2x$ корни 0 и 2 $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ при $x \leq 0$ и $x \geq 2$ $x^2 - 2x \geq 0$
при $x=1$ $x^2 - 2x = -1 > -2$
 $\Rightarrow x$ - не сумм.

$$3a. \quad y > 0 \text{ и } x > 0$$

$$\Rightarrow x+y=2 \text{ и } 1 \leq x+y \leq 3$$

$$u \quad y \geq 1 \text{ и } x \geq 1 \Rightarrow \text{либо } y=x=1 \text{ либо } x=2, y=1$$

1) $y=x=1: \sqrt{2} + \sqrt{1} \neq 1$ - не подходит
2) $x=2, y=1: \sqrt{1} + \sqrt{1-1} = 1$ - подходит $\Rightarrow$ есть ответ: $x=2, y=1$

$$\text{Ответ: } (1;0) (0;1) (2;0) (0;2) (2;1) (1;2)$$

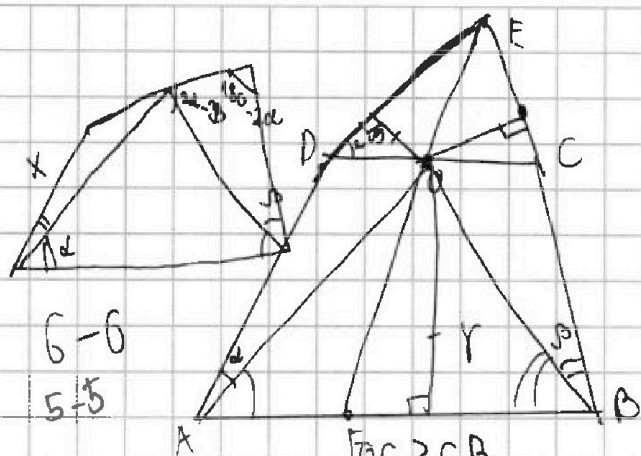


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



6-6
5-5

$$\frac{ED}{EC} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{DO}{OC} = \frac{AD}{AC}$$

$$ED + DO = \frac{AD}{AC} (EC + OC)$$

EC

$$DO = \frac{r}{\sin 2\beta}$$

$$\frac{AE}{ED} \cdot EC = \frac{ED}{EF} = \frac{1}{k}$$

$$EC = 10 - k + x$$

$$180 - \gamma + \beta - \alpha$$

$$\frac{DO}{EB}$$

$$\frac{ED}{EB} + DO = \frac{EB + BF}{k}$$

$$\frac{EB}{ED} = \frac{10}{ED} = k$$

$$\frac{DO}{OC} = \frac{ED}{EC}$$

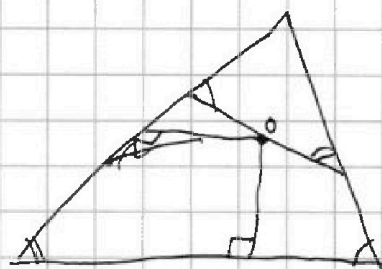
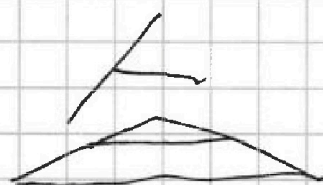
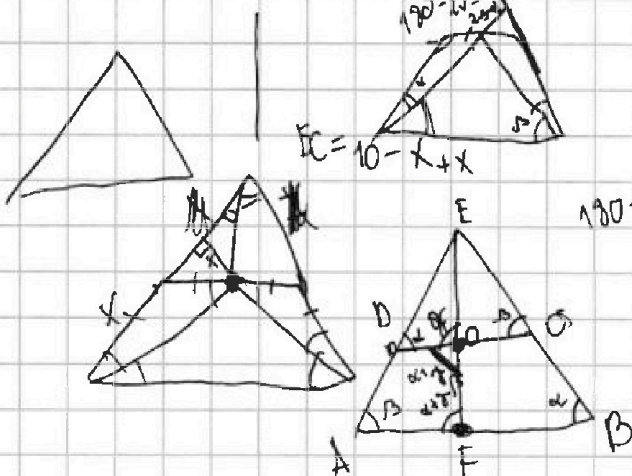
$$\frac{DO}{FB} = \frac{ED}{10}$$

$$\frac{OC}{EC} = \frac{FB}{10}$$

$$\frac{AF}{GC} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{OC} = \frac{AE}{AF}$$

$$\frac{EB}{DO} = \frac{DO}{AF}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{ED}{AE}$

$120 - \alpha + \beta + \gamma = 180 + \alpha - \beta + 360 - 2\gamma$

$OC = CB$ дано $ABCD$ - впис

$AD \cap BC = T, E$

$360 + 2\alpha - 2\beta$

T, O - ц. впис. окр. ABE

$T, O \in CD$

$2x = 180 + \alpha - \beta$

$BE = 10$

$ED + DO = ?$ - найти.

$\frac{OC}{AF} = \frac{EC}{AE}$

1) пусть $\angle EAB = \alpha$ $\angle EBA = \beta$ $\angle AEB = 2\gamma$

T, O - ц. $\cap$ дуг $AC \Rightarrow \angle AEF = \angle FEB = \gamma$

$\frac{DO}{AF} = \frac{PE}{AE}$

$\frac{OC}{AF} = \frac{EC}{AE}$

$\frac{DO}{EC} = \frac{DO}{DE} \Rightarrow \frac{AF}{OC} = \frac{AE}{EC}$

$\Delta AEF \sim \Delta ECO : \angle ECO = \angle EAF = \alpha$ (из $ABCD$ - впис.)

$\Delta EFB \sim \Delta EDO : \angle EDO = \angle EBF$ (из $ABCD$ - впис.)

$\frac{OC}{EC} = \frac{OA}{OE}$

$\Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{OD}{DE} \Rightarrow \frac{AF}{OD} = \frac{AE}{DE}$ $\angle AEF$ - острый

$AF \leq AE$

$\frac{\beta}{2} \geq \frac{180 - \gamma - \frac{\beta}{2} - 180 + \gamma + \alpha}{2} = \alpha - \frac{\beta}{2}$

$BE \geq AE = \angle \alpha \geq \angle \beta$

$\frac{BE}{OE} = \frac{AE}{EC}$

$\alpha - \frac{\beta}{2} \geq \frac{\beta}{2}$

$AD \geq DO \Rightarrow ED + DO \leq AE$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40$$

N 2

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

1сл.: $p \neq 3, 5$;

$\Rightarrow$ не подходит.

$$a-b : p \text{ и } a-b+15 : p$$

т.к. $\Rightarrow 15 : p$, но $p \neq 3, 5$.

$\Rightarrow$ либо $a-b : p^5$

либо $a-b+15 : p^5$

1) если $a-b : p^5$, то $a-b \geq p^5 \geq 32$

$$a-b+15 \leq 17$$

$$17 - a-b+15 > a-b \Rightarrow a-b : p^5$$

2) если $a-b+15 : p^5$, то $a-b \leq 17$

$$\Rightarrow a-b+15 \leq 32, \text{ но } a-b+15 \geq p^5 \geq 32$$

$\Rightarrow$ единственный

$$\text{вариант: } a-b=17$$

$$a-b+15=32 \text{ и } p=2$$

$$a-b+15=17 = a+b-2b=40-2b$$

$\Rightarrow$

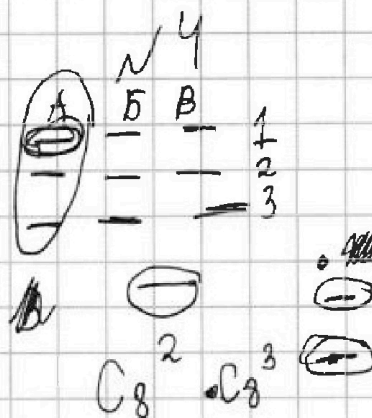
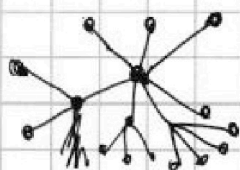
$$19+k \geq 2k+6$$

$$k \leq 13$$

$$\frac{3+4+5+7+k}{2} \geq k+3$$

$$2k+6 \leq k+19$$

$$k \leq 13$$



$$8 \cdot 8 \cdot C_8^3$$

$$C_8^2 \cdot C_8^3$$

$$C_8^3 (28+28+64)$$

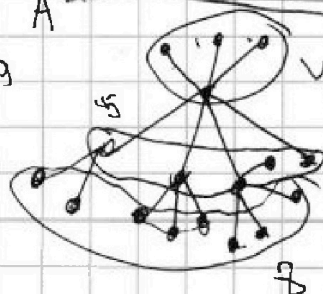
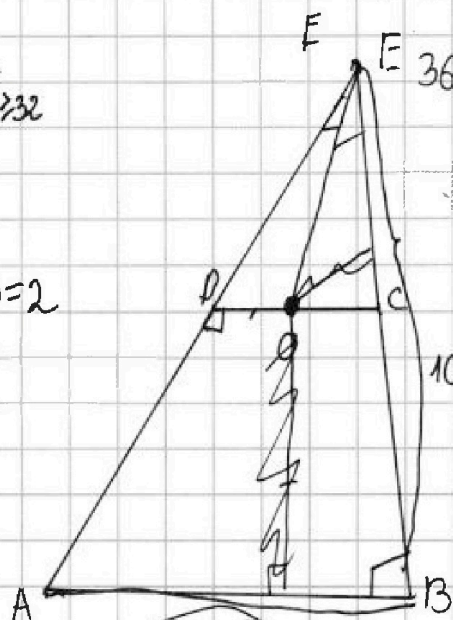
$$E \quad E \quad 120 \quad 360 \cdot C_8^3$$

$$ED \cdot AE$$

$$n-1$$

$$10$$

$$5+4+3+5$$



$$\frac{3+4+5+7+k}{2} = k+3$$

$$19+k=2k+6$$

$$k=13$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4t^2 - 4 \geq 0$$

$$t^2 \geq 1$$

$$t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$4 \cdot 3 \cdot t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x+4-y} = 1$$

$$16 > 4t^2$$

$$4 > t^2$$

$$\Rightarrow t \in (-2; 2)$$

$$\frac{AD}{AC} (EC + OC)$$

$$0 \leq |x+y-2| \leq 1$$

$$a+b=40$$

$$ED = \frac{AD \cdot A}{AC} \cdot EC$$

$$a-b=40-2b$$

$$a=40-b$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 14p^5 \quad \text{или} \quad \text{мод } p = 3/5$$

$$ED \cdot EC = (a-b)(a-b+15)$$

$$ED = \frac{AD}{AC} \cdot EC = \frac{AD}{AC} \cdot (40-2b)$$

$$(40-2b)(55-2b) = 14p^5$$

$$\text{мод } : a-b=1 \Rightarrow a-b+15=14p^5$$

$$\text{мод } :$$

$$(a-b): 32$$

$$144 = x^2 + 4x^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot \frac{\sqrt{37}}{4}$$

$$\frac{1}{4}x^2 = 12 \cdot \frac{\sqrt{37}}{4} \pm \frac{\sqrt{37}}{4}$$

$$x^2 = 24 \cdot \frac{\sqrt{37}}{4} \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$$

$$AB = ?$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$$

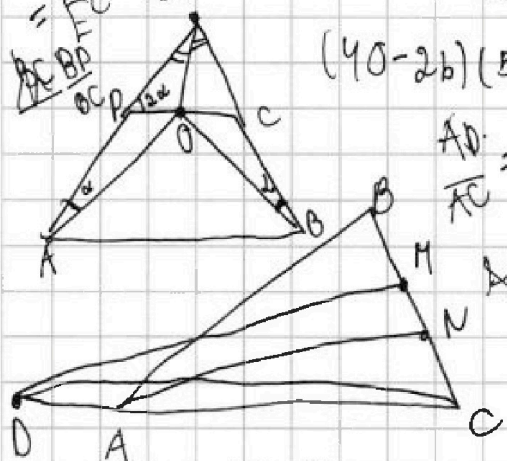
$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha \cdot \sin \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{1}{4}$$

$$\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha = \frac{1}{16}$$

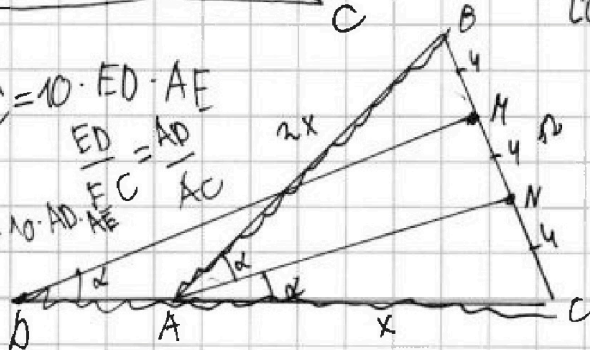
$$\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \frac{1}{16} = 0$$



$$EC = 10 \cdot ED \cdot AE$$

$$\frac{ED}{EC} = \frac{AD}{AC}$$

$$AC = 10 \cdot AD \cdot AE$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = 1 - \sqrt{1-|x+y-2|} \quad 1 \leq x+y \leq 3$$

$$2x+2y-x^2-y^2 = 1 + 1 - (x+y-2) - 2\sqrt{1-|x+y-2|}$$

$$x^2+y^2 = 0,5 - 1,5$$

$$x \geq y \quad 0,5 \quad 1,5$$

$$y+3 \geq x \geq y+1$$

$$\sqrt{2-1} \quad \sqrt{x^2+y^2+1} \geq 2(x+y)$$

$$x^2+y^2 \geq x+y$$

$$y=0 \quad y=0 \\ x=1 \quad x=2$$

$$2(x+y) \geq x^2+y^2$$

$$y \leq 0$$

$$2x \geq 1+y^2$$

$$y^2$$

$$2x \geq 1+y^2$$

$$2x > x$$

$$x > 0$$

$$y^2 - 2y \geq 2$$

$$x=1$$

$$1 \geq y^2 - 2y$$