





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9$$

Это квадратное уравнение, а значит, оно имеет два различных действительных корня тогда и только тогда, когда его дискриминант больше нуля. Произведение корней положительно тогда и только тогда, когда они оба положительны или оба отрицательны

$$\begin{aligned} D &= 32t^2 - 4(9t^2 - 9) = 36 - 4t^2 = \\ &= 4(3-t)(3+t) \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{-4\sqrt{2}t + 2\sqrt{9-t^2}}{2} = -2\sqrt{2}t + \sqrt{9-t^2}$$

$$x_2 = \frac{-4\sqrt{2}t - 2\sqrt{9-t^2}}{2} = -2\sqrt{2}t - \sqrt{9-t^2}$$

I сл.

$$\begin{cases} -2\sqrt{2}t + \sqrt{9-t^2} > 0 \\ -2\sqrt{2}t - \sqrt{9-t^2} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{9-t^2} > 2\sqrt{2}t \\ -2\sqrt{2}t > \sqrt{9-t^2} \end{cases}$$

$$\downarrow \\ -3 < t < 0$$



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\sqrt{9-t^2}$~~

при отрицательных $-3 \leq t \leq 0$

первое неравенство из системы
всегда будет истинным, так как
его левая часть всегда положительная
а правая отрицательная или 0.

Проверим второе неравенство.

$$\begin{cases} -2\sqrt{2t} > \sqrt{9-t^2} \\ -3 \leq t \leq 0 \end{cases}$$

$$a = -t$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{2a} > \sqrt{9-a^2} \\ 0 \leq a \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 8a^2 &> 9 - a^2 \\ 9a^2 - 9 &> 0 \\ a^2 - 1 &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &> 1 \\ a &< -1 \end{aligned}$$

$$a^2 > 1$$

$$(-t)^2 > 1$$

$$-t > 1$$

$$-t < -1$$

↑
невозможно так
как $t < 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получаем, что

$$-3 \leq t < -1$$

~~т.е.~~

Ответ: $t \in [-3; -1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - b = 12 \quad \text{задача 2}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4$$

Заметим, что a и b или оба чётные, или оба нечётные, тогда $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ делится на 2 $\Rightarrow p = 2$, т.к. других простых чётных чисел не существует.

Получаем

$$a = 12 + b$$

$$144 + 24b + b^2 + 2b(12 + b) + 36 + 3b + b^2 + 3b = 19 \cdot 2^4$$

$$144 + 24b + b^2 + 24b + 2b^2 + 3b + 3b + b^2 + 3b = 19 \cdot 16$$

$$4b^2 + 57b + 144 = 19 \cdot 16$$

$$4b^2 + 57b - 160 = 0$$

$$D = 57^2 + 160 \cdot 4 =$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 144 + 24b + b^2 + 24b + 2b^2 + b^2 + 3b + 3b + 3b = 19 \cdot 16$$

$$4b^2 + 54b + 180 = 304$$

$$4b^2 + 54b - 124 = 0$$

$$D = 54^2 + 124 \cdot 4 = 2916 + 1984 = 4900 = 70^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 = \frac{70 - 54}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

$$b_2 = \frac{-70 - 54}{8} < 0, \text{ не подходит, т.к. не является натуральным}$$

Поэтому $b = 2$, $a = 14$

Ответ: $2, 14$ $a = 14$; $b = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

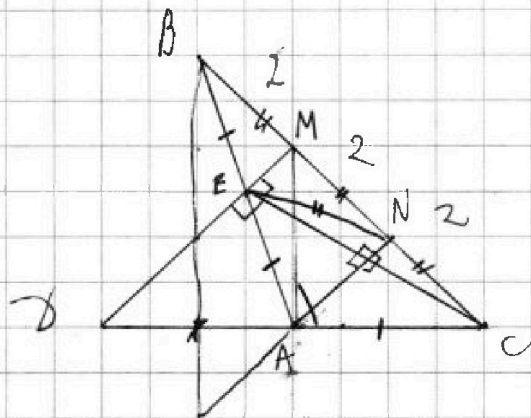
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$\cos(\angle CAN) = -\frac{3}{4}$$



1. т.к. $AN \parallel MD$ и

N - сф. MC , AN -
средняя линия в
в MCB , значит

A - середина CD

$$AD = AC = \frac{CD}{2} = \frac{AB}{2}$$

Получаю E - точка пересечения MD и BE и AN

в ANP , $MA \parallel MD$ и M - середина BN ,

$$\text{значит } BE = EA = \frac{AB}{2}$$

Получаем, что $AD = AC = BE = EA$

Значит, AN является биссектрисой в
 $\triangle ABC$ (так как имеет противоположные
сторону в отношении сторон)

2. CEB прямоугольный, т.к. медиана

EB равна половине стороны CB . Получаем,

что $MD \perp CE$ и $AN \perp CE$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из-за того, что AN биссектриса $\angle CAB$,
то $\angle CAN = \angle NAB$

Применим теорему косинусов в $\triangle ABC$ и
найдем эту сторону.

Пусть $AC = x$, тогда $AB = 2x$

$$4x^2 + x^2 + \frac{3}{2} \cdot 2x^2 = 36$$

$$8x^2 = 36$$

$$x^2 = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2x = 3$$

Ответ: 3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

На Возвьем трёх конкретных учеников.

их В ряд их можно рассадить одним единственным способом.

Если в ряду есть пустое место, то ~~то~~ способ рассадки уже
Б - большой, М - маленький, О - пустота

Б	М	М	О
О	Б	О	М
М	О	Б	Б

целых три перестановки.

Потому всего способов рассадки =
= кол-во способов разбить учеников на
группы по 3 человека $\cdot 4!$ $\cdot 4!$ $\cdot 4!$

каждый есть ещё три дополнительных

способа где ряд с пустотой и рядом может быть пустотой
~~поэтому по формуле шаров и перестановок:~~

Потому что.

$$C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_{11}^3 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot 4 \cdot 4!$$

Ответ:

$$\frac{12! \cdot 9! \cdot 11! \cdot 8! \cdot 5! \cdot 4 \cdot 4!}{3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2} \text{ сп.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Так как на острове n пород деревьев можно добраться в любую n с ними единственными способами, то граф, где деревья будут вершинами, а дороги - ребрами, будет связным деревом по определению.

А значит, в таком графе будут n вершин и $n-1$ ребро.

Пусть на нашем острове k деревьев, тогда всего ~~деревьев~~^{будет} $k-4+5+6+7+9$

дорог, $\frac{2}{2}$ а т.к. граф связен деревьями, то дорог должно быть $k-1$

Получаем:

$$\frac{k+23}{2} = k-1$$

$$k+23 = 2k-2$$

$$k = 25$$

Ответ: 25 деревьев.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7

Рассмотрим $\sqrt{1-|x-y-1|}$ т.к. x и y целые, то $1-|x-y-1|$ тоже целое, а значит может равняться только 0 и 1 (т.к. модуль всегда ≥ 0 и целое)

$$I) 1-|x-y-1| = 1$$

$$|x-y-1| = 0$$

$$x-y-1=0$$

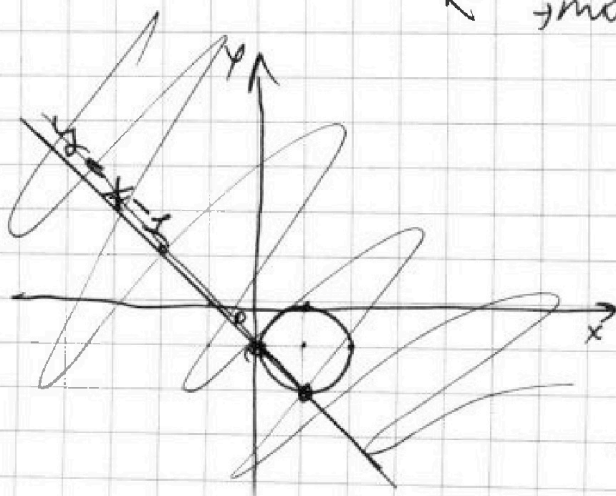
это прямая $x=y+1$

$$\text{может } \sqrt{2x-2y-x^2-y^2} = 1$$

$$2x-2y-x^2-y^2=1$$

$$2(x^2-1)^2 + (y+1)^2 = 1$$

это окружность с радиусом 1 и центром в т. $(1; -1)$



решением системы

$$\begin{cases} x=y+1 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \end{cases}$$

будут являться пересечение прямой и окр-ти.



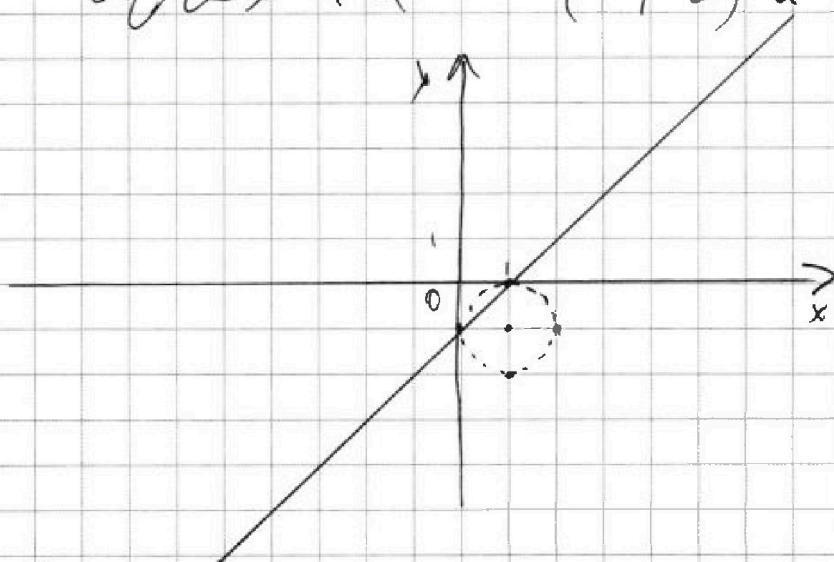
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На графике видно, что это точки
 $(0; -1)$ и $(1; 0)$



5) $1 - |x - y - 1| = 0$, тогда

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} = 2$$

$$2x - 2y - x^2 - y^2 = 4$$

$$\cancel{x^2} + (x-1)^2 + (y+1)^2 = \cancel{4} - 2$$

$\begin{matrix} >0 & & >0 \end{matrix}$

Ответ: $(0; -1)$; $(1; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

Било сказано, что $\cos(2\angle CAM) = -\frac{3}{4}$

Пусть $\cos \angle CAM = x$, тогда

$$\cos 2\alpha = 2x^2 - 1 = -\frac{3}{4}$$

$$2x^2 = \frac{1}{4}$$

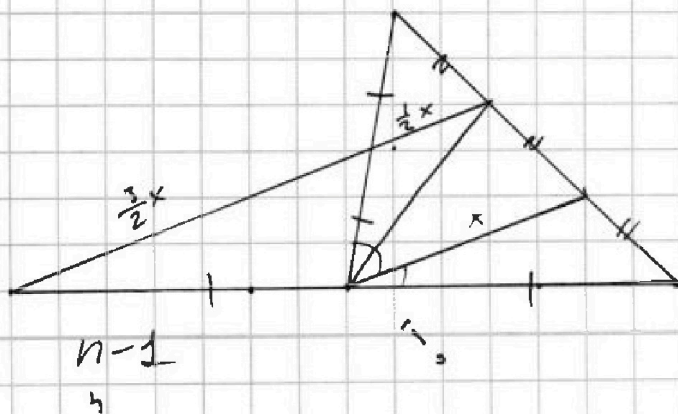
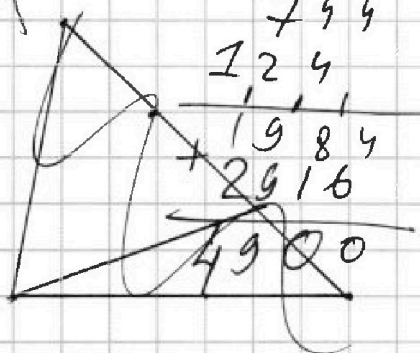
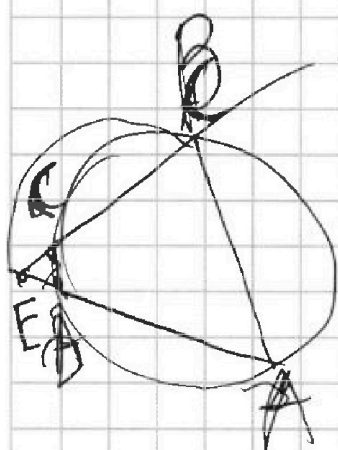
$$x^2 = \frac{1}{8} = \frac{2}{16}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{4}, \text{ т.к.}$$

$\angle CAM$ лежит в первой четверти, итак $AB \times$ лежала в за точкой C

Дано: $BC = 6$

$\cos \angle$



$$\frac{n!}{(n-k)!k!}$$

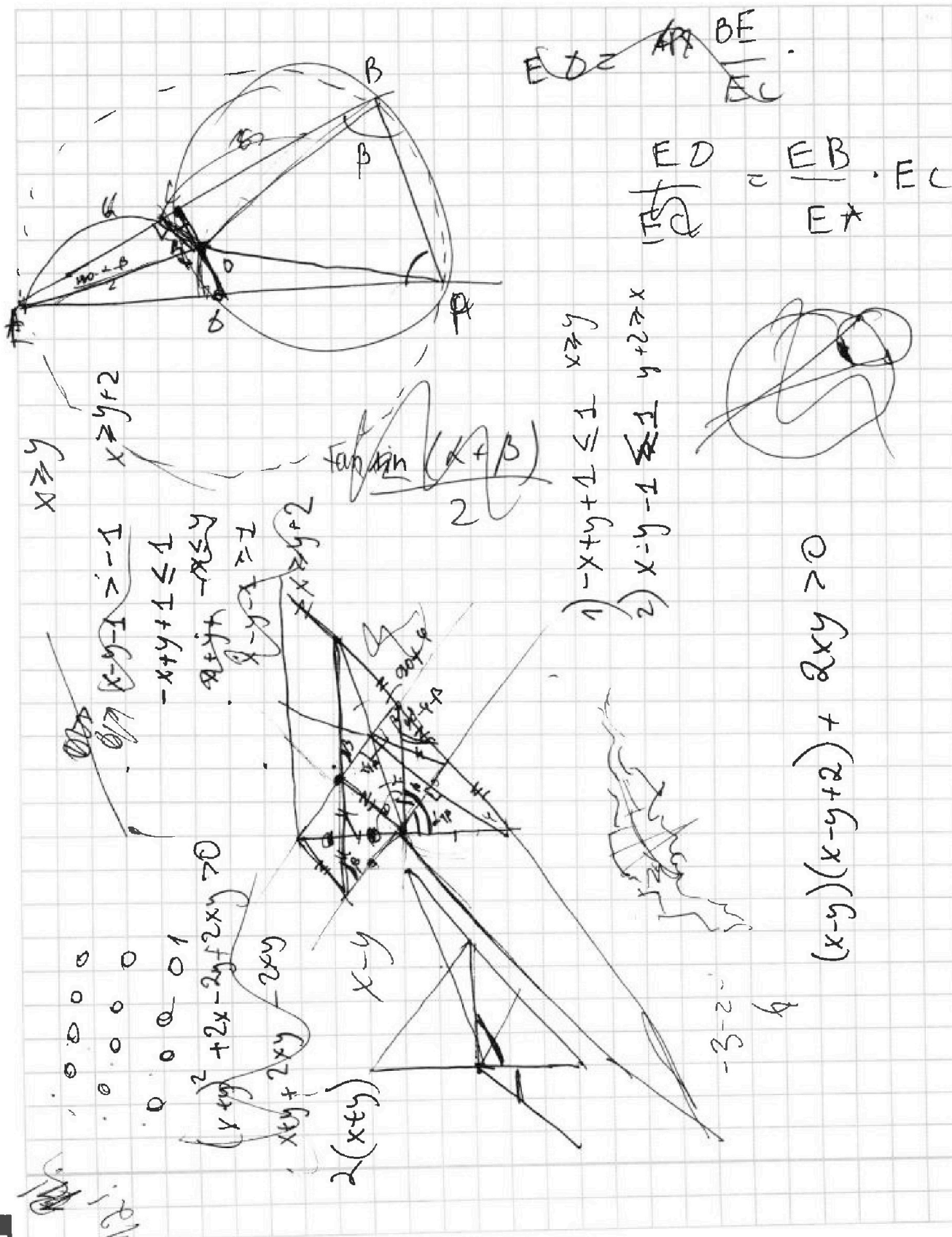
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



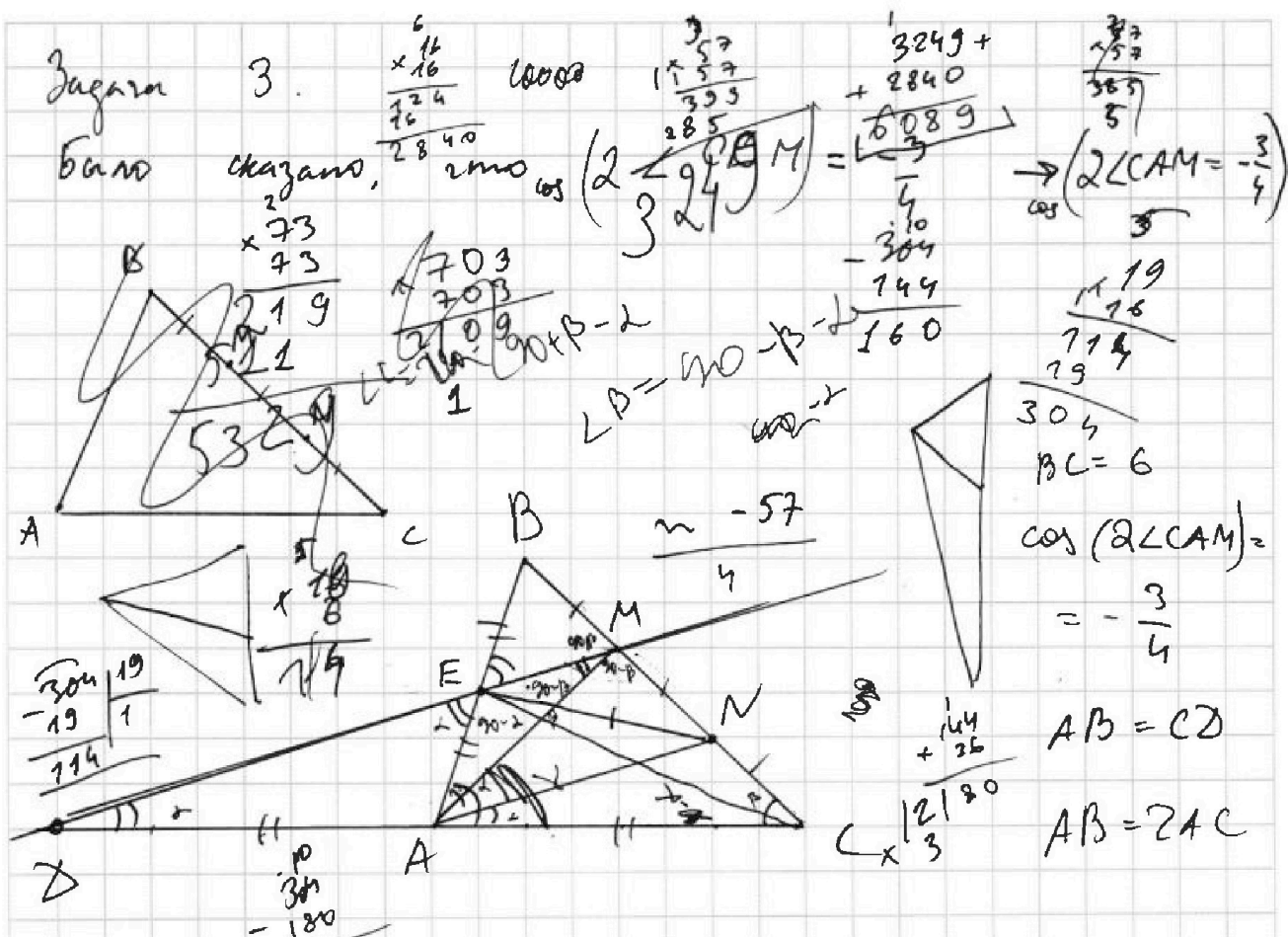


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Назовём точку пересечения MD и AB E .
 Тогда в $\triangle ABN$ будет выполняться свойство
 медиан (т.к. параллельна основанию и
 проходит через середину BN), поэтому $AE = EB$
 AN средняя линия

Решение:

В треугольнике ACN по теореме косинусов:

$$AN^2 = AC^2 + CN^2 - 2 \cdot AC \cdot CN \cdot \cos(120^\circ)$$

Положим $AC = x$, $CN = y$. Тогда:

$$AN^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot (-\frac{1}{2}) = x^2 + y^2 + xy$$

В треугольнике ABN по теореме косинусов:

$$AN^2 = AB^2 + BN^2 - 2 \cdot AB \cdot BN \cdot \cos(120^\circ)$$

Положим $AB = c$, $BN = z$. Тогда:

$$AN^2 = c^2 + z^2 - 2cz \cdot (-\frac{1}{2}) = c^2 + z^2 + cz$$

Из равенств $AN^2 = x^2 + y^2 + xy$ и $AN^2 = c^2 + z^2 + cz$ следует:

$$x^2 + y^2 + xy = c^2 + z^2 + cz$$

Положим $x = 1$, $y = 1$. Тогда:

$$1 + 1 + 1 = c^2 + z^2 + cz$$

$$3 = c^2 + z^2 + cz$$

В треугольнике ACN по теореме синусов:

$$\frac{AN}{\sin(120^\circ)} = \frac{AC}{\sin(\angle ANC)} = \frac{CN}{\sin(\angle CAN)}$$

Положим $\angle ANC = \alpha$, $\angle CAN = 60^\circ$. Тогда:

$$\frac{AN}{\sin(120^\circ)} = \frac{1}{\sin(\alpha)} = \frac{1}{\sin(60^\circ)}$$

Отсюда $\alpha = 60^\circ$.

В треугольнике ABN по теореме синусов:

$$\frac{AN}{\sin(120^\circ)} = \frac{AB}{\sin(\angle ANB)} = \frac{BN}{\sin(\angle BAN)}$$

Положим $\angle ANB = \beta$, $\angle BAN = 60^\circ$. Тогда:

$$\frac{AN}{\sin(120^\circ)} = \frac{c}{\sin(\beta)} = \frac{z}{\sin(60^\circ)}$$

Отсюда $\beta = 60^\circ$.

В треугольнике ACN по теореме косинусов:

$$CN^2 = AC^2 + AN^2 - 2 \cdot AC \cdot AN \cdot \cos(60^\circ)$$

Положим $AC = 1$, $AN = 1$. Тогда:

$$y^2 = 1 + 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(60^\circ) = 2 - 1 = 1$$

Отсюда $y = 1$.

В треугольнике ABN по теореме косинусов:

$$BN^2 = AB^2 + AN^2 - 2 \cdot AB \cdot AN \cdot \cos(60^\circ)$$

Положим $AB = c$, $AN = 1$. Тогда:

$$z^2 = c^2 + 1 - 2c \cdot 1 \cdot \cos(60^\circ) = c^2 + 1 - c$$

Из равенства $3 = c^2 + z^2 + cz$ следует:

$$3 = c^2 + c^2 + 1 - c + c = 2c^2 + 1$$

Отсюда $c^2 = 1$, $c = 1$.

В треугольнике ACN по теореме синусов:

$$\frac{AN}{\sin(120^\circ)} = \frac{AC}{\sin(\angle ANC)} = \frac{CN}{\sin(\angle CAN)}$$

Положим $\angle ANC = \alpha$, $\angle CAN = 60^\circ$. Тогда:

$$\frac{1}{\sin(120^\circ)} = \frac{1}{\sin(\alpha)} = \frac{1}{\sin(60^\circ)}$$

Отсюда $\alpha = 60^\circ$.

В треугольнике ABN по теореме синусов:

$$\frac{AN}{\sin(120^\circ)} = \frac{AB}{\sin(\angle ANB)} = \frac{BN}{\sin(\angle BAN)}$$

Положим $\angle ANB = \beta$, $\angle BAN = 60^\circ$. Тогда:

$$\frac{1}{\sin(120^\circ)} = \frac{1}{\sin(\beta)} = \frac{z}{\sin(60^\circ)}$$

Отсюда $\beta = 60^\circ$.

В треугольнике ACN по теореме косинусов:

$$CN^2 = AC^2 + AN^2 - 2 \cdot AC \cdot AN \cdot \cos(60^\circ)$$

Положим $AC = 1$, $AN = 1$. Тогда:

$$y^2 = 1 + 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(60^\circ) = 2 - 1 = 1$$

Отсюда $y = 1$.

В треугольнике ABN по теореме косинусов:

$$BN^2 = AB^2 + AN^2 - 2 \cdot AB \cdot AN \cdot \cos(60^\circ)$$

Положим $AB = c$, $AN = 1$. Тогда:

$$z^2 = c^2 + 1 - 2c \cdot 1 \cdot \cos(60^\circ) = c^2 + 1 - c$$

Из равенства $3 = c^2 + z^2 + cz$ следует:

$$3 = c^2 + c^2 + 1 - c + c = 2c^2 + 1$$

Отсюда $c^2 = 1$, $c = 1$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$|x-y-1| \leq 1$$

a) $x > 0$
 $y > 0$

$$x-y-1 \leq 1$$

$$x \leq y+2$$

б) $x > 0$
 $y < 0$

$$x+y-1 \leq 1$$

$$x \leq 2-y$$

в) $x < 0$
 $y > 0$

$$-x+y-1 \leq 1$$

д) $x-y-1 > 0$

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x-y-1|} = 2$$

$$2x-2y-x^2-y^2 = 4$$

$$-x^2+y^2-2x+2y+4=0$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 - 2 = 0$$

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} = 0$$

$$2x-2y-x^2-y^2 = 0$$

$$(x^2-1)$$

↑ max

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} = k$$

$$2x-2y-x^2-y^2 = k^2$$

$$(x^2-1)^2 + (y+1)^2 + k^2 - 2 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2-k^2$$

$$\rightarrow k = \sqrt{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

