



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

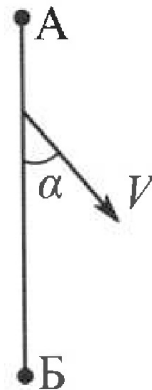
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допусти м, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?

4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.

2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

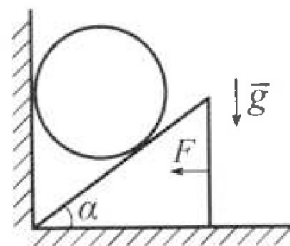
Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.

3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.

4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?

5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.





Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

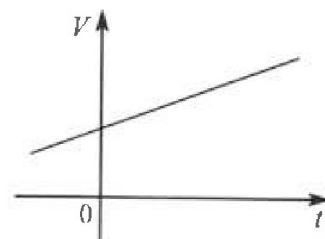


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L = 100$ мм. В термометре находится $m = 0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



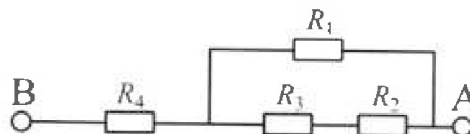
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r$, $R_2 = 2r$, $R_3 = 4r$, $R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



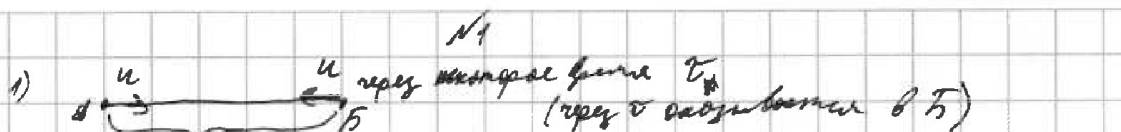
2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S = 2 \text{ км}$$

$$T_0 = 200 \text{ с}$$

п.ч. погода безветренная, но в обоих напр. между объектами равен u .

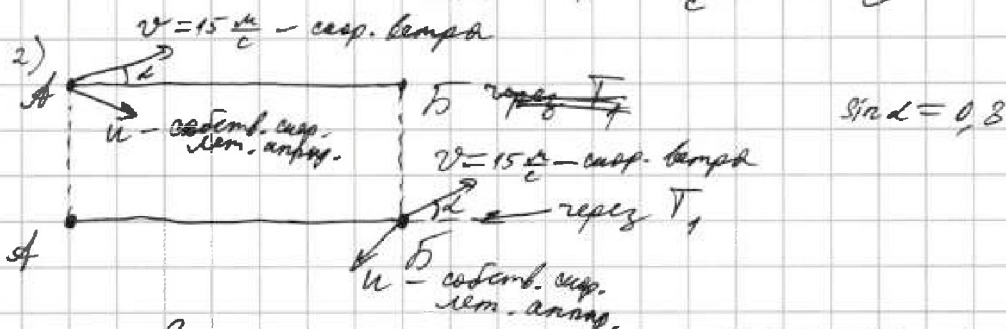
От А к Б аппарат летит ~~на~~ обратно.

$$t_k = \frac{S}{u} \quad (1), \text{ обратно } T_0 - t = \frac{S}{u} \quad (2)$$

$$(1) + (2):$$

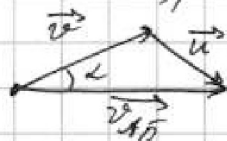
$$T_0 = \frac{2S}{u} \Rightarrow u = \frac{2S}{T_0}$$

$$u = \frac{2 \cdot 2 \text{ км}}{200 \text{ с}} = 0,02 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



Скорость летящего аппарата от А к Б:

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v} + \vec{u} \quad \text{где } \vec{v}_{AB} - \text{вектор скор. от А к Б, } \vec{u} \text{ направлен как на верхнем рисунке (в п. 2), } \vec{v} \text{ должен быть направлен строго от А к Б}$$



по т. косинусов:

$$u^2 = v^2 + v_{AB}^2 - 2v_{AB}v \cos \alpha$$

$$v_{AB}^2 - 2v_{AB}v \cos \alpha + v^2 - u^2 = 0$$

$$v_{AB} = \frac{2v \cos \alpha \pm \sqrt{4v^2 \cos^2 \alpha - 4v^2 + 4u^2}}{2} =$$

$$= \frac{2v \cos \alpha \pm \sqrt{4u^2 - 4v^2 \sin^2 \alpha}}{2}$$

$$v_{AB} = \frac{2 \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 11 - 0,64 \pm \sqrt{4 \cdot (15 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 - 4 \cdot (15 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 \cdot 0,8}}{2} = \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm \sqrt{90 - 27(90 + 27)}}{2}$$

$$= \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm \sqrt{16 + 64 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}}{2} = \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm 32 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2}$$



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

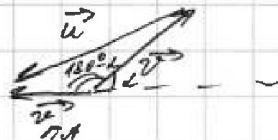
п.н. v_{AB} - модуль скорости, то $v_{AB} \geq 0 \Rightarrow$ корни уравн.

$$\frac{(18-32)}{2} \frac{u}{c} \text{ не подходит и } v_{AB} = \frac{(18+32)}{2} \frac{u}{c} = 25 \frac{u}{c}$$

т.н. $AB = S = 2 \text{ км}$, то $T_1 = \frac{S}{v_{AB}} \Rightarrow T_1 = \frac{2 \text{ км}}{25 \frac{u}{c}} =$
 $= \frac{2000}{25} \text{ с} = 80 \text{ с}$

В общем виде $v_{AB} = \frac{2v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sqrt{(2u-2v\sin\alpha)(2u+2v\sin\alpha)}}{2} =$
 $= v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)}$

Аналогично, $\vec{v}_{BA} = \vec{v} + \vec{u}$, где $\vec{v}_{BA}$ - абс. скор. лт. аппарата в напр. от Б к А, $\vec{u}$ направлено как на картинке рисунка в п.2.
 По т. косинусов:



$$u^2 = v_{BA}^2 + v^2 - 2v_{BA}v\cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= v_{BA}^2 + v^2 + 2v_{BA}v\cos\alpha$$

$$v_{BA}^2 + 2v_{BA}v\cos\alpha + v^2 - u^2 = 0$$

$$v_{BA} = \frac{-2v\cos\alpha \pm \sqrt{4v^2\cos^2\alpha - 4v^2 + 4u^2}}{2}$$

Корень с "-" перед корнем из дискриминанта не подходит, т.к. $v_{BA} \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{BA} = \frac{-2v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + 2\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)}}{2}$$

$$= \sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

Время полета от Б к А в этом случае:

$$T_2 = \frac{S}{v_{BA}} = \frac{S}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$$

Суммарное время полета $A \rightarrow B \rightarrow A$:

$$T = T_1 + T_2 = S \left(\frac{1}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} + v\sqrt{1-\sin^2\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}} \right) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \int \frac{2 \sqrt{(u - v \sin \alpha)(u + v \sin \alpha)}}{(u - v \sin \alpha)(u + v \sin \alpha) - v^2(1 - \sin^2 \alpha)} = \int \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha - v^2 + v^2 \sin^2 \alpha} =$$

$$= \int \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2} , \text{ предположим, что чем больше } \sin \alpha \text{ и } u \Rightarrow \sin^2 \alpha, \text{ тем больше } v^2 \sin^2 \alpha, \text{ тем меньше } \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}, \text{ тем меньше } T \Rightarrow \text{при } \sin \alpha \rightarrow \max, \text{ т.е. } \sin \alpha = 1 \quad T = T_{\min};$$

$$T_{\min} = \int \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2}}{u^2 - v^2} = \int \frac{2}{\sqrt{u^2 - v^2}}, \quad \sin \alpha = 1 \Rightarrow \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$T_{\min} = \frac{2 \cdot 2 \mu\text{A}}{\sqrt{(20 \frac{\mu\text{A}}{\text{C}})^2 - (15 \frac{\mu\text{A}}{\text{C}})^2}} = \frac{2 \cdot 2 \mu\text{A}}{\sqrt{5.35 \frac{\mu\text{A}}{\text{C}}}} = \frac{4000}{5\sqrt{7}} \text{ C} =$$

$$= \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ C}$$

- Ответ: 1) $u = 20 \frac{\mu\text{A}}{\text{C}}$
 2) $T_1 = 80 \text{ C}$
 3) $\alpha = 90^\circ$
 4) $T_{\min} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ C}$

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№2

$\vec{g} = g \hat{y}$

перес. $t_2 - t_1$

$\vec{v}_1$ - нек. скор. в направлении t_1

$v_{1y}, t_1 = 0,5 \text{ c}$

$\vec{v}_2$ - нек. скор. в направлении t_2

$\vec{v}_0$ - нек. скор. в направлении t_0

$v_1 = v_2$

угол между $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ -

$2\beta = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta = 45^\circ$

На нек. действующем верном. сила тяжести $\Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{g}(t_2 - t_1)$

$\vec{g}(t_2 - t_1)$

т.е. $v_1 = v_2$, но по т. Пифагора:

$g^2(t_2 - t_1)^2 = v_1^2 + v_1^2$

$2v_1^2 = g^2(t_2 - t_1)^2$

$v_1 = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}}$

т.е. $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{g}t_1$

$\vec{g}(t_2 - t_1)$

т.е. этот треугольник равноб. ($v_1 = v_2$), но высота из угла 2β является медианой и образует угол β с $\vec{v}_1$.

В проекции на ось Ox : $v_{1x} = v_1 \cos \beta$

$v_{1y} = v_1 \sin \beta$

т.е. на нек. дейст. верном. перемещ. силы,

$v_{0x} = v_{1x} = v_1 \cos \beta$, $\times a$

$v_{0y} = v_{1y} + gt_1 = v_1 \sin \beta + gt_1$

$v_{0x} = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$

$v_{0y} = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + gt_1 = \frac{gt_2 - gt_1 + 2gt_1}{2}$

$= \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$

В верхней т. $\times$ скорость $v_{1x} = v_{1y}$, т.е. отменяет верт. сост. скор., т.е. пока нек. не будет еще перемещ. или уже начал отскакивать.

Значит, $v_{1y} = v_{0y} - gT = 0$

$gT = \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$

$T = \frac{t_1 + t_2}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T = \frac{0,5c + 1,5c}{2} = 1c$$

Высота пара над горизонтом изменяется по зак.

$$H = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \text{ в зов. от времени } t.$$

$$\text{Когда пар упал, } H=0 \Rightarrow v_{0y}t = \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{g(t_1+t_2)}{2} = \frac{gt}{2}$$

$$t = t_1 + t_2, \text{ значит время всего пара}$$
$$t = t_1 + t_2 = 2c.$$

Закон перемещения пара по горизонтали от времени t :

$$L = v_{0x}t, \text{ значит в момент } t = t:$$

$$L = \frac{g(t_2-t_1)}{2} \cdot (t_1+t_2) = \frac{g(t_2^2-t_1^2)}{2}$$

$$L = \frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot ((1,5c)^2 - (0,5c)^2)}{2} = \frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot 1c^2 \cdot 2c}{2} =$$
$$= 10 \text{ м}$$

Радиус кривизны в какой-либо точке траектории связан с ускорением и скоростью.

$$a = \frac{v^2}{R}, \text{ радиус в момент упора}$$

$$a = g, \quad v = v_{0x} = \frac{g(t_2-t_1)}{2}$$

$$R = \frac{g^2(t_2-t_1)^2}{4g} = \frac{g(t_2-t_1)^2}{4}$$

$$R = \frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot (1,5c - 0,5c)^2}{4} = 2,5 \text{ м}$$

Ответ: 1) $T = 1c$

2) $L = 10 \text{ м}$

3) $R = 2,5 \text{ м}$



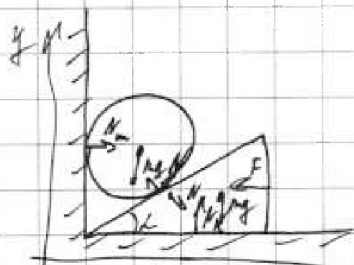
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3



На шар действуют силы реакции соед. тел: N_1 , N_2 , N_3 и сила тяж. mg

На клин действуют силы реакции N_4 и N_5 от шар. и mg и сила F .

Усл. равновесия шара по оси Oy и клина по оси Ox :

$$\cancel{N_1} = \cancel{N_2} \sin \alpha \quad mg = N_2 \cos \alpha \quad (1)$$

$$\cancel{F} = \cancel{N_2} \quad F = N_2 \sin \alpha \quad (2)$$

$$(2) : (1) :$$

$$\frac{F}{mg} = \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Усл. равновесия шара по оси Ox :
после снятия силы F .

$$\cancel{N_1} = N_2 \sin \alpha \quad (3)$$

$$(3) : (1) :$$

$$\frac{N_1}{F} = 1 \Rightarrow N_1 = F = \sqrt{3} mg$$

Сила F не действует на шар, из-за чего шар только находится в равн. ускор. клина, но не шар, который продолжает оставаться в покое по оси $Ox \Rightarrow N_1 = N_2 = \sqrt{3} mg$

$$N_1 = \sqrt{3} \cdot 0,9 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 4\sqrt{3} \text{ Н}$$

Усл. равн. на шар по Ox после снятия F : $N_1 = N_2 \sin \alpha$
и клин после соед. шар направляется на h , но

$$h = v_m t_n - \frac{g t_n^2}{2}$$

$$v_m - g t_n = 0, \text{ где } t_n \text{ — время падения на } h, \text{ шар}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черпунком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t_n = \frac{v_m}{g}$$

$$h = \frac{v_m^2}{g} - \frac{v_m^2}{2g} = \frac{v_m^2}{2g}$$

$$v_m = \sqrt{2gh}$$

3-й сохр. эн. в системе клин + шар (во внешние силы перп. перемещ. $\Rightarrow$ их работа 0) между начальным движ. и моментом сохр. и пот. энергии и подвешенного груза.

$$(5) \quad mgh = \frac{mv_m^2}{2} + \frac{mv_k^2}{2}, \text{ где } v_k - \text{приобретенная клином скорость.}$$

$$mgh = mgh + \frac{mv_k^2}{2}$$

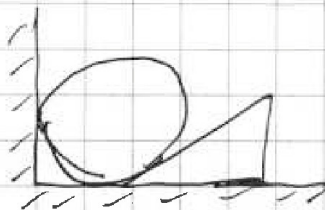
$$2gh = 2gh + v_k^2$$

3-ий изм. мех. эн. на клин и шар в том же направлении:

$$mgh - Nl \cos \alpha = \frac{mv_k^2}{2} \quad (3)$$

$$N \sin \alpha l = \frac{mv_k^2}{2} \quad (4), \text{ где } l - \text{перемещ. клина}$$

$$(3) + (4) = (5);$$



пока касая
шара и клина

Соединяем их $\frac{h}{l} = \frac{R}{l \cos \alpha}$
по клину и шару
 $\frac{h}{l} = \frac{R}{l \cos \alpha} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{1}{\cos \alpha}$

$\Rightarrow$ клин соединяется шар $\frac{h}{R}$

$$v_k = a t_x = \frac{v_k}{N \sin \alpha} = \frac{v_k}{N \sin \alpha}$$

$$l = \frac{a t_x^2}{2} \Rightarrow t_x = \sqrt{\frac{2l}{a}}$$

$$v_k = \sqrt{2la} = \sqrt{2l \cdot \frac{N \sin \alpha}{m}}$$

$$= \sqrt{2 \cdot \frac{h}{\cos \alpha} \cdot \frac{N \sin \alpha}{m}} = \sqrt{\frac{2hN \sin \alpha}{m \cos \alpha}}$$

$$mgh - Nl \cos \alpha + N \sin \alpha l = mgh$$

$$l \sin \alpha = l \cos \alpha$$

$$l = l \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$v_k^2 = \frac{2N \sin \alpha l}{m} = \frac{2N \sin \alpha l \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{m} = \frac{2Nl \cos \alpha}{m}$$

$$2gh = 2gh + \frac{2Nl \cos \alpha}{m}$$

$$2mgh = 2mgh + 2Nl \cos \alpha$$

Сила реакции на шар $N_1 = N_2 = \sqrt{3}mg = 15H$

Определим $\alpha = 60^\circ$; 2)

3) $N_1 = 4\sqrt{3}H$



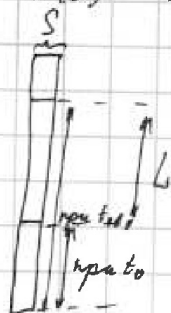
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4
 $t_0 = 0^\circ\text{C}$, $t_{100} = 100^\circ\text{C}$, $l = 100\text{ мм}$, $m = 0,042$, $\beta = 1,12$, $\rho = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
 $V(t)$ — линейная зав.



При t_0 объем спирта $V_0 = \frac{m}{\rho}$
при t_{100} объем спирта $V_{100} = \beta V_0 = \frac{\beta m}{\rho}$
т.к. зав. линейная, пусть ун. коэфф. прямой k , свободный коэфф. — b , тогда:

$$\begin{cases} V_0 = kt_0 + b \\ V_{100} = kt_{100} + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} \\ b = V_0 - kt_0 = \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}t_0 = \frac{m}{\rho} \frac{t_{100}-\beta t_0}{t_{100}-t_0} \end{cases}$$

$$V_0 - V_{100} = k(t_0 - t_{100}) \quad b = \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}t_0 = \frac{m}{\rho} \frac{t_{100}-\beta t_0}{t_{100}-t_0}$$

$$k = \frac{V_{100} - V_0}{t_{100} - t_0} = \frac{\frac{\beta m}{\rho} - \frac{m}{\rho}}{t_{100} - t_0} = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

Подставляем $V = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}t + \frac{m(t_{100}-\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$

т.е. при t_1 и t_2 :

$$V_1 = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}t_1 + \frac{m(t_{100}-\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$V_2 = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}t_2 + \frac{m(t_{100}-\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{m(\beta-1)(t_1 - t_2)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$\Delta V = \frac{0,042 \cdot 0,12 \cdot 10^\circ\text{C}}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 100^\circ\text{C}} = \frac{1,2}{2000} \text{ см}^3 = 0,0006 \text{ см}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

Разность объемов при t_0 и t_{100} :

$$LS = \frac{m(\beta-1)(t_{100}-t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)} = \frac{m(\beta-1)}{\rho}$$

$$S = \frac{m(\beta-1)}{\rho L} \Rightarrow S = \frac{0,042 \cdot 0,12}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 100 \text{ см}} = \frac{0,12}{200} \text{ см}^2 = \frac{12}{200} \text{ мм}^2 = 0,06 \text{ мм}^2$$

Ответ: 1) $V = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}t + \frac{m(t_{100}-\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$; 2) $\Delta V = 0,6 \text{ мм}^3$; 3) $S = 0,06 \text{ мм}^2$



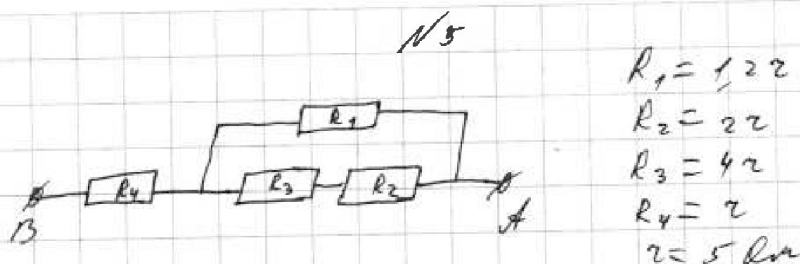
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$R_1 = 12 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 4 \Omega$$

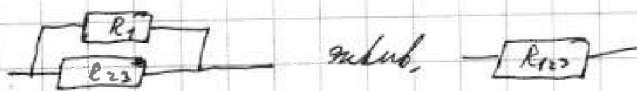
$$R_4 = 2 \Omega$$

$$r = 5 \Omega$$

$$I = 4 \text{ A}$$



$$R_{23} = R_2 + R_3 = 2 \Omega + 4 \Omega = 6 \Omega$$



$$R_{123} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{12 \Omega \cdot 6 \Omega}{12 \Omega + 6 \Omega} = \frac{7,2}{9,2} \Omega = 2 \Omega$$



$$R_{\text{зав}} = R_4 + R_{123} = 2 \Omega + 2 \Omega = 4 \Omega$$

$$R_{\text{зав}} = 2 \cdot 5 \Omega = 10 \Omega$$

по 3-ей формуле-Менгера: $P = UI$, м.к.
по 3-ей формуле $U = IR$, но $P = I^2 R_{\text{зав}}$

$$P = (4 \text{ A})^2 \cdot 10 \Omega = 16 \cdot 10 \text{ Вт} = 160 \text{ Вт}$$

Напряжение в цепи $U = IR_{\text{зав}}$

$$U = 4 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 40 \text{ В}$$

через мерим ток I по 3-ей сохр. зарядов.

I_1 - ток через верхнюю ветвь, I_2 - через нижнюю.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{U'}{R_1}}{\frac{U'}{R_2 + R_3}} = \frac{R_2 + R_3}{R_1} = \frac{6 \Omega}{12 \Omega} = 0,5$$

U' - напряж. на этой ветви

$$I_1 = 0,5 I_2 \Rightarrow I = 1,5 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I}{1,5} \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} \text{ A}, I_1 = \frac{1}{3} \text{ A}$$

на 1-й резисторе:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 12 \Omega = \frac{1}{9} \cdot 12 \text{ Вт} = \frac{4}{3} \text{ Вт}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На 2-м и 3-м резисторах:

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{4}{9} \cdot 2.5 \text{ Вт} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$$

$$P_3 = I_2^2 R_3 = \frac{4}{9} \cdot 4.5 \text{ Вт} = \frac{800}{9} \text{ Вт}$$

На 4-м резисторе (так $I = 4 \text{ А}$)

$$P_4 = I^2 R_4 = 16 \cdot 5 \text{ Вт} = 80 \text{ Вт}$$

$$P_1 = \frac{600}{9} \text{ Вт}; P_2 = \frac{40}{9} \text{ Вт}; P_3 = \frac{800}{9} \text{ Вт}; P_4 = \frac{720}{9} \text{ Вт} \Rightarrow$$

$\Rightarrow P_2 < P_1 < P_4 < P_3 \Rightarrow$ наименьшая
мощность рассеивается на 2-м резисторе
и $P_{\min} = P_2 = \frac{40}{9} \text{ Вт}$

Ответ: 1) $R_{\text{экв}} = 10 \text{ Ом}$

2) $P = 160 \text{ Вт}$

3) на 2-м резисторе, $P_{\min} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$



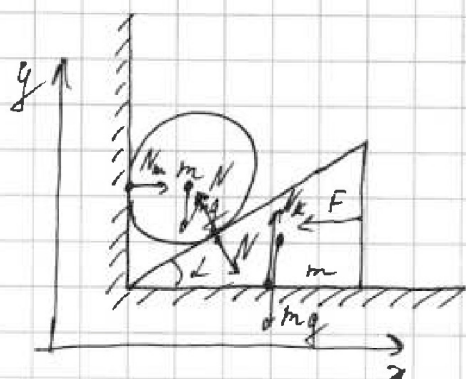
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$F = \sqrt{3} mg$$

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$\sqrt{g} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$mg \sin \alpha = \frac{mv^2}{r}$$

$$mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{r} + \frac{mv^2}{r}$$

$$mg \cos \alpha = 2 \frac{mv^2}{r}$$

На шар действуют сила тяжести mg (верт.),
сила реакции со стороны стены N_1 (горизонт.),
сила реакц. со стороны клина N (под углом $90^\circ - \alpha$ к верт.)

На клин действ. сила реакц. со стороны
наст. пов. N_2 (верт.), сила тяжести mg (верт.)
и сила F (гориз.) и сила реакц. со
стор. шара N (под углом $-(90^\circ - \alpha)$ к верт.)

Условие равновесия шара по оси Oy :

$$mg = N \cos \alpha \quad (1)$$

Условие равновесия ~~шара~~ клина по оси Ox :

$$F = N \sin \alpha \quad (2)$$

$$(2) : (1) :$$

$$\frac{F}{mg} = \tan \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Когда ~~приложена~~ сила F , шар ~~начинает~~
~~двигаться~~

Условие равновесия шара по горизонтальной оси (после снятия силы F , шар не движ. по верт.):

$$N_1 = N \sin \alpha$$

т.к. шар перемещается только по вертикали, а клин — по горизонтали, по равновесию внешних сил реакция равна 0, тогда, N_1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

сохр. мех. энергия (о на высоте центра шара, когда он касается нижней поверхности):

$$mgH = \frac{mv_m^2}{2} + \frac{mv_k^2}{2}, \text{ где } v_m - \text{ скорость шара при соуд. с ниж. пов., } v_k - \text{ скорость клина в этот момент.}$$

$$2gH = v_m^2 + v_k^2$$

Притом, т.к. после соуд. шар поднимается на $h = 0,15 \text{ м}$, то

$$h = v_m t_k - \frac{gt_k^2}{2}$$

$v_k = v_m - gt_k = 0$, где t_k - время падения на h , v_k - скор. на выс. h ,

$$v_k = 0:$$

$$v_m = gt_k$$

$$t_k = \frac{v_m}{g}$$

$$h = \frac{v_m^2}{g} - \frac{g \cdot \frac{v_m^2}{g^2}}{2} = \frac{v_m^2}{g} - \frac{v_m^2}{2g} = \frac{v_m^2}{2g}$$

$$v_m = \sqrt{2gh} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2gH = 2gh + v_k^2$$

3-я изм. мех. энергия шара ~~и клина~~ ~~соударения~~ (с учетом ~~на~~ ~~близости~~ ~~с~~ силой N)
 с клином

$$1) mgH - 0 = N H \cos \alpha$$

$$mg = N \cos \alpha \Rightarrow H = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow N_1 = N \sin \alpha = mg \tan \alpha$$

$$N_1 = mg \cdot \sqrt{3} \Rightarrow N_1 = \sqrt{3} \cdot 0,9 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 4\sqrt{3} \text{ Н}$$

3-я изм. мех. ~~ш. клина~~:

$$\frac{mv^2}{2} = N \sin \alpha l, \text{ где } l - \text{ перемещ.}$$

т.к. шар не останавливается, но клин движется равноускор. $l = \frac{at_k^2}{2}$, где $a = \frac{N \sin \alpha}{m}$

t_k - время соуд. шара.

$$H = \frac{(mg - N \cos \alpha) t_k^2}{m} - \text{ перемещ. шара}$$

$$t_k = \sqrt{\frac{2Hm}{mg - N \cos \alpha}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\ell = \frac{\frac{N \sin \alpha}{m} \cdot \frac{2Hm}{mg - N \cos \alpha}}{2} = \frac{2N\ell \sin \alpha}{mg - N \cos \alpha}$$

$$\frac{mv_u^2}{2} = \frac{2N\ell \sin^2 \alpha}{mg - N \cos \alpha}$$

$$v_u^2 = \frac{4N\ell \sin^2 \alpha}{mg - N \cos \alpha}, \quad \text{и.о. } N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$v_u^2 = \frac{4 \frac{m^2 g^2}{\cos^2 \alpha} \ell \sin^2 \alpha}{m^2 g - m \cdot \frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha} = \frac{4m^2 g^2 \ell \tan^2 \alpha}{m^2 g - mg}$$

Шар имеет ускорение $a_n = \frac{mg - N}{m}$

$$\frac{mv_u^2}{2} - mg\ell = -N\ell \cos \alpha$$

Значит, шар имеет ускорение

$$a = \frac{mg - N \cos \alpha}{m}$$

и.о. на ℓ за t_x и преепр. v_u , мо:

$$\ell = \frac{at_x^2}{2}, \quad v_u = at_x$$

$$v_u = \sqrt{2gh} = \frac{mg - N \cos \alpha}{m} \cdot t_x$$

$$t_x = \frac{\sqrt{2gh} \cdot m}{mg - N \cos \alpha}$$

$$H = \frac{a \cdot \frac{v_u^2}{a^2}}{2} = \frac{v_u^2}{2a} =$$

$$= \frac{\sqrt{2gh} \cdot m}{2mg - 2N \cos \alpha} \Rightarrow 2mg\ell - 2N\ell \cos \alpha =$$

$$2N\ell \cos \alpha = m\sqrt{2gh} + 2mg\ell \Rightarrow N = \frac{mg(H-h)}{\ell \cos \alpha}$$

$$\frac{m \cdot 2gh}{2} - mg\ell = -N\ell \cos \alpha$$

$$+N = \frac{mg h}{\ell \cos \alpha} - \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$N = \frac{mg(H-h)}{\ell \cos \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. сила N не мн., то сила равна ее равнодействующей с ускорением $a = \frac{N \sin \alpha}{m}$, при этом

$$v_k = at_k = \frac{N \sin \alpha}{m} \cdot \frac{\sqrt{2gh} \cdot m}{mg - N \cos \alpha} = \frac{N \sin \alpha \sqrt{2gh}}{mg - N \cos \alpha}$$

$$2gh = 2gh + \frac{2gh N^2 \sin^2 \alpha}{(mg - N \cos \alpha)^2}$$

$$2gh(mg - N \cos \alpha)^2 = 2gh(mg - N \cos \alpha)^2 + 2gh N^2 \sin^2 \alpha$$

$$2gh \cdot m^2 g^2 - 4gh mg N \cos \alpha + N^2 \cos^2 \alpha = 2gh m^2 g^2 -$$

$$- 4gh mg N \cos \alpha + N^2 \cos^2 \alpha + 2gh N^2 \sin^2 \alpha$$

$$2gh N^2 \sin^2 \alpha + 4g^2 m \cos \alpha N (H-h) + 2g^2 m^2 (h-H)^2 = 0$$

$$D = 16m^2 g^4 \cos^2 \alpha (H-h)^2 + 16m^2 g^4 (H-h) h \sin^2 \alpha =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha - h \cos^2 \alpha + h \sin^2 \alpha) =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha) =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha (H-h) + h(1 - \cos^2 \alpha))$$

$$N = \frac{-4g^2 m \cos \alpha (H-h) + \sqrt{16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}}{4gh \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{-Hmg^2 \cos \alpha (H-h) + 4mg^2 \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}}{4gh \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{mg \sqrt{H-h} (\cos \alpha (H-h) + \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)})}{h \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{mg \sqrt{H-h}}{H \cos \alpha} = \frac{mg (\cos \alpha (H-h) + \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)})}{h \sin^2 \alpha}$$

$$h(H-h) \sin^2 \alpha = H(H-h) \cos^2 \alpha + H \cos^2 \alpha \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}$$

$$H^2 \cos^2 \alpha (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha) = (H-h)^2 (h \sin^2 \alpha - H \cos^2 \alpha)^2$$

$$\text{Ответ: } \alpha = 60^\circ$$