



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

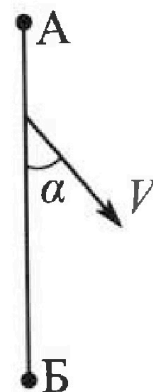


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допусти м, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.

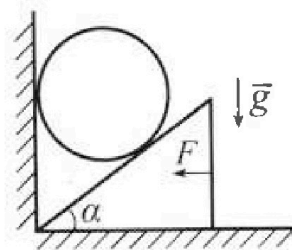


2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.



1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

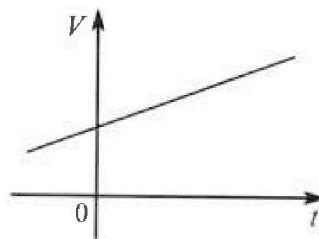
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L = 100$ мм. В термометре находится $m = 0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



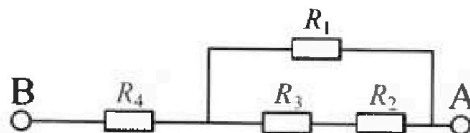
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r$, $R_2 = 2r$, $R_3 = 4r$, $R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.

3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

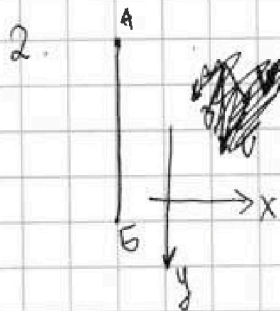
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача n1 Дано: $T_0 = 200 \text{ с}$ $S = 2 \text{ км}$ $V = 15 \text{ м/с}$

$\sin \alpha = 0,8$ Найти: 1. U 2. T 3. α , если $T_{A \rightarrow B} \rightarrow \min$ 4. $T_{\min}$

Реш: 1. $S = U \cdot T_0$ (т.к. равномерное прямолинейное глм.)

$$U = \frac{S}{T_0} = \frac{2000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}$$



V_1 - скорость бестолтника относ. земли.

Т.к. БПЛА летит ровно по прямой AB, то тогда $V_{1x} = 0$, β - угол скорости $\vec{U}$ к



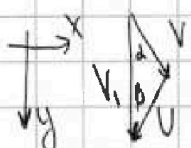
прямой AB;

$$V_{1x} = 0 = V \sin \alpha - U \sin \beta$$

$$\sin \beta = \frac{V}{U} \sin \alpha = \frac{15 \text{ м/с}}{20 \text{ м/с}} \cdot 0,8 = 0,6$$

можем быть, т.к. $\sin \beta \leq 1$. Т.е. скорости собственн. скорости БПЛА недостаточны для компенсации его ветра $\beta \rightarrow 0$, т.е. $T \rightarrow \infty$.

3. ~~(V_1 и β бржн. то же, что и в п. 2.)~~

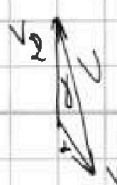


$$V \sin \alpha = U \sin \beta \quad (V_{1x} = 0)$$

$$T_{A \rightarrow B} = \frac{S}{V_1} = \frac{S}{V \cos \alpha + U \cos \beta}$$

γ - угол между $\vec{U}$ и AB при полете обратно

V_2 - скорость при полете $B \rightarrow A$



$$V \sin \alpha = U \sin \gamma \quad (V_{2x} = 0)$$

$$T_{B \rightarrow A} = \frac{S}{V_2} = \frac{S}{U \cos \gamma + V \cos \alpha}$$

$\rightarrow$ обратно $B \rightarrow A$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. продолжим $T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \gamma - V \cos \alpha}$

т.к. $\sin \gamma = \frac{V \sin \alpha}{U} = \sin \beta$, и так как $\alpha \in [0^\circ; 90^\circ]$, то $\gamma = \beta$

$$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha} = S \frac{2 U \cos \beta}{U^2 \cos^2 \beta - V^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2} = \frac{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}{U^2}$$

$$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = S \frac{2 U \cos \beta}{U^2 - 2 V^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - 2 V^2 \cos^2 \alpha} S =$$

$$\Rightarrow \cos \beta = 0,8 = \sqrt{1 - 0,6^2}$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} = \frac{2000}{20 \cdot 0,8 + 1,5 \cdot 0,6} =$$

$$= \frac{2000}{25} = 80 \text{ с}$$

3. $T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha}$

($\cos \beta$ и $\sin \alpha$ и $\sin \beta$, т.е. $V \sin \alpha$ и $\sin \beta$ и $\sin \alpha$ одинаковы)

т.е. $U \sin \beta_1 = U \sin \beta_2$, т.е. $\beta_1 = \beta_2$ ($\beta_1, \beta_2 < 90^\circ$)

$$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = S \left(\frac{2 U \cos \beta}{U^2 \cos^2 \beta - V^2 \cos^2 \alpha} \right); \cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2} = \frac{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}{U^2}$$

$$S \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha - V^2 \cos^2 \alpha} = S \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2}$$

т.е. для мин T_{AB} $\sin^2 \alpha = 1$
 $\alpha = 90^\circ$

4. $T_{AB \min} = \frac{2S}{\sqrt{U^2 - V^2}} = \frac{4000}{\sqrt{175}} = \frac{1600}{\sqrt{7}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с}$

Ответ: 1. 20 м/с 2. 80 с 3. —

1. $U = 20 \text{ м/с}$ 2. $T_1 = 80 \text{ с}$ 3. $\alpha = 90^\circ$ 4. $T_{\min} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

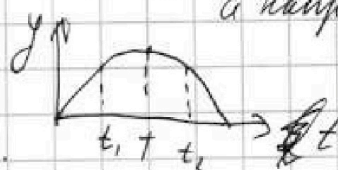
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2 Дано: $t_1 = 0,5c$ $t_2 = 1,5c$ $|V_{t1}| = |V_{t2}|$ $\alpha\beta = 90^\circ$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$ Найти: 1. T 2. α 3. R

Реш: $t_1, 2, \text{ } t_1 < T < t_2$ (т.к. ~~мгновенная~~ $\vec{V}$ может быть равна $\vec{V}_0$ и напр. - невр)

$\vec{V}_0$ - нач. скорость.

α - угол между $\vec{V}_0$ и горизонт.



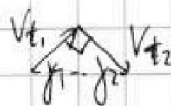
1. $\int g T = V_0 \sin \alpha$ - верн. в верн. = 0

$$V_0 \sin \alpha - g t_1 = - (V_0 \sin \alpha - g t_2)$$

$$\begin{cases} T = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \\ 2 V_0 \sin \alpha = g (t_1 + t_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1c \\ V_0 \sin \alpha = \frac{g}{2} (t_1 + t_2) \end{cases}$$

2. $(\vec{V}_{t1}, \vec{V}_{t2}) = 90^\circ$

$$\vec{V}_{t1, \text{верн.}} = - \vec{V}_{t2, \text{верн.}}$$



j_1 - угол между $\vec{V}_{t1}$ и гориз. j_2 - угол между $\vec{V}_{t2}$ и гориз.

$$\tan j_1 = \frac{V_{t1, \text{верн.}}}{V_{t1, \text{гориз.}}} = \frac{V_{t2, \text{верн.}}}{V_{t2, \text{гориз.}}} = \tan j_2 \Rightarrow j_1 = j_2$$

$$j_1 + j_2 + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow j_1 = j_2 = 45^\circ \text{ т.е. } V_{t1, \text{гориз.}} = V_{t2, \text{гориз.}}$$

$$= V_{t1, \text{верн.}} = V_{t2, \text{верн.}} \text{ (по условию)}$$

$$\begin{cases} V_0 \sin \alpha - g t_1 = V_0 \cos \alpha \\ -V_0 \sin \alpha + g t_2 = V_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} V_0 (\sin \alpha - \cos \alpha) = g t_1 \\ V_0 (\sin \alpha + \cos \alpha) = -g t_2 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2:1 \\ \textcircled{1} - \textcircled{2} \\ t_1 = -t_2 \end{matrix} \quad \begin{cases} V_0 = \sqrt{10g} \\ \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = -\frac{t_2}{t_1} = -3 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 3 \cos \alpha - 3 \sin \alpha$$

$$2 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$5 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$V_0 \sin \alpha = \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$$

(из н. 1.)

$$V_0 = \frac{10 \cdot 2}{2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}} = 5\sqrt{5} \text{ м/с}$$

$$\begin{aligned} L &= V_{0 \text{гориз}} \cdot T = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \\ &= \frac{2 \cdot 5^3 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}}{10} = 5^2 \cdot \frac{2}{5} = 10 \text{ м} \end{aligned}$$

$$3. \quad V_{\text{верт}} = V_{0 \text{гориз}} = V_0 \cos \alpha \quad a_{\text{верт}} = g$$

$$g = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{R}$$

$$R = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{5^3 \cdot \frac{4}{5}}{10} = 10 \text{ м}$$

Ответ: 1. $T = 1 \text{ с}$ 2. $L = 10 \text{ м}$ 3. $R = 10 \text{ м}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

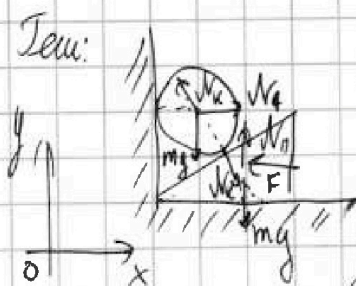
1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3 Дано: $m = 0,4 \text{ кг}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$ $F = mg\sqrt{3}$
 $h = 0,15 \text{ м}$

Найти: 1. α 2. H 3. N_1 4. N_2 $N_1 \rightarrow \max$
5. $N_{\max}$



N_k — сила, с кот. шар действует на шар.

$$O_x \text{ шара: } 0 = -N_k \sin \alpha + N_1$$

$$O_y \text{ шара: } 0 = N_k \cos \alpha - mg$$

$$O_x \text{ шарика: } 0 = N_k \sin \alpha - F$$

Согласно: 2 и 3

$$1. \begin{cases} N_k \sin \alpha = F = mg\sqrt{3} \\ N_k \cos \alpha = mg \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{1} \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha \\ 4 \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \alpha = 60^\circ$$

$$2. O_x \text{ шарика: } m a_k = N_k \sin \alpha \quad a_k - \text{ускор. шарика}$$

~~$N_k(t) = \text{const}$, так как шар с шариком касаются~~

$$a_k = \frac{N_k \sin \alpha}{m} = \text{const} \quad \text{т.к. } \alpha \text{ — от времени, пока шар касается шара, т.к. } N_k = \text{const}$$

$$a_{\text{шарика}} = a_k \tan \alpha = \frac{N_k \sin \alpha}{m} \tan \alpha$$

$$N_k = \frac{mg}{\cos \alpha} \quad (\text{н.д.}) = \frac{mg}{\cos 60^\circ}$$

$$a_k = \frac{g \sin \alpha}{\cos \alpha} = g \tan \alpha \quad a_{\text{шарика}} = g \tan^2 \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вн $t_{\text{наз}} (\text{время пад. шара}) = \sqrt{\frac{2H}{a_{\text{ш}}}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \text{tg} \alpha$
 $v_{\text{шарика}} (\text{скорость шарика в момент соуд. шара и земли}) =$
 $= a_{\text{ш}} \cdot t_{\text{наз}} = g \text{tg} \alpha \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \text{tg} \alpha = \sqrt{2Hg} \cdot \text{tg}^2 \alpha$

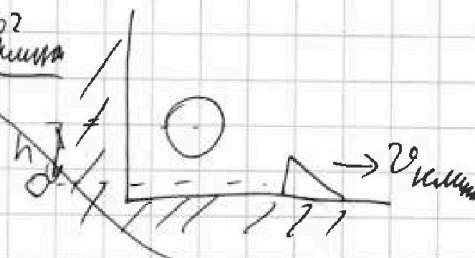
Теперь запишем закон сохранения энергии. Точка $H_{\text{ш}} = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow$ радиус шара от верш. под. т.ц.

$$E_{\text{нач. шар}} = m g H = m g h + \frac{m v_{\text{шарика}}^2}{2}$$

$$m g H = m g h + \frac{m \cdot 2Hg \cdot \text{tg}^4 \alpha}{2}$$

$$H = h + H \text{tg}^4 \alpha \quad H = \frac{h}{1 - \text{tg}^4 \alpha} =$$

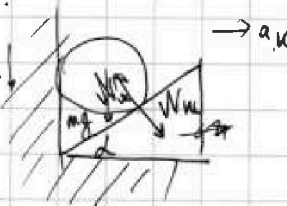
$$= 0,15 \text{ м}$$



Оу шара $m a_{\text{ш}} (\text{уш. шара}) = m g -$

2. $a_{\text{ш}}, a_{\text{ш}} -$ уш. шара и шарика соотв.

$N_{\text{шар}} -$ сила, с кот. шар дей. на шарика.



$$\begin{cases} m a_{\text{ш}} = N_{\text{ш}} \sin \alpha & \text{Оу шарика} \\ m a_{\text{ш}} = -N_{\text{ш}} \cos \alpha + m g & \text{Оу шара} \end{cases}$$

$$\frac{a_{\text{ш}}}{a_{\text{ш}}} a_{\text{ш}} = a_{\text{ш}} \text{tg} \alpha \rightarrow \text{уш. шарика}$$

$$\begin{cases} N_{\text{ш}} = \frac{m a_{\text{ш}}}{\sin \alpha} = \frac{m a_{\text{ш}}}{\sin \alpha \cdot \text{tg} \alpha} = \frac{m a_{\text{ш}}}{\cos \alpha} & \text{Заменим (2)} \\ m a_{\text{ш}} = m g - \frac{m a_{\text{ш}}}{\text{tg} \alpha} & \end{cases}$$

$$m a_{\text{ш}} (1 + \text{tg}^2 \alpha) = m g \text{tg}^2 \alpha$$

$$a_{\text{ш}} = \frac{g \text{tg}^2 \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha} = \frac{3g}{4}$$

$$a_{\text{ш}} = \frac{\sqrt{3}g}{4} = \frac{g \text{tg} \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

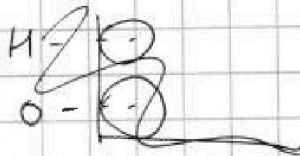
СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем закон сохранения энергии $y=0$ на высоте от земли
нов-ти, равной радиусу шара

$$E_{\text{полн}} = mgh + W_{\text{шара}} =$$

$$W_{\text{шара}} = E_{\text{полн}}$$



$$T_{\text{шара}} = \sqrt{\frac{2H}{a_{\text{ш}}}} = \sqrt{\frac{RH'}{3g}}$$

и ускорением (с кот. он пойдет от стенки, оторвавшись от шара)

$$= a_{\text{ш}} T_{\text{шара}} = \frac{\sqrt{3}}{4} g \cdot \sqrt{\frac{RH'}{3g}} = \sqrt{\frac{Hg}{2}}$$

Запишем ЗСЭ, где $y=0$ в точке шарика.

$$E_{\text{полн}} = mgh + W_{\text{ш}} + W_{\text{к}} + E_{\text{полн}}^{\text{ш}} + E_{\text{полн}}^{\text{к}} =$$



$$= E_{\text{полн}} = mgh + W_{\text{ш}} + 0 + \frac{mv_{\text{шара}}^2}{2}$$

$$mgh = mgh + \frac{mgh}{4} \quad H = \frac{4}{3}h = 0,2 \text{ м}$$



$$3. \quad N_1 = N_{\text{ш}} \sin \alpha \quad (a_{\text{ш}} \cos \alpha = 0)$$

$$N_{\text{ш}} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\sin \alpha}$$

$$N_1 = ma_{\text{ш}} = 0,4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} g =$$

$$= \sqrt{3} N$$

$$4. \quad a_{\text{ш}} = \frac{g + g \alpha}{1 + g \alpha^2}$$

$$N_1 = \frac{mg + g \alpha}{1 + g \alpha^2}$$

$$\alpha \in [0; \pi + \infty]$$

$$\frac{g \alpha}{1 + g \alpha^2} \rightarrow \max$$

$$\frac{g \alpha}{1 + g \alpha^2} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \frac{tg \alpha}{1 + tg^2 \alpha} &= \frac{x}{1+x^2} \\ \left(\frac{x}{1+x^2} \right)' &= \frac{x \cdot (1+x^2)' - (1+x^2) x'}{(1+x^2)^2} = \\ &= \frac{2x^2 - 1 - x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{x^2 - 1}{(1+x^2)^2} = \frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4} \\ \left(\frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4} \right)' &= \frac{2x \cdot (1+2x^2+x^4) - (4x + 4x^3)(x^2 - 1)}{(1+2x^2+x^4)^2} = \\ &= \frac{2x^5 - 2x^3 + 4x^3 + 6x}{(1+x^2)^4} \Rightarrow \text{максимум} \end{aligned}$$

при $\frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4} = 0$ убывает на $\pm \infty \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 1}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow tg \alpha = \pm 1 \text{ т.к. } \alpha < 90^\circ$$

$tg \alpha = 1 \quad \alpha = 45^\circ$ Ответ: $\alpha = 45^\circ$

5. $W_1 = \frac{mg \cdot 1}{2} = \frac{0,4 \cdot 10}{2} = 20 \text{ Н}$

Ответы: 1. $\alpha = 60^\circ$ 2. $H = 0,2 \text{ м}$ 3. $\sqrt{3} \text{ Н}$ 4. $\alpha = 45^\circ$

5. 20 Н



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4 Дано: $t_0 = t_{0 \rightarrow 100} = 100 \text{ мм}$ $m = 0,042$
 $t_1 = 50^\circ\text{C}$ $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ $\beta = 1,12$ $t_0 = 0^\circ\text{C}$ $\rho = 0,82 \text{ г/см}^3$
 $t_2 = 40^\circ\text{C}$

Найти: 1. $V(t)$ 2. $|\Delta V|$ 3. S

Реш: 1. $V(t) = at + c$ (a, c - некие коэфф.)

$$V(100^\circ\text{C}) = at_{100} + c = \beta V(0^\circ\text{C}) = \beta V(t_0) = \beta (t_0 a + c)$$

$$t_{100} a + c = \beta (t_0 a + c)$$

$$a(t_{100} - t_0 \beta) = c(\beta - 1)$$

$$c = a \frac{t_{100} - t_0 \beta}{\beta - 1}$$

$$a t_{100} + a \frac{t_{100} - t_0 \beta}{\beta - 1} = \beta \frac{m}{\rho}$$

$$a \left(\frac{\beta(t_{100} - t_0)}{\beta - 1} \right) = \beta \frac{m}{\rho} \quad a = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$c = \frac{m(t_{100} - t_0 \beta)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$V(t) = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t + \frac{m(t_{100} - t_0 \beta)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$2. |\Delta V| = |V(50^\circ\text{C}) - V(40^\circ\text{C})| = |a(t_{50} - t_{40})| =$$

$$= a \cdot 10^\circ\text{C} = \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8 \cdot 100} \cdot 10 = \frac{0,12 \cdot 0,04}{8} \text{ см}^3 =$$

$$= 0,06 \cdot 0,01 \text{ см}^3 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

$$3. |\Delta V_{0-100}| = |V(100^\circ\text{C}) - V(0^\circ\text{C})| = a \cdot 100^\circ\text{C} = \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8} =$$

$$= 6 \text{ мм}^3 \quad S = \frac{\Delta V_{0-100}}{l} = 0,06 \text{ мм} \quad \text{Ответ: } \rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.
$$S = \frac{\Delta V_{0^\circ-100^\circ}}{l} = \frac{V(100^\circ\text{C}) - V(0^\circ\text{C})}{l} = \frac{\alpha(100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})}{l} =$$
$$= \frac{100^\circ\text{C} - \alpha}{l} = \frac{100}{100} \cdot \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8 \cdot 0,0008 \text{ м/мм}^3} = 6 \text{ мм}^2$$

Ответ: 1.
$$V(t) = \frac{m}{\rho} \left(\frac{\beta-1}{t_{100}-t_0} t + \frac{t_{100}-t_0\beta}{t_{100}-t_0} \right)$$

2. $0,6 \text{ мм}^3$

3. $0,06 \text{ мм}^2$

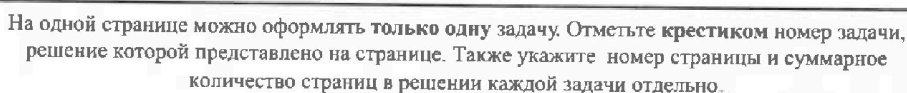
$$S = \frac{|\Delta V_{t_0-t_0}|}{l} = \frac{6 \text{ мм}^3}{100 \text{ мм}} = 0,06 \text{ мм}^2$$
$$\frac{10}{10} \text{ т.к. } \Delta t = 10^\circ\text{C} = \frac{\Delta t_{100-0}}{10}$$

Ответ: 1.
$$V(t) = \frac{m}{\rho} \left(\frac{\beta-1}{t_{100}-t_0} t + \frac{t_{100}-t_0\beta}{t_{100}-t_0} \right)$$

1.
$$\frac{m}{\rho(t_{100}-t_0)} \left((\beta-1)t + (t_{100}-t_0\beta) \right) = V(t)$$

2. $0,6 \text{ мм}^3$

3. $0,06 \text{ мм}^2$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тем:

I
 R_1
 R_2
 R_3
 R_4
 R_5
 R_6
 R_7
 R_8
 R_9
 R_{10}
 R_{11}
 R_{12}
 R_{13}
 R_{14}
 R_{15}
 R_{16}
 R_{17}
 R_{18}
 R_{19}
 R_{20}
 R_{21}
 R_{22}
 R_{23}
 R_{24}
 R_{25}
 R_{26}
 R_{27}
 R_{28}
 R_{29}
 R_{30}
 R_{31}
 R_{32}
 R_{33}
 R_{34}
 R_{35}
 R_{36}
 R_{37}
 R_{38}
 R_{39}
 R_{40}
 R_{41}
 R_{42}
 R_{43}
 R_{44}
 R_{45}
 R_{46}
 R_{47}
 R_{48}
 R_{49}
 R_{50}
 R_{51}
 R_{52}
 R_{53}
 R_{54}
 R_{55}
 R_{56}
 R_{57}
 R_{58}
 R_{59}
 R_{60}
 R_{61}
 R_{62}
 R_{63}
 R_{64}
 R_{65}
 R_{66}
 R_{67}
 R_{68}
 R_{69}
 R_{70}
 R_{71}
 R_{72}
 R_{73}
 R_{74}
 R_{75}
 R_{76}
 R_{77}
 R_{78}
 R_{79}
 R_{80}
 R_{81}
 R_{82}
 R_{83}
 R_{84}
 R_{85}
 R_{86}
 R_{87}
 R_{88}
 R_{89}
 R_{90}
 R_{91}
 R_{92}
 R_{93}
 R_{94}
 R_{95}
 R_{96}
 R_{97}
 R_{98}
 R_{99}
 R_{100}
 R_{101}
 R_{102}
 R_{103}
 R_{104}
 R_{105}
 R_{106}
 R_{107}
 R_{108}
 R_{109}
 R_{110}
 R_{111}
 R_{112}
 R_{113}
 R_{114}
 R_{115}
 R_{116}
 R_{117}
 R_{118}
 R_{119}
 R_{120}
 R_{121}
 R_{122}
 R_{123}
 R_{124}
 R_{125}
 R_{126}
 R_{127}
 R_{128}
 R_{129}
 R_{130}
 R_{131}
 R_{132}
 R_{133}
 R_{134}
 R_{135}
 R_{136}
 R_{137}
 R_{138}
 R_{139}
 R_{140}
 R_{141}
 R_{142}
 R_{143}
 R_{144}
 R_{145}
 R_{146}
 R_{147}
 R_{148}
 R_{149}
 R_{150}
 R_{151}
 R_{152}
 R_{153}
 R_{154}
 R_{155}
 R_{156}
 R_{157}
 R_{158}
 R_{159}
 R_{160}
 R_{161}
 R_{162}
 R_{163}
 R_{164}
 R_{165}
 R_{166}
 R_{167}
 R_{168}
 R_{169}
 R_{170}
 R_{171}
 R_{172}
 R_{173}
 R_{174}
 R_{175}
 R_{176}
 R_{177}
 R_{178}
 R_{179}
 R_{180}
 R_{181}
 R_{182}
 R_{183}
 R_{184}
 R_{185}
 R_{186}
 R_{187}
 R_{188}
 R_{189}
 R_{190}
 R_{191}
 R_{192}
 R_{193}
 R_{194}
 R_{195}
 R_{196}
 R_{197}
 R_{198}
 R_{199}
 R_{200}
 R_{201}
 R_{202}
 R_{203}
 R_{204}
 R_{205}
 R_{206}
 R_{207}
 R_{208}
 R_{209}
 R_{210}
 R_{211}
 R_{212}
 R_{213}
 R_{214}
 R_{215}
 R_{216}
 R_{217}
 R_{218}
 R_{219}
 R_{220}
 R_{221}
 R_{222}
 R_{223}
 R_{224}
 R_{225}
 R_{226}
 R_{227}
 R_{228}
 R_{229}
 R_{230}
 R_{231}
 R_{232}
 R_{233}
 R_{234}
 R_{235}
 R_{236}
 R_{237}
 R_{238}
 R_{239}
 R_{240}
 R_{241}
 R_{242}
 R_{243}
 R_{244}
 R_{245}
 R_{246}
 R_{247}
 R_{248}
 R_{249}
 R_{250}
 R_{251}
 R_{252}
 R_{253}
 R_{254}
 R_{255}
 R_{256}
 R_{257}
 R_{258}
 R_{259}
 R_{260}
 R_{261}
 R_{262}
 R_{263}
 R_{264}
 R_{265}
 R_{266}
 R_{267}
 R_{268}
 R_{269}
 R_{270}
 R_{271}
 R_{272}
 R_{273}
 R_{274}
 R_{275}
 R_{276}
 R_{277}
 R_{278}
 R_{279}
 R_{280}
 R_{281}
 R_{282}
 R_{283}
 R_{284}
 R_{285}
 R_{286}
 R_{287}
 R_{288}
 R_{289}
 R_{290}
 R_{291}
 R_{292}
 R_{293}
 R_{294}
 R_{295}
 R_{296}
 R_{297}
 R_{298}
 R_{299}
 R_{300}
 R_{301}
 R_{302}
 R_{303}
 R_{304}
 R_{305}
 R_{306}
 R_{307}
 R_{308}
 R_{309}
 R_{310}
 R_{311}
 R_{312}
 R_{313}
 R_{314}
 R_{315}
 R_{316}
 R_{317}
 R_{318}
 R_{319}
 R_{320}
 R_{321}
 R_{322}
 R_{32

3. I_1, I_2 - ток через 1ый и 2ой рез.

2. $P = I R_{\text{ind}}^2 = 400 \text{ Watt}$ comb. 3

$$I_1 R_1 = I_2 (R_3 + R_2) \quad \text{pal-to nomenclatur.}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_3 + R_2}{R_1}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_3 + R_2}{R_1}$$

$$I_1 + I_7 = I_2 \left(\frac{R_1 + R_3 + R_2}{R_1} \right) = I \quad I_2 = \frac{I R_1}{R_1 + R_3 + R_2} = \frac{I}{6}$$

$$I_1 = \frac{5I}{6}$$

$$P_1 = \frac{5I}{6} R_1^2 = I r^2 \cdot \frac{6}{5} I r^2$$

$$P_2 = \frac{I}{6} \quad R_2^2 = \frac{2I r^2}{3}$$

$$P_3 = \frac{I}{6} \cdot R_3^2 = \frac{8}{3} I r^2$$

$$P_y R_y = I R_y^2 = I y^2$$

$$P_2 < P_4 < P_1 < P_3$$

T.p. $P_2 = P_{min} = \frac{2I\gamma^2}{3} = \frac{20}{3} \text{ BATTI}$ $\frac{200}{3} \text{ BATTI}$

Ans. 1. $10 \text{ cm} = R_{\text{eff}}$ 2. $p = 400 \text{ Pa}$

3. На 2-м резисторе $P = \frac{200}{3}$ Ватт



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 - 2,25 \cos^2 \alpha > 0$$

$$1 - 4,5 \cos^2 \alpha > 0$$

$$x^2 - 2y^2$$

$$x^2 - y^2 - y^2$$

$$\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = -\frac{t_1}{t_2} = -\frac{1}{3}$$

$$3 \sin \alpha - 3 \cos \alpha = -\sin \alpha - \cos \alpha$$

$$2 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}$$



$$\frac{x^2}{x} = \frac{2x \cdot x - x^2}{x^2} = 1$$

$$-2x^2 + 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$\frac{6}{1+x} + \frac{5}{1-x} = \frac{41}{4}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{10} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{10}{6}$$