



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓1

Пусть $b_1, b_2, \dots$ - эта геом прогрессия с дел. $q \neq 0$

Прогрессия состоит из действ. чисел $\Rightarrow q^2 > 0$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; \quad b_9 = x+3; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b_9 = b_7 \cdot q^2; \quad b_7 \neq 0, \quad q^2 > 0 \Rightarrow b_9 > 0 \Rightarrow x > -3.$$

$$b_{11}^2 = b_7 \cdot b_{15} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{(25x-9)}{(x-6)^3} = \sqrt{\frac{(25x-9)^2}{(x-6)^2}} = \left| \frac{25x-9}{x-6} \right| =$$

$$= \frac{25x-9}{x-6}, \text{ т.к. числа } (25x-9) \text{ и } (x-6) \text{ - одного знака,}$$

потому что $(25x-9)(x-6) > 0 \Rightarrow b_{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$, т.к. $b_{11} = b_7 \cdot q^4 > 0$

$$b_9^2 = b_7 \cdot b_{11} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} = \sqrt{(25x-9)^2} = |25x-9|$$

$$(x+3)^2 = |25x-9|$$

Случай 1: $x < \frac{9}{25}; \quad 25x-9 < 0$

$$(x+3)^2 = 9-25x$$

$$x^2 + 31x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; \quad x_2 = -31 \text{ (не подходит, т.к. } x > -3).$$

Случай 2: $x > \frac{9}{25}; \quad 25x-9 > 0$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0 \Rightarrow x_3 = 1; \quad x_4 = 18.$$

x_3 не подходит, т.к. $(25x_3-9)(x_3-6) = -5 \cdot 16$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

$$\bullet x_1 = 0$$

- подходит

$$b_7 = \sqrt{(-9) \cdot (-6)} = 3\sqrt{6}; \quad b_9 = 3; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{(-9)}{(-6)}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}; \quad q = \pm \frac{1}{4\sqrt{6}}$$

$$\bullet x_4 = 18$$

- подходит.

$$b_7 = \sqrt{784 \cdot 12} = 28\sqrt{12} = \sqrt{441 \cdot 12} = 21\sqrt{12}; \quad b_9 = 21; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{441}{12^3}} = \frac{441}{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{12}}; \quad q = \pm \frac{1}{4\sqrt{12}}$$

В решении не рассматривались случаи $q=0$, $(25x-9)=0$, $(x-6)=0$, т.к. тогда геом. прогрессия не имеет смысла.

Ответ: $x_1 = 0$; $x_2 = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\rho \cos^3 x + 3(\rho + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\rho(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3\rho \cos x + 12 \cos x - 6(2 \cos^2 x - \overset{1}{\cancel{\sin^2 x}}) - 10 = 0$$

$$4\rho \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$\rho \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 = (1 - \rho) \cos^3 x$$

$$1 - \rho = \frac{(\cos x - 1)^3}{\cos^3 x} \quad \cos^3 x \neq 0, \text{ т.к. иначе } -1 = 0$$

$$\rho = 1 - \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3$$

Рассмотрим функцию $F(t) = 1 - \left(1 - \frac{1}{t}\right)^3$. На отрезке

$[-1; 0)$ она убывает, $F(-1) = -7$. Значит на этом отрезке

она принимает все значения $(-\infty; -7]$

и на отрезке $(0; 1]$ она убывает, принимая все значения

на $[1; +\infty)$, т.к. $F(1) = 1$.

Значит, если $\rho \in (-7; 1)$, то у уравнения нет корней, а при всех остальных значениях — есть хотя бы один.

(т.к. функция непрерывна на отрезках $[-1; 0)$ и $(0; 1]$ и для

каждого значения $\rho \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ найдётся такое

$-1 \leq t \leq 1$, что $F(t) = \rho \Rightarrow$ найдётся и x , такой, что $\cos x = t$).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\cos x - 1)^3 = (1-p)\cos^3 x$$

$$(1 - \cos x)^3 = (p-1)\cos^3 x$$

$$1 - \cos x = \sqrt[3]{p-1} \cos x$$

$$\cos x (1 + \sqrt[3]{p-1}) = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$x = \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Решение для каждого

$$x = -\arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

Покажем, что $-1 \leq \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$

Пусть $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} < -1 \Rightarrow \frac{2 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} < 0 \Rightarrow -2 < \sqrt[3]{p-1} < -1 \Rightarrow$

$\Rightarrow -8 < p-1 < -1 \Rightarrow -7 < p < 0$, это неверно

Пусть $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} > 1 \Rightarrow \frac{-\sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} > 0 \Rightarrow -1 < \sqrt[3]{p-1} < 0 \Rightarrow$

$-1 \leq p-1 < 0 \Rightarrow 0 < p < 1$, это тоже неверно

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$;

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Черновик:

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_9 = x+3$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b_{11} = b_7 \cdot b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)} =$$

$$= \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$b_{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$(x+3)^2 = b_9^2 = b_7 \cdot b_{11} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$(x+3)^4 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{25x-9}{x-6}$$

$$(x+3)^4 = (25x-9)^2$$

$$b_7^2 = 25x-9$$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-18)(x-1) = 0$$

$$18, 1$$

$$(x+3)^2 = |25x-9| = 9-25x$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31) = 0$$

$$0, -31$$

$$x = \frac{18}{15}$$

$$x = 6$$

$$g = \frac{1}{\sqrt{37}}$$

$$b_7 = 21\sqrt{12}$$

$$b_9 = 24$$

$$b_{15} = \frac{21}{12}\sqrt{12}$$

$$b_7 = \sqrt{784 \cdot 37} = 28\sqrt{37}$$

$$b_9 = 28$$

$$b_{15} = \frac{28}{3} \sqrt{37}$$

$$b_7 = 3\sqrt{6}$$

$$b_9 = 3$$

$$b_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$g^2 = \frac{1}{37}$$

$$g^2 = \frac{1}{6}$$

$$g^2 = \frac{b_{15}}{b_7} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$g = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

$$\begin{array}{l} 1) > 0 > 0 \\ 2) < 0 < 0 \end{array}$$

$$-784$$

$$15 \cdot 18 - 9 = 27^2$$

$$21^2 = 3 \cdot 49 = 21^2 \checkmark$$

$$3) > 0 < 0$$

$$-31, 0, 1, 18$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$$



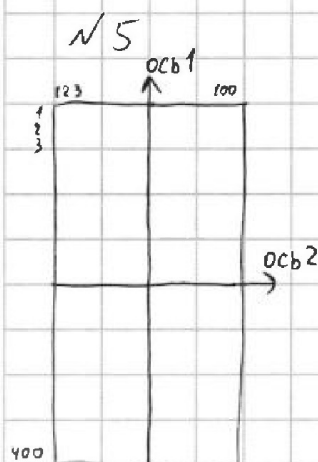
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!



Сначала докажем, что если ~~какая-то~~ закрашенное множество ~~симметрично~~ обладает двумя из 3-х симметрий - то оно обладает и третьей. Для этого введём систему координат, где в координаты левой верхней клетки - $(1, 1)$; правой

нижней - $(100; 400)$. Будем называть вертикальную

~~ось~~ ~~счёт~~ среднюю линию осью 1, горизонтальную -

осью 2. Заметим, что если клетки симметричны относ.

оси 1 - они имеют координаты $(x; y)$ и $(101-x; y)$. Если

симм. относ. оси 2: $(x; y)$ и $(x; 401-y)$. Если относ. центра:

$(x; y)$ и $(101-x; 401-y)$. Тогда если, например, множество

симметрично относ. оси 1 и оси 2 и закрашена клетка

$(x; y)$, то закрашена и клетка $(101-x; y)$, а значит и

клетка $(101-x; 401-y)$ из сим. 2 $\Rightarrow$ закрашена и центральная

клетка. Аналогично доказывается, что если симметричны

центральная и осевая, то и другая ~~из~~ осевая тоже: $((x; y) \Rightarrow$

$(101-x; 401-y) \Rightarrow (101-x; 401-(401-y)) \Rightarrow (101-x; y)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем кол-во множеств^(из 8 кеток), которые симметричны относ. оси 1. Для этого поставим 4 кетки в "левый" прямоугольник 50×400 , а затем в "правый" прямоугольник 50×400 отметим 4 кетки, симметричные им относ. оси 1. (C_{2000}^4 способов). Очевидно, что такие множества не будут совпадать, т.к. "левые" прямоугольники разные. А также это будут все симм. относ. оси 1 множества, т.к. в каждом таком множестве ровно по 4 кетки в "левом" и "правом" прямоугольниках 50×400 . Аналогично доказывается, что симметричных относ. оси 2 и симм. относ. центра множеств также по C_{2000}^4 , с точностью до преобразования, переводящее 4 поставленные кетки в 4 добавленные. (В симм. относ. оси 2 следует брать "верхний" и "нижний" прямоугольники 100×200 , а в центральном - любую из пар прямоугольников)

Теперь найдем кол-во множеств симметричных относ. осей 2-х объектов $\Rightarrow$ симметричных относ. всех 3-х.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для этого поставим 2 кетки из 8 в «верхний левый» прямоугольник 50×200 (C_{10000}^2 способов), а затем отменим оставшиеся 6, отразив их поочерёдно относительно каждой из осей и точки центра. Аналогично, это будут все «трёхкратно симметричные» множества по одному разу. Но в каждой из случаев одиночной симметрии мы также считали эти «трёхкратно симметричные» множества $\Rightarrow$ 2 раза их посчитали зря

Итого, к-во способов равно $C_{20000}^4 + C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - 3 \cdot C_{10000}^2 + C_{10000}^2 = 3C_{20000}^4 - 2C_{10000}^2$

Ответ: $3C_{20000}^4 - 2C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 $(a; b; c)$ такие, что

$$a < b; (b-a) \nmid 3; (a-c)(b-c) = p^2, a^2 + b = 710$$

$$p^2 : (a-c) \Rightarrow (a-c) \text{ может принимать одно из этих}$$

значений: $1, p, p^2, -1, -p, -p^2$. Рассмотрим 6 случаев:

Случай 1: $(a-c) = p \Rightarrow (b-c) = p \Rightarrow a = b$ Противоречие

Случай 2: $(a-c) = -p \Rightarrow (b-c) = -p \Rightarrow a = b$ Противоречие.

Случай 3: $(a-c) = p^2 \Rightarrow (b-c) = 1 \Rightarrow b-a = 1-p^2 < 0$, т.к.

$p \geq 2$. Противоречие

Случай 4: $(a-c) = -1 \Rightarrow (b-c) = -p^2 \Rightarrow b-a = 1-p^2 < 0$. Противоречие

Случай 5: $(a-c) = 1 \Rightarrow (b-c) = p^2 \Rightarrow b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$.

Если $p \nmid 3$, то одно из чисел $p-1$ и $p+1$ делится на 3, а

значит и $b-a : 3$, что не так $\Rightarrow p : 3 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow b-c = 9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow b-a = 8 \Rightarrow b = a+8 \Rightarrow a^2 + b = a^2 + a + 8 = 710 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a-26)(a+27) = 0$$

• $a = 26 \Rightarrow b = a+8 = 34 \Rightarrow c = a-1 = 25$. $(26; 34; 25)$

• $a = -27 \Rightarrow b = a+8 = -19 \Rightarrow c = a-1 = -28$ $(-27; -19; -28)$

Случай 6: $(a-c) = -p^2 \Rightarrow (b-c) = -1 \Rightarrow b-a = p^2 - 1 = 8$

(Аналогично со случаем 5) $\Rightarrow (a-26)(a+27) = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\bullet a = 26 \Rightarrow b = a + 8 = 34 \Rightarrow c = b + 1 = 35 \quad (26; 34; 35)$$

$$\bullet a = -27 \Rightarrow b = a + 8 = -19 \Rightarrow c = b + 1 = -18 \quad (-27; -19; -18)$$

Для каждой из троек все условия выполнены $\Rightarrow$ все подходит

Ответ: $(a; b; c) = (26; 34; 25), (26; 34; 35), (-27; -19; -28), (-27; -19; -18)$

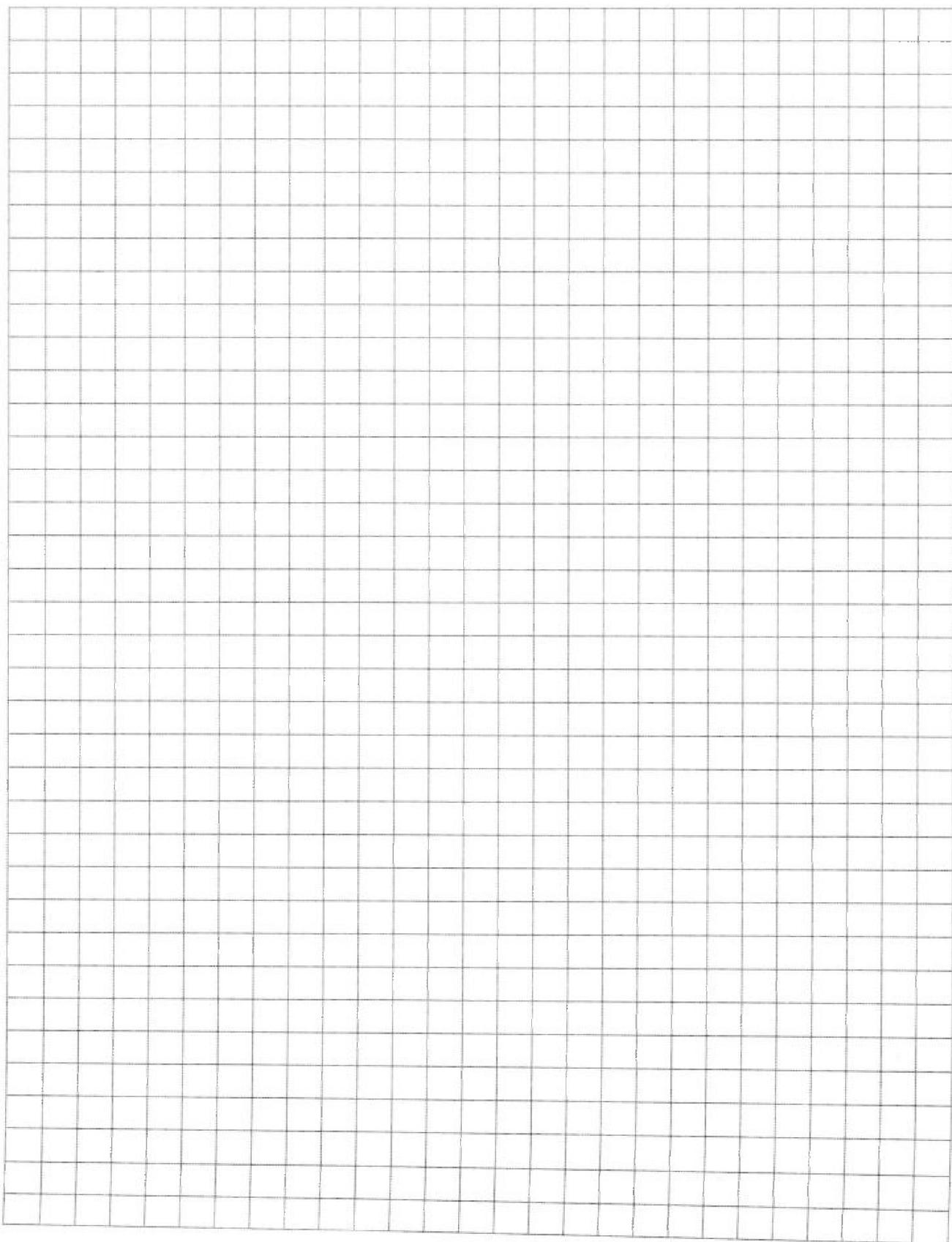


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $a-c=-1$ $b-a=1-p^2 \leq 0$ $(a-c)(b-c)$ $\cos x = -p$
 $b-c=-p^2$
4) $a-c=-p^2$ $b-c=-1$ $p < 1$ $\cos x = -p$
 $a-c=-9$ $c-a=9$ $\cos x = -1$ $\cos x = -1$
 $b-c=-1$ $c-b=1$ $a-b=8$ $(1+\cos x)^3 = 2p^3$
 $a-c=-p^2$ $b-c=-1$ $26, 34, 35$ $p=1$ $\cos x = -1$
 $b-a=8$ $-27, -19, -18$ $p=1$ $\cos x = -1$
 $b-c=-1$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad (t-1)^3 = \frac{1}{2} t^3$$

$$1-p = \frac{\cos x - 1}{\cos x^3}$$

$$\leq 4(p+3)$$

$$4 \leq 4p$$

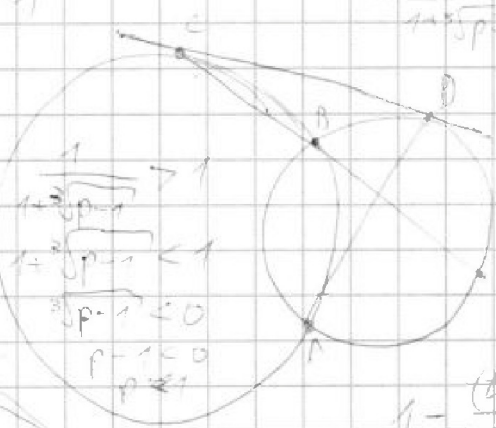
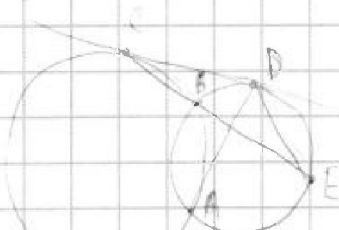
$$\frac{1}{2} t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$(1-\cos x)^3 = \cos^3 x$$

$$\geq -4(p+3)$$

$$1 - 4\sqrt[3]{p-1} > 0$$

$$\sqrt[3]{p-1} \leq 0$$



$$(1-\cos x)^3 = (p-1) \cos^3 x$$

$$1-\cos x = \sqrt[3]{p-1} \cos x$$

$$1 = \cos x (1 + \sqrt[3]{p-1})$$

$$\cos x = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$1 - \frac{(t-1)^3}{t^3}$$

$$1 - (1 - \frac{1}{t})^3$$

$$1 - 1.2^3$$

$$-0.728$$

$$1 - 1.5^3$$

$$-0.875$$

$$1 - 2^3$$

$$-7$$

$$1 - 2.5^3$$

$$-14.375$$

$$1 - 3^3$$

$$-26$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including geometric diagrams and algebraic calculations.

Geometric Diagrams:

- A circle with points A, B, C, D, E, F and various internal lines and angles.
- A 3D diagram of a cube or prism with vertices labeled.
- A right triangle with angles and side lengths.
- A diagram showing a line segment intersecting a circle.

Algebraic Calculations:

Top left: $\frac{1}{-1} > \frac{1}{\frac{1}{100}} > \frac{1}{\frac{1}{1000}}$

Top right: $a = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $\rho(\cos 3x + 3\cos x)$

Middle left: $\cos 5x = 2\cos^2 x - 1$

Middle right: $3(1 - \cos^2 x)\cos x = -3\cos x + 3\cos^3 x$

Bottom left: $\cos(x+2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = \cos^3 x - \sin^2 x \cos x$

Bottom middle: $\cos(3x) = \cos^3 x - 3\sin^2 x \cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x$

Bottom right: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

Calculus section:

$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

$\left(\frac{t-1}{t^3}\right)' = \frac{3(t-1)^2 t^2 - 3(t-1)^2 t^3}{t^6} = \frac{3(t-1)^2 t^2 (t^2 - t^3)}{t^6} = \frac{3(t-1)^2 (1-t)}{t^4}$

$\left(\frac{1}{2} - 1\right)^3 = \left(\frac{\cos x - 1}{\cos x}\right)^3$

