



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 5x + 4 \cos^3 x - 3 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

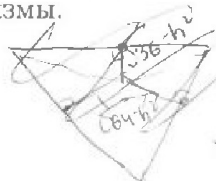
$$\frac{1}{4} + \frac{37}{4} + \frac{\sqrt{37}}{2} - \frac{1}{2} - \frac{37}{2} - 9 = 0$$

$$\frac{13}{2} - \frac{1}{2} = \frac{12}{2} - 9 - 9 = 0$$

$$12 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{37}}{2} - \frac{1}{4} - \frac{37}{4} - \frac{\sqrt{37}}{2} = 3$$

$$\frac{36+13}{4 \cdot 9 + 13} = \frac{49}{49} = 1$$

$$\frac{2 \cdot 9}{4} + 9 = 28$$



$$\frac{1}{4} + \frac{37}{4} - x$$

$$x \geq \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

НЛ. a_i - i -тый член геом. прогрессии $\Rightarrow a_i = a_1 \cdot k^{i-1}$, где k - её шаг

$$\Rightarrow a_7 = a_1 \cdot k^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}; \quad a_{13} = a_1 \cdot k^{12} = 5-x; \quad a_{15} = a_1 \cdot k^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)^2}$$

$$OD3: \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0; \quad (13x-35)(x+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ -1 \quad \frac{35}{13} \end{array} x$$

Но если a_7 (или a_{15}) равно 0, то либо $a_1 = 0 \Rightarrow$ все члены геом.-ти нулевые, или $k = 0 \Rightarrow a_i = 0 \quad \forall i \geq 2$. Эти случаи - не геом. прогрессии

$\Rightarrow OD3: x \in (-\infty, -1) \cup (\frac{35}{13}, +\infty)$. Ранее считал $a_1, k \neq 0$

т.к. a_7 и a_{15} - корни, то $a_7 > 0 \Rightarrow a_1 \cdot k^6 > 0 \quad k^6 > 0 \Rightarrow a_1 > 0$

$$\Rightarrow a_{13} = a_1 \cdot k^{12} > 0 \Rightarrow 5-x > 0 \Rightarrow x < 5$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} + \quad + \quad + \\ -1 \quad \frac{35}{13} \quad 5 \end{array} x$$

$$\frac{a_{15}}{a_7} = k^8 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)^2} \cdot (x+1)^3}{13x-35} = (x+1)^2 \Rightarrow k^4 = |x+1|$$

$$\frac{a_{13}}{a_7} = k^6 = (5-x) \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} \Rightarrow k^6 = (5-x)^2 \cdot \frac{(x+1)^3}{13x-35} = (k^4)^3 = |x+1|^3 \quad (1)$$

$$\left(\frac{a_{15}}{a_{13}}\right)^2 = (k^2)^2 = k^4 = \frac{(13x-35)(x+1)}{(5-x)^2} = |x+1| \quad (2)$$

• При $x < -1 \quad |x+1| = -(x+1) \Rightarrow$ (1) примет вид $(x+1)^3 \cdot \left(\frac{5-x}{13x-35} + 1\right) = 0$
(2) примет вид $(x+1) \left(\frac{13x-35}{(5-x)^2} + 1\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{5-x}{13x-35} = -1 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 75 = 35 - 13x \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 10 = 7^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-3-7}{2} = -5, \quad x_2 = \frac{-3+7}{2} = 2 > -1$$

• При $x > -1$ ($x \in (\frac{35}{13}, 5)$ с учетом взаимосвязности) $|x+1| = (x+1) \Rightarrow$ (1): $(x+1)^3 \left(\frac{5-x}{13x-35} - 1\right) = 0$

(2): $(x+1) \left(\frac{13x-35}{(5-x)^2} - 1\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{5-x}{13x-35} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 40x + 25 = 13x - 35$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 23x + 60 = 0 \quad \text{По т. Виета: } \begin{cases} x_3 + x_4 = 23 \\ x_3 x_4 = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 20 > 5 \\ x_4 = 3 \in (\frac{35}{13}, 5) \end{cases}$$

Ответ: $x \in \{-5, 3\}$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2. \begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z^2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z^2} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

Во втором уравнении правая часть $\leq 13 = \sqrt{169}$ и $z \leq 0.03$ ($|z| < 13$)

Посмотрим на левую часть. Пусть $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$.

При $y \geq 12$ $f(y) = 4y - 35 \geq 4 \cdot 12 - 35 = 13$, при $y = 12$ $f(y) = |12+1| = 13$

При $-1 \leq y < 12$ $f(y) = -2y + 37 > -2 \cdot 12 + 37 = 13$

При $y < -1$ $f(y) = -4y + 35 > -4 \cdot (-1) + 35 = 39 > 13$

т.е. $f(y) \geq 13 \quad \forall y \Rightarrow$ второе уравнение системы может иметь решение только тогда $f(y) = 13 = \sqrt{169-z^2} \Rightarrow z = 0, y = 12$ (иначе $f(y) > 13$)

Тогда уравне (1) можно переписать как: $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$

Замечим, что $(x+3)(4-x) = 12+x-x^2$. По ОДЗ $x \geq -3, x \leq 4$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$$

$$(2) \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5 \quad 1^2$$

$$x+3+4-x-2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(12+x-x^2) - 20\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$$

$$18\sqrt{12+x-x^2} = 4(12+x-x^2) + 18$$

$$9\sqrt{12+x-x^2} = 2(12+x-x^2) + 9$$

$$t = \sqrt{12+x-x^2} \geq 0$$

$$\Rightarrow 9t^2 - 2t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 9 \cdot 9 = 9 = 3^2 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{9+3}{4} = 3 \\ t = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12+x-x^2 = 9 & (*) \\ 12+x-x^2 = \frac{9}{4} & (**) \end{cases}$$

$$(*): x^2 - x - 9 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 9 = 37 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+\sqrt{37}}{2} < 4, > 0 \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{37}}{2} > -3 \end{cases}$$

$$(**): x^2 - x + \frac{21}{4} = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot \frac{21}{4} = 1 + 21 = 22 < 0 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{1+\sqrt{22}}{2} < 4 \\ x_4 = \frac{1-\sqrt{22}}{2} > -3 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } y = 12, z = 0, x \in \left\{ \frac{1+\sqrt{37}}{2}, \frac{1-\sqrt{37}}{2} \right\}$$

В уравн (2) левая часть > 0 при $\sqrt{x+3} > \sqrt{4-x} \Rightarrow$ при $x+3 > 4-x, x > \frac{1}{2}$, при $x < \frac{1}{2}$ левая часть < 0 .

При $t = 3$ (см. (*)) правая часть (2) $2 \cdot 3 - 5 = 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \Rightarrow x_1$ подходит, x_2 - нет

При $t = \frac{3}{2}$ (**) правая часть (2) $2 \cdot \frac{3}{2} - 5 = -2 < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \Rightarrow x_4$ подходит, x_3 - нет.

$$\text{Ответ: } z = 0, y = 12, x \in \left\{ \frac{1+\sqrt{37}}{2}, \frac{1-\sqrt{37}}{2} \right\}.$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 $\cos 3x + 3 \cdot \cos 2x + 6 \cdot \cos x = p.$

$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$; $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$. $\cos x = c \Rightarrow c \in [-1, 1]$

Исходное ур-ние: $f(c) = 4c^3 - 3c + 3(2c^2 - 1) + 6c$; $f(c) = p$

$f(c) = 4c^3 + 6c^2 + 3c - 3$

$f'(c) = 4 \cdot 3c^2 + 2 \cdot 6c + 3 = 3(4c^2 + 4c + 1) = 3(2c + 1)^2$

$\Rightarrow f'(c) = 0$ при $c = -\frac{1}{2}$, $f'(c) > 0$ для остальных c .

Т.к. $f(c)$ непрерывна, это означает, что $f(c)$ не убывает при $c \in (-\infty, +\infty)$, т.е. имеет вид, как на рисунке:

Видим $f(c) = 4(c + \frac{1}{2})^3 - 3,5$

$\Rightarrow \forall p$ $f(c) = p$ имеет ровно одно решение.

Но т.к. $c = \cos x$, нам нужно, чтобы это решение лежало на отрезке $[-1, 1]$

$\Rightarrow p \in [f(-1); f(1)]$

$f(-1) = 4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{7}{2} = -4$; $f(1) = 4 \cdot \frac{27}{8} - \frac{7}{2} = 10$

$\Rightarrow p \in [-4, 10]$

$p = 4 \cdot (\cos x + \frac{1}{2})^3 - 3,5$

$\Rightarrow \cos x + \frac{1}{2} = \sqrt[3]{\frac{p+3,5}{4}} \Rightarrow \cos x = \sqrt[3]{\frac{p+3,5}{4}} - \frac{1}{2} \in [-1, 1]$
при $p \in [-4, 10]$

~~хз как дальше~~

$\Rightarrow x = \pm \arccos(\sqrt[3]{\frac{p+3,5}{4}} - \frac{1}{2}) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ при $p \in (-4, -3) \cup (-3, 10)$

решения случаи:

при $p = -4$ $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

при $p = 10$ $\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

при $p = -3$ $\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

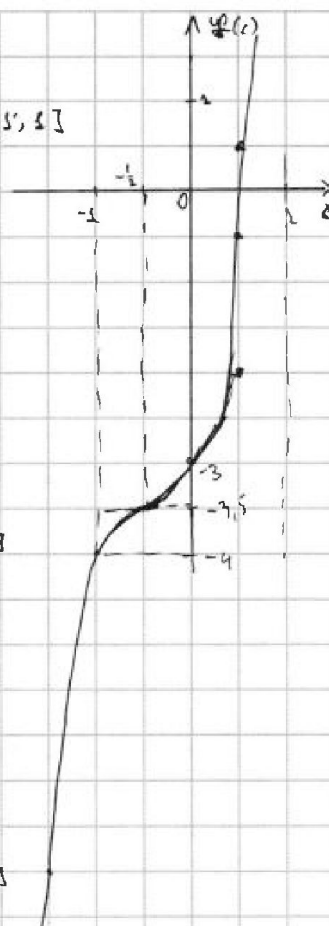
Ответ: $p \in [-4, 10]$;

при $p = -4$ $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

при $p = 10$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

при $p = -3$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

при $p \in (-4, -3) \cup (-3, 10)$ $x = \pm \arccos(\sqrt[3]{\frac{p+3,5}{4}} - \frac{1}{2}) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$



Dr. Geun: 5107: 5-37

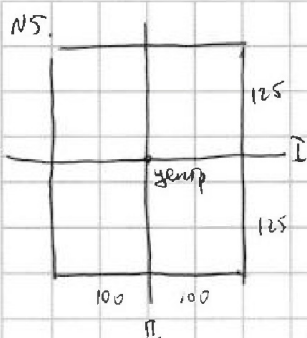


1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Чтобы закрасить 8 клеток, симметричных отн. I "средней линии" (шир.), необходимо и достаточно выбрать 4 клетки в верхней половине прямоугольника, остальные 4 закрасятся симметрично - симметрично $\Rightarrow$ раскрасок, симметричных отн. линии I $A_I = C_{125, 100}^4 = \frac{25000 \cdot 24999 \cdot 24998 \cdot 24997}{4!}$

Аналогично выбрать 8 клеток, симметричных отн. линии II есть

$$A_{II} = C_{100, 250}^4 = A_I \text{ способов.}$$

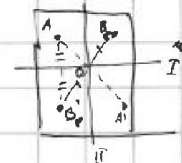
При этом будет A_{III} множество из 8 клеток, которые симметричны и отн. I, и отн. II. Чтобы получить такое множество клеток, необходимо и достаточно выбрать 2 клетки в одной из четвертей прямоугольника ("средние линии" делит прямоугольн. на 4 одинак. четверти), потом их отразить отн. I, отн. II и (отн. I + отн. II), т.е. во все остальные четверти $\Rightarrow A_{III} = C_{125, 100}^2 = \frac{12500 \cdot 12499}{2}$

$\Rightarrow$ всего множество из 8 клеток, обладающих симметрией относительно хотя бы одной средней линии $A_I + A_{II} - A_{III} = 2 \cdot C_{25000}^4 - C_{125000}^2$



Если множество из 8 клеток обладает симметрией отн. центра $\square$ (т.е. если клетку из мн-ва отразить отн. центра $\square$, попадем в клетку из мн-ва), то необходимо и достаточно для того, чтобы это задать, выбрать 4 клетки в верхней половине прямоугольника (каждая клетка оттуда от центра попадает в нижнюю половину. $\frac{25000}{2} : 2$, поскольку эти половины не пересекаются, центр - это вершина клеток, "средние линии" идут по границам клеток.)

Вообще способов выбрать 4 клетки из половины прямоугольника $A_{IV} = C_{125, 100}^4 = A_I$. Если эти 4 клетки не будут иметь симметрии отн. II линии, после отражения их от центра мы получим новое, еще не посчитанное множество, а если будут иметь симметрию отн. II линии - получимся мн-во клеток с симметрией отн. I и II линии.



(Предположим, мн-во получено симметрично отн. I линии $\Rightarrow$ 4 клетки A (см. рис. справа) есть симметрией B', являющейся симметр. парой для T. B из верхней половины, но тогда A симметр. B отн. II линии.

Это же работает в обратную сторону) $\Rightarrow$ множество, симметр. отн. центра, но не отн. средних линий $A_{IV} - A_{III}$

$$\Rightarrow \text{ответом будет } (A_I + A_{II} - A_{III}) + (A_{IV} - A_{III}) = 2 A_I - 2 A_{III}$$

$$\text{Ответ: } 2 \cdot C_{25000}^4 - 2 \cdot C_{12500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6. $(a-c)(b-c) = p^2$, где p -простое. $a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a-c)$ и $(b-c)$ тоже целые.
 $a > b \Rightarrow (a-c) > (b-c) \Rightarrow (a-c) \neq (b-c)$. $p^2 = 1 \cdot p^2 = (-1) \cdot (-p^2) = (\pm p) \cdot (\pm p)$,
 других разложений на 2 целых множителя нет. не подходит, т.к. $a \neq b$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} (p^2 > 1 \nmid p \text{ простое}) \Rightarrow \begin{cases} a = c + p^2 \\ b = c + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b = p^2 - 1 \\ a-b = -(p^2 - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} (-1 > -p^2 \nmid p \text{ простое}) \Rightarrow \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b = -1 + p^2 \\ a-b = -(p^2 - 1) \end{cases}$$

Если $p \equiv \pm 1 \pmod 3$, то $p^2 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow (p^2 - 1) : 3 \Rightarrow (a-b) : 3$ - противоречие 2 условию
 $\Rightarrow p \not\equiv \pm 1 \pmod 3 \Rightarrow p \equiv 0 \pmod 3$ (всего 3 остатка) $\Rightarrow p : 3$. Но p -простое $\Rightarrow \underline{p = 3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c + 9, & b = c + 1 \\ a = c - 1, & b = c - 9 \end{cases} \quad (1) \quad a-b = \pm 8 \neq 3 \quad (2)$$

В случае (1) $a + b^2 = c + 9 + c^2 + 2c + 1 = 560 \Rightarrow c^2 + 3c - 550 = 0$
 $D = 9 + 4 \cdot 550 = 2209 = 47^2 \Rightarrow c_1 = -\frac{3-47}{2} = -25 \Rightarrow a_1 = -16, b_1 = -24$
 $c_2 = -\frac{3+47}{2} = -25 \Rightarrow a_2 = 31, b_2 = 23$

В случае (2) $a + b^2 = c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560 \Rightarrow c^2 - 17c - 480 = 0$
 $D = 289 + 4 \cdot 480 = 2209 = 47^2 \Rightarrow c_3 = \frac{17-47}{2} = -15 \Rightarrow a_3 = -16, b_3 = -24$
 $c_4 = \frac{17+47}{2} = 32 \Rightarrow a_4 = 31, b_4 = 23$

Ответ: $(-16; -24; -25); (31; 23; 22); (-16; -24; -15); (31; 23; 32)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7. $\triangle ABC$ - основание пирамиды, $\triangle A_1B_1C_1$ - другое основание
 $AA_1 = BB_1 = CC_1 = l$, $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ по теореме
 $\Rightarrow$ боковые стороны - параллелограммы, стороны оснований
которых равно l



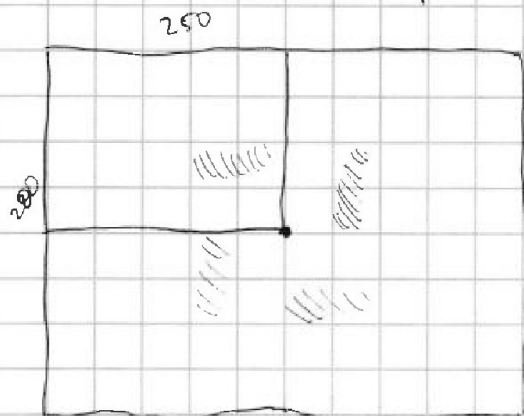
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

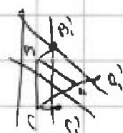
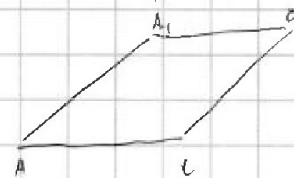
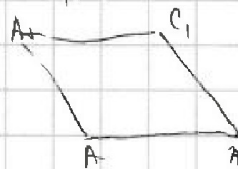
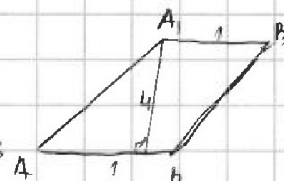
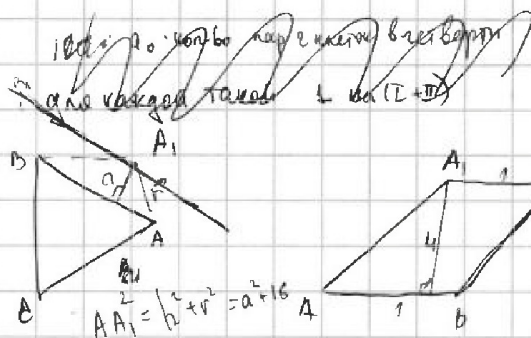
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

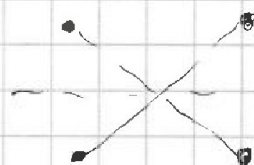
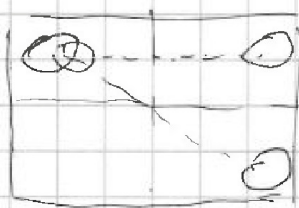


$$a_0 = \frac{100 \cdot 125 (100 \cdot 25 + 1)}{2}$$



Посимметрии I типа
А по I и II

C_{2500}^4 , посимметрии II типа



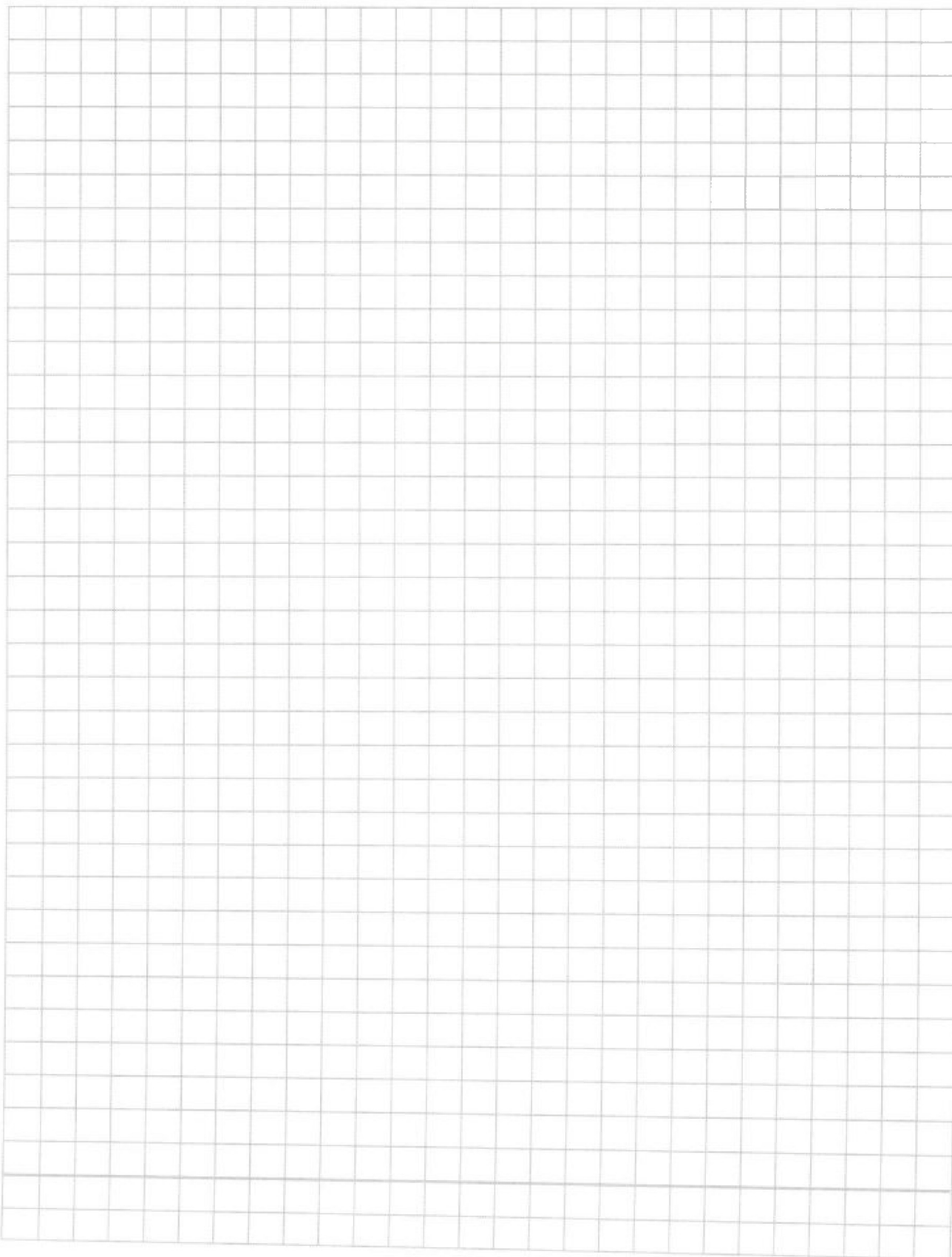


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

