



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



- ① [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

- ③ [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

- ⑤ [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ⑥ [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 241

Пусть частное геом. прогрессии равно d

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot d^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

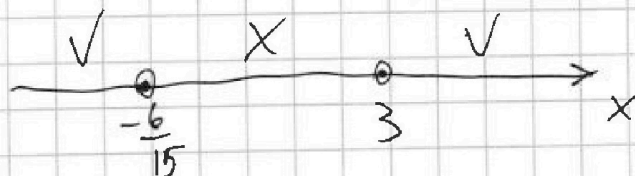
$$d^8 = \sqrt{(x-3)^4}$$

$$d^8 = (x-3)^2$$

$$d = \sqrt[4]{x-3} \pm |x-3|^{\frac{1}{4}}$$

$15x+6 \neq 0$ т.к. при этом прогрессия нулевая; $x+4=0$ это не может выполняться одновременно с $15x+6=0$

$(15x+6)$ и $(x-3)$ одинаковы знаков т.к. вместе стоят под корнем.



$$x \in \left(-\infty; -\frac{6}{15}\right) \cup (3; +\infty)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Десятый член

$$x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot (|x-3|^{\frac{1}{4}})^6 = \pm |x-3|^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{|15x+6|}$$

$$(x+4)^2 = |15x+6|$$

1) Пусть $15x+6 > 0; x-3 > 0$

Тогда ^{распишем} разность прогрессий равно

$$d = \pm (x-3)^{\frac{1}{4}}; \text{ возьмем с плюсом}$$

Десятый член прогрессии ^(машинная разность) ^{внесем его} ^{возведем)}

$$x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot ((x-3)^{\frac{1}{4}})^6 =$$

$$= \sqrt{15x+6}; \quad \begin{cases} x^2 + 168x + 16 = 15x + 6 \\ x+4 > 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=5 \end{cases}; \text{ оба подходят}$$

$x=2$ не подходит, т.к. по предположению $x-3 > 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Теперь предположим, что $(x-3) < 0$;
 $(15x+6) < 0$; заменим $d = \pm (3-x)^{\frac{1}{4}}$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{-6-15x}{(3-x)^3}}$$

Решим этот:

$$x+4 = \sqrt{-6-15x} \quad ; \quad x+4 \geq 0$$

$$x^2 + 8x + 16 = -6 - 15x$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x = -22$$

$$x = -1$$

$x = -22$ не подходит
 $x = -1$ подходит
м.к. $x+4 \geq 0$

но оба лежат в области

определения $x \in (-\infty; -\frac{6}{15}) \cup (3; +\infty)$

Ответ: $\{x \in \mathbb{R}; -22; -1; 5\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 4 + 32,75 \cdot 4 = 4 + 128 + 3 = 135 = 9 \cdot 15$$

$$x = \pm 2$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{80}}{2} = 1 \pm \sqrt{20} \quad | x+7 > 0; \quad 5-x < 0$$

или $x = 1 + \sqrt{20}$

$$2) (x+7)(5-x) = 2,25$$

$$x = \frac{2 \pm 3\sqrt{15}}{2} =$$

$$x = 1 + \frac{3}{2}\sqrt{15} \text{ можно}$$

м.к. $5-x < 0$

$$x^2 + 2x - 32,75 = 0 = 1 \pm \frac{3}{2}\sqrt{15}$$

$$6 = \sqrt{5-x} - \sqrt{x+7} + 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

слева положит., меньше, бывает

$$36 = 12 + 4(x+7)(5-x) - 4(x+7)\sqrt{5-x} + 4(5-x)\sqrt{x+7} - 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$

Ответ:

$$y = 35$$

$$z = 0$$

$$x = \frac{2 \pm 3\sqrt{15}}{2}$$

$$x = (1 \pm \sqrt{20})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 6$$

возводим в квадрат

$$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} =$$

$$= 4(x+7)(5-x) - 24\sqrt{(x+7)(5-x)} + 36$$

$$12 + 22\sqrt{(x+7)(5-x)} = 36 + 4(x+7)(5-x)$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = t; \quad t \geq 0$$

$$12 + 22t = 36 + 4t^2$$

$$t^2 - 5,5t + 6 = 0$$

$$(t-4)(t-1,5) = 0$$

$$\begin{cases} t=4 \\ t=1,5 \end{cases}$$

$$1) (x+7)(5-x) = 16$$

$$-x^2 + 35 - 2x = 16; \quad x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} = \pm \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = \pm (-1 \pm \sqrt{5})$$

$$2) (x+7)(5-x) = 2,25; \quad -x^2 + 35 - 2x = 2,25$$

$$x^2 + 2x - 32,75 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Представим в первом:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} =$$
$$= 2\sqrt{(5-x)(x+7)}$$

~~$$\sqrt{5-x}(\sqrt{x+7} + 1) + \sqrt{x+7}(\sqrt{5-x} - 1) = 6$$~~

~~$x+7 \geq 0; 5-x \geq 0$; 6 квадратов возведем~~

~~$$x+7 + 5-x + 36 + 2\sqrt{35(5-x)(x+7)} + 12\sqrt{x+7} - 12\sqrt{5-x}$$~~

~~$$5-x = t; x+7 = 12-x-5+12 = 12-t$$
$$\sqrt{12-t} - \sqrt{t} + 6 = 2\sqrt{t(12-t)}$$~~

~~$$\sqrt{5-x} = a; \sqrt{x+7} = b; a, b \geq 0$$~~

~~$$b-a+6 = 2ab$$~~

~~$$a(2b+1) = b+6$$~~

~~$$a = \frac{b+6}{2b+1}$$~~

~~$$\sqrt{5-x} = \frac{\sqrt{x+7}+6}{2\sqrt{x+7}+1}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) y < 20$$

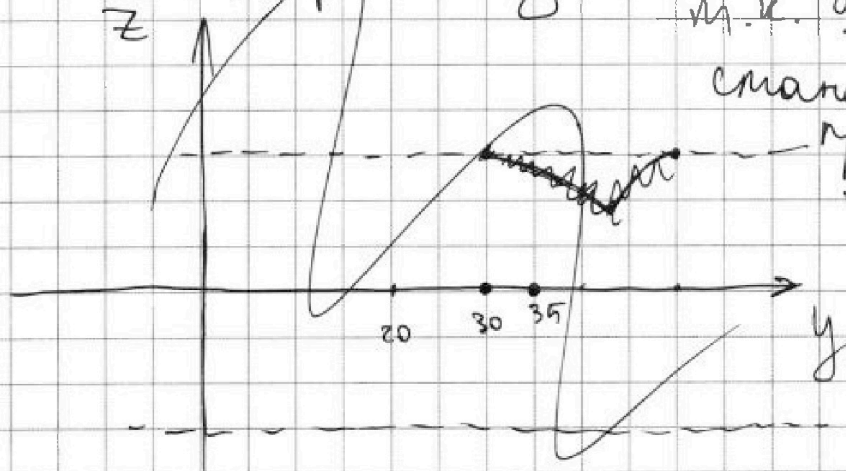
$$0 < 90 - 3y = \sqrt{225 - z^2}$$

$$(3y - 90)^2 + z^2 = \sqrt{\quad} \quad 225$$

$$9(y - 30)^2 + z^2 = 225 -$$

дуга того же эллипса, что и
в первом интервале. Но там не подходят

График y, z :



точки $y < 20$,

т.к. $9(y - 30)^2$
становится

при этом
иного больше
225.

Таким образом, $y = 35$; $z = 0$ —
единственное возможное реше-
ние второго уравнения.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

1) в максимуме y, z выполняется второе уравнение.

из него следует $|z| \leq 15$

м.к. $\sqrt{225-z^2}$

Пусть 1) $y \geq 35$

$$3y - 90 = \sqrt{225-z^2}$$

$$9y^2 - 540y + 8100 = 225 - z^2$$

$$(3y-90)^2 - z^2 = 225 - z^2 \quad \text{для } z=0$$

Пусть $y \geq 35$

решение

только одно ($y=35$)

м.к. при $y \geq 35$

$$9(y-30)^2 > 225$$

2) $20 < y < 35$; раскрываем модуль

$$0 < -y + 70 = \sqrt{225-z^2}$$

$$(y-70)^2 + z^2 = 225 \quad \text{для окруж-}$$

ности.

Но точки $20 < y < 35$ здесь не попадают
кроме $y=35$ м.к. нет таких точек. Решений.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= 2 \cos^2 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= \cancel{\cos x} - 2 \cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cdot \cos x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cdot 6 \cos^2 x + (p - 3)$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p - 3$$

$$\text{замена } t = \cos x; t \in [-1; 1]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t = p - 3$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t$$

Найдем область значений

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) =$$
$$= 3(2t - 1)^2 = 12 \left(t - \frac{1}{2}\right)^2$$

Производная записывается

лишь однажды, в точке $t = \frac{1}{2}$

Отсюда как раз и получим ответ



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

диапазоне.

Наш $f(t)$ непрерывна на $t \in [-1; 1]$; найдем значения на концах отрезка и $t = \frac{1}{2}$

$$f(-1) = -13$$

$$f(1) = 1$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

т.е. $p-3 \in [-13; 1]$; $p-3=0$

$$p \in [-10; 4]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t = p-3 \quad a$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t - a = 0$$

$$4t^3 - \frac{3t^2}{2} + \frac{3t}{4} - \frac{a}{4} = 0$$

Получим $t \neq 0$

$a \neq 0$

$$f'(t) \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

т.е. для любого p решение одно.

(слева функция монотонно, справа константа)

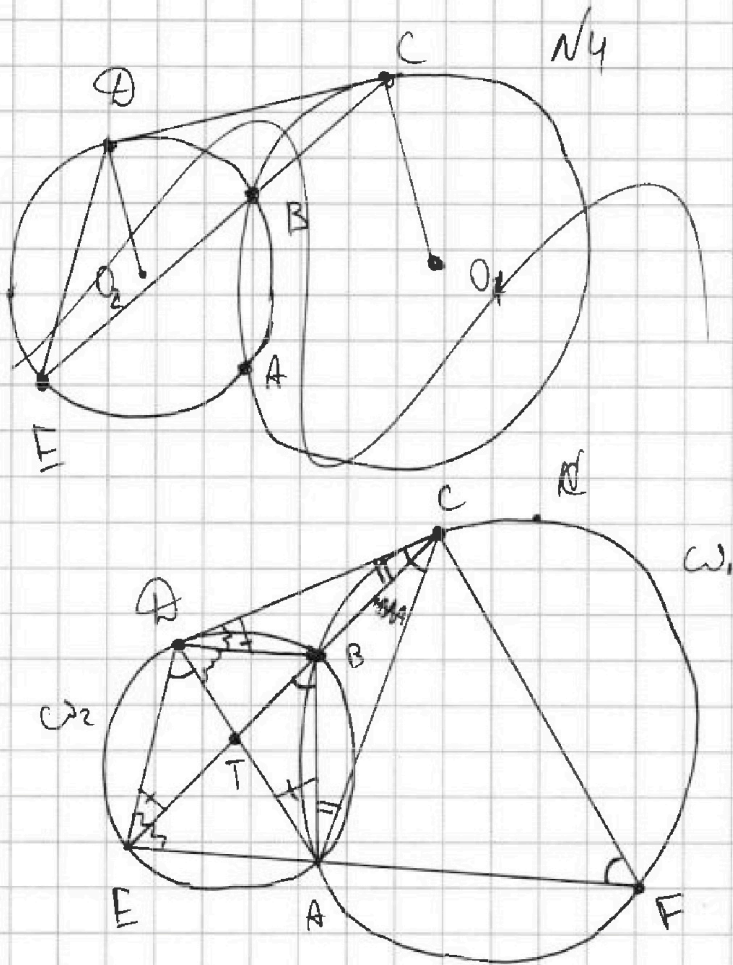


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Прямая EA пересекает ω_1 в точке F ; $\angle AFE = \angle DCA$ по свойству касательной

$$\angle EBA = \angle AFC \text{ т.к. } \angle ABC = \pi - \angle AFC;$$

$$\angle EBA = \pi - \angle ABC$$

2) $\angle DCA = \angle DCA$ по свойству касательной.

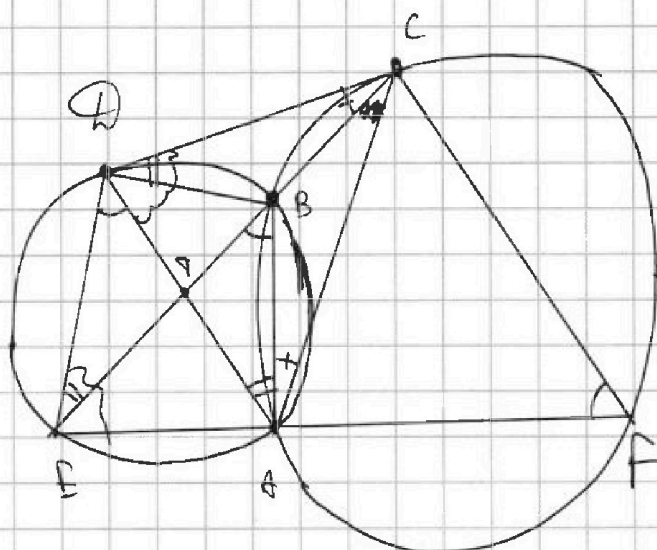


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle DCB = \angle BAC$$

$$\angle CDB = \angle DEB =$$

$$= \angle DAB$$

Ан

$$\angle CDB = \angle DEB;$$

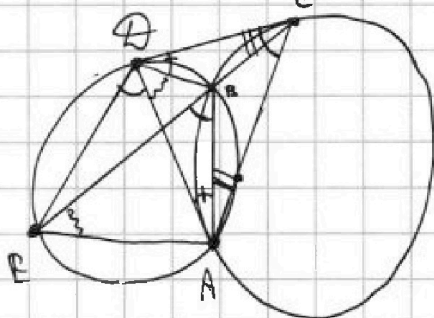
$$\angle DCB =$$

$\triangle DCB \sim \triangle ECA$ по двум углам.

$$\frac{CD}{DE} = \frac{CB}{BD}$$

$$; \angle BAC + \angle BCA = \angle EBA$$

(как внешний)



$$\angle BCA + \angle BCD = \angle EBA$$

по ранее доказанной
теореме

$$\angle BAC = \angle BCD$$

$$\angle EBA = \angle ABC + \angle CBD + \angle BCD$$

$$\angle EBA = \angle EBA = \angle BDC + \angle BCD = \angle DAC$$

$\triangle EBA \sim \triangle DAC$ по двум углам

$$\frac{EB}{CD} = \frac{EA}{AC} = \frac{AE}{AD}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

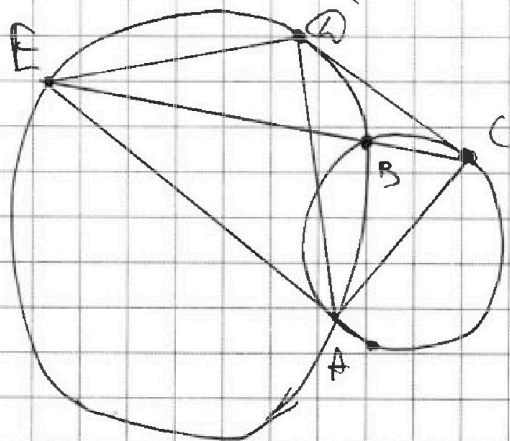
$$\frac{ET}{\varnothing T} = \frac{AE}{B\varnothing} ; ET = \frac{AE \cdot \varnothing T}{B\varnothing}$$

$$CB = \frac{C\varnothing \cdot B\varnothing}{\varnothing E}$$

$$\frac{BT}{\varnothing T} = \frac{AB}{\varnothing E} ; BT = \frac{AB \cdot \varnothing T}{\varnothing E}$$

$$\cancel{BT} \quad \frac{ET}{CB + BT} = \frac{AE \cdot \varnothing T \cdot \varnothing E}{B\varnothing (C\varnothing \cdot B\varnothing + AB \cdot \varnothing T)} =$$

$$= \frac{AE \cdot \varnothing T \cdot \varnothing E}{C\varnothing (C\varnothing \cdot B\varnothing + AB \cdot \varnothing T)}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

1) Симметрия относительно горизонтальной средней линии: Первую шестку ставим, вторая ставится автоматически. Аналогично ставимые 3. По-сути, мы занимаем только верхнюю и верхнюю половину, ставимые в нижней ставятся сами. Спос. расстановки C_{1500}^4 (производная по половине, выбираем 4). Аналогично рассуждаем для горизонтальной и центральной симметрии, для центральной тоже подходит, т.к. поставив шестку в верхнюю половину мы автоматически ставим в правую. И.е. спос. расстановки C_{1500}^4 НО мы это-то посчитали ≥ 4 более раз



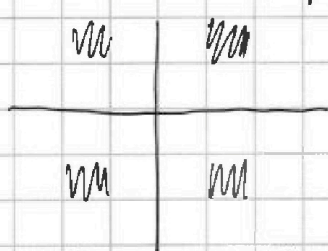
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поймем, что же.

Есть карточки, в которых
 собирается одновременно две
 осевые симметрии сразу:



из одновременно
 с этим там
 выполняется также

центральная симметрия.

т.е. данные карточки мы поставим
 3 раза вместо одного панно.

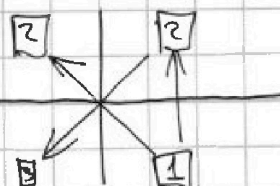
Там карточек C_{750}^2

(мы ставим две метки в одной из
 четвертей прямоугольника; остальные
 вставят сошл.) ответ: $3C_{1500}^4 - 2C_{750}^2$

при этом не может быть так, чтобы
 выполнялась одновременно центральная
 и вертикальная, но не выполнялась

горизонтальная:

первой ставим метку 1; ее образы - 2
 образы одной из них - 3; есть все
 симметрии.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Первый разобрали.
Это второй:

$$1) b - c = -p^2$$

$$a - c = -1$$

$$a - b = (p - 1)(p + 1) = 8$$

$a = b + 8$ то же самое что и в первом
в принципе, только с другим

$$a = -21; b = -29; c = -20$$

$$a = 29; b = 28; c = 37$$

$$2) b - c = p^2; a - c = 1$$

$$b - a = 8; \text{ много слов}$$

Ответ: $-21; -29; -20$

$-21; -29; -30$

$36; 28; 37$

$36; 28; 37$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b^2 + b - 812 = 0$$

~~812 берем корень тем
(812 кратно корням 812 = ч. 203
203 - простое~~

$$(b + 29)(b - 28) = 0$$

$$b = -29; a = -21 - \text{решение}$$

$$\text{Тогда } c = -30$$

$$b = 28; a = 36; c = 27 - \text{решение}$$

$$a) a - c = -p^2$$

$$b - c = -1$$

$$b - a = (p - 1)(p + 1) = 8 \text{ слова}$$

$$a = b - 8 \text{ уже было, т.к. } a < b$$

$$b - 8 + b^2 = 828; b^2 + b - 828 = 0$$

$$828 = 4 \cdot 207 = 4 \cdot 9 \cdot 23$$

~~у этого числа корня не будет,
т.к. у 828 нет делителей,~~

~~Остаток возведя на 1 (Всегда ^{сумма} _{чисел})
и вводя 4 \cdot 828 + 1 \neq 1 - не полный квадрат~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$(a-c)(b-c)$ - квадрат простого
числа; тогда мы

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{cases} a-c = \pm p \\ b-c = \pm p \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} b-c = \pm p^2 \\ a-c = \pm 1 \end{cases} \quad (3)$$

Первый случай нех, м.к.

тогда $a-c = b-c$; $a = b$; $a-b \div 3$
второй:

$$1) a-c = p^2$$

$$b-c = 1$$

$$a-b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$$

тогда оно не делится на p , тогда тогда

$$p = 3; a-b = 8; a = b+8$$

$$b+8+b^2 = 820; b^2+b-812=0$$

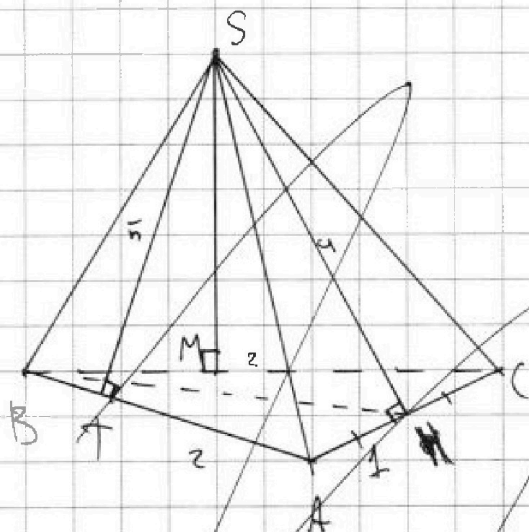


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N7

из симметрии

$SABC$

$$S_{ABS} = S_{BCS} = 5$$

$$BC = AB = 2$$

$ST = SM = 5$ — высоты ABS , BCS
 S равнобедренная

от стороны AB и BC , значит,

она лежит из симметрии,

она лежит в плоскости,

перпендикулярной (ABC) и проходящей через биссектрису $\angle ABC$

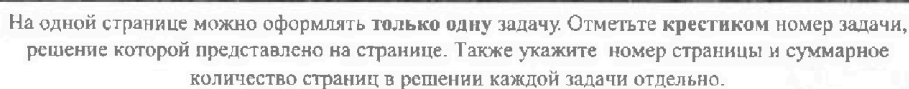
отсюда $\triangle ASC$ — равнобедренный
Его высота SH — она же медиана и

биссектриса.

$$\frac{SH \cdot AC}{2} = 5; SH = 4; AH = HC = 1$$

По м. Пифагора для $\triangle AHS$

$$AS^2 = SH^2 + AH^2 = 17; AS = \sqrt{17}$$



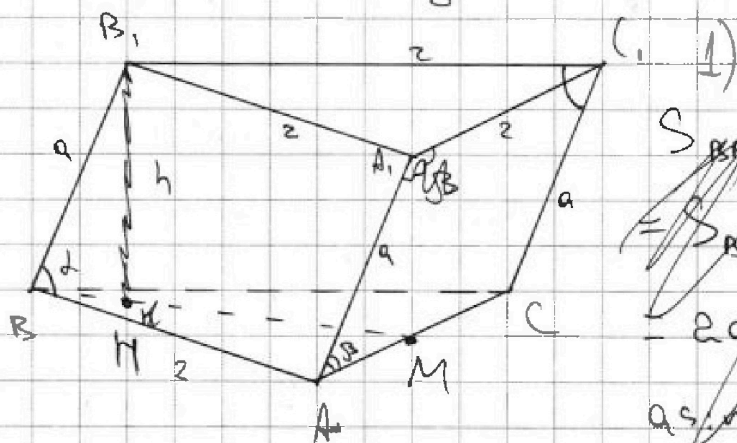
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

To/r. The papers

$$LA^2 = AS^2 - SA^2$$

Пусть S — основная сторона равна a



$$S_{BBA, A} =$$

~~$\Rightarrow BB.C.C =$~~

~~$29 \sin d = 5$~~

$$a_s \cdot n \cdot d = \frac{n}{2}$$

- скорости на параллельных AB, A_1C_1
 BC, B_1C_1 .

$$S_{AA,CC} = 20, S_{AB} = 4, AS:AB = 5$$

Точка B_1 равноудалена от прямых AB и BC , т.е. она лежит в плоскости, перпендикулярной (ABC) и проходящей через BM — биссектрису $\angle B$.

$$S_{AB, A} = S_{BD, B} = 45; S_{AA, C, C} = 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

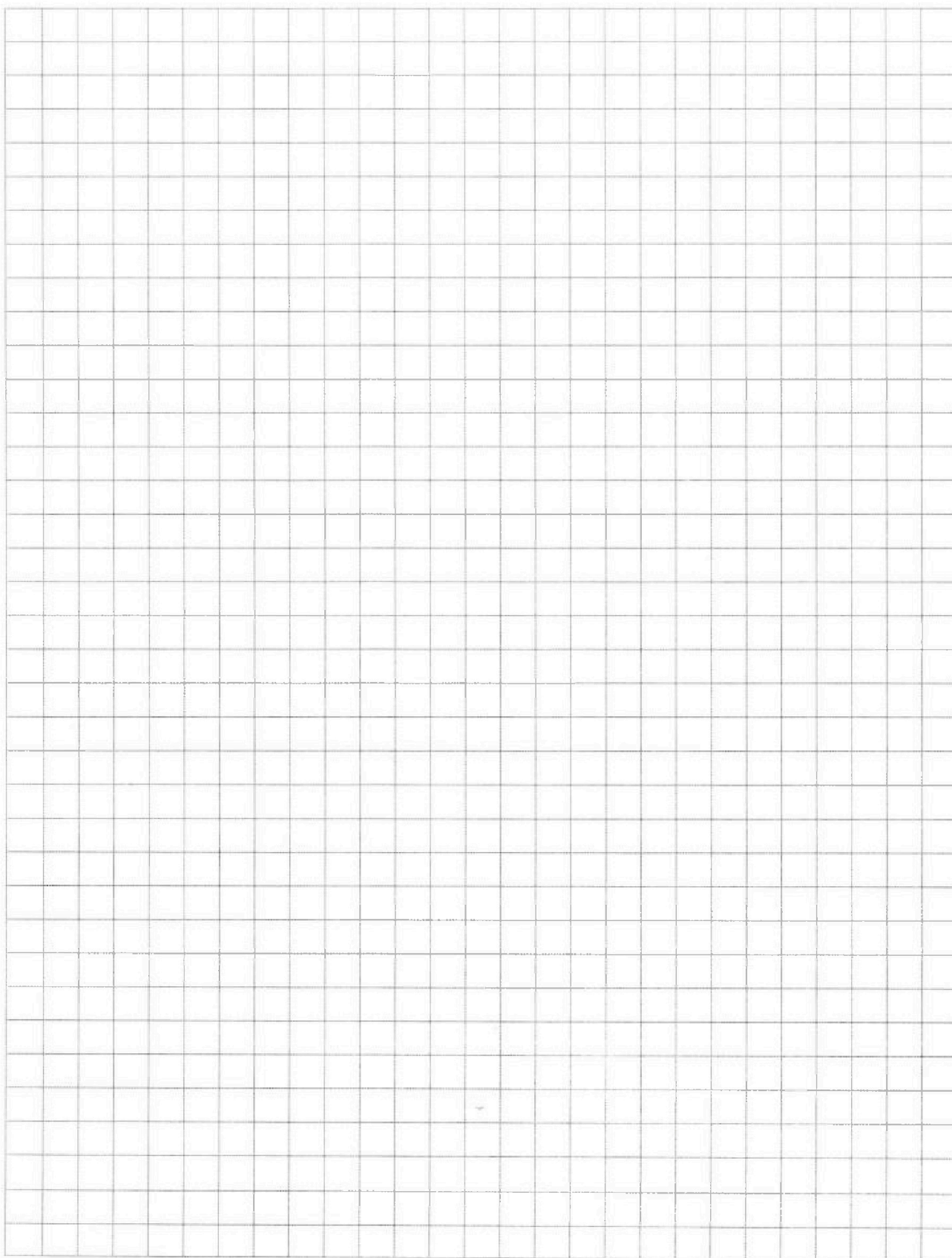
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отнода AA_1C_1C — прямоугольник.

$(AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1; BB_1 \text{ проецируется}$

на BM при проекции на ABC ;

$BM \perp AC$; проекции AA_1 ; CC_1 на

ABC равны и перпендикулярны
 AC)

$$Q = \frac{S_{AA_1C_1C}}{2} = 2$$