



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

a_1 - первый член прогрессии, d - разность прогрессии.

$$a_7 = a_1 \cdot d^6; a_9 = a_1 \cdot d^8; a_{15} = a_1 \cdot d^{14}$$

$$a_9 = a_1 \cdot \frac{a_{15}}{a_7} = x+3 = a_1 \cdot \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{(x-6)^3}} = a_1 \cdot \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} =$$

$$= \frac{a_1}{(x-6)^2} \Rightarrow (x+3)(x-6)^2 = a_1$$

$$\frac{a_9}{a_7} = d^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(x-6)(25x-9)}} \Rightarrow a_{15} = a_9 \cdot d^6 = (x+3) \cdot \left(\frac{x+3}{\sqrt{(x-6)(25x-9)}} \right)^3 =$$

$$= \frac{(x+3)^4}{(\sqrt{(x-6)(25x-9)})^3} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\frac{(x+3)^8}{((x-6)(25x-9))^3} = \frac{25x-9}{(x-6)^3} \Rightarrow \begin{cases} (x+3)^8 = (25x-9)^4 \\ x \neq 6 \\ (x-6)(25x-9) \geq 0 \\ x \neq \frac{9}{25} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{9}{25} \\ x > 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x < \frac{9}{25} \\ (x+3)^2 = 9-25x \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x > 6 \\ (x+3)^2 = 25x-9 \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \begin{cases} x < \frac{9}{25} \\ x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{9}{25} \\ x(x+31) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{9}{25} \\ x = 0 \\ x = -31 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -31 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x > 6 \\ x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 6 \\ x^2 - 19x + 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 6 \\ (x-18)(x-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 6 \\ x = 18 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \underline{x = 18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$* \text{Т.к. } d^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(x-6)(25x-9)}} \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = -3$ не подходит. Тогда $\begin{cases} x=0 \\ x=18 \end{cases}$

ответ: $\{0; 18\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -2 \pm \frac{\sqrt{176}}{8} \\ x \geq -\frac{2}{3} \\ x = -2 \pm 2\sqrt{2} \\ x \leq -1 \\ -5 \leq x \leq 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cancel{x = -2 \pm \frac{\sqrt{176}}{8}} \\ \cancel{x \geq -\frac{2}{3}} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \\ y = 5 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Answer: } \left\{ \left(-2 + \frac{\sqrt{176}}{8}; 5; 0 \right); \left(-2 - \frac{\sqrt{176}}{8}; 5; 0 \right); \left(-2 - 2\sqrt{2}; 5; 0 \right) \right\}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \quad (1)$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad (2)$$

$$(2) \quad |y+4| + 4|y-5| = \underbrace{\sqrt{81-z^2}}_{\leq 81} \leq 9$$

$$|y+4| + |y-5| \geq 9; \quad 3|y-5| \geq 0 \Rightarrow |y+4| + 4|y-5| \geq 9$$

$$\text{тогда: } \underbrace{|y+4| + 4|y-5|}_{\geq 9} = \underbrace{\sqrt{81-z^2}}_{\leq 9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |y+4| + 4|y-5| = 9 \quad \left\{ \begin{array}{l} y=5 \\ z=0 \end{array} \right.$$
$$\sqrt{81-z^2} = 9$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ y=5 \\ z=0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \\ y=5 \\ z=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-5x+x-x^2} \quad * \\ y=5 \\ z=0 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

* Замена: $a = \sqrt{x+5}$, $b = \sqrt{1-x}$, $a \geq 0$, $b \geq 0$, ~~$a \neq b$~~ тогда:

$$(a-b)^2 - 2 + a - b = 0$$

$$(a-b)^2 - 1 + a - b - 1 = 0$$

$$(a-b-1)(a-b+1) + (a-b-1) = 0$$

$$(a-b-1)(a-b+1+1) = 0$$

$$\begin{cases} a = b+1 \\ a = b-2 \end{cases} \quad \text{обр. замена: } \begin{cases} \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} + 1 \\ \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} + 1 & \Rightarrow \text{max 1 корень} \\ \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2 & \Rightarrow \text{max 1 корень} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 \leq x \leq 1 \\ \begin{cases} x+5 = 1-x+1+2\sqrt{1-x} \\ x+5 = 1-x+4-4\sqrt{1-x} \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} -5 \leq x \leq 1 \\ \begin{cases} 2x+3 = 2\sqrt{1-x} \\ 2x = -4\sqrt{1-x} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x \\ x \geq -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2 + 16x + 5 = 0 \\ x \geq -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - \frac{7}{3}x - \frac{16 \pm \sqrt{256-40}}{8} \\ x \geq -1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3.

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot (4 \cos^3 x - 3 \cos x) + (3p+12) \cos x = 6 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

Тип $p = 1$: $\cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$

$$(\cos x - 1)(\cos^2 x + \cos x + 1) - 3 \cos x (\cos x - 1) = 0$$

$$(\cos x - 1)(\cos x - 1)^2 = 0$$

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Тип $p \neq 0$: $-3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$

$$3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = \frac{3 \pm \sqrt{9-12}}{6} \Delta < 0 \Rightarrow \text{нет реш. относительно } \cos x \Rightarrow \emptyset$$

Тип $|p| \neq 1$: $(p-1) \cos^3 x + (\cos x - 1)^3 = 0$

$$(\sqrt[p]{p-1} \cdot \cos x + \cos x - 1)(\sqrt[p]{p-1} \cos^2 x - \sqrt[p]{p-1} \cos x \cdot (\cos x - 1) + (\cos x - 1)^2) = 0$$

нет корней относительно $\cos x \Rightarrow x \in \emptyset$
(т.к. неположительный квадрат разности)

$$\sqrt[p]{p-1} \cdot \cos x + \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[p]{p-1} + 1} \quad \left| \begin{array}{l} x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[p]{p-1} + 1}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ -1 \leq \frac{1}{\sqrt[p]{p-1} + 1} \leq 1 \quad * \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} * \quad -1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} &\Rightarrow \frac{\sqrt[3]{p-1}+2}{\sqrt[3]{p-1}+1} \geq 0 \end{aligned}$$
$$1 \geq \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{p-1}}{\sqrt[3]{p-1}+1} \geq 0$$

$$\begin{cases} p \leq -7 \\ p > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p \leq 7 \\ p > 1 \end{cases} \quad 1 < p \leq 7$$

ответ: при $p=1$: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, при $p \in (1; 7]$:

$$x = \pm \arccos(\sqrt[3]{p-1}+1) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4.

1. $AD \cap CE = O$; $CO:OE = 2:5$

$$2. \angle DCA = \frac{\angle ADE + \angle EBD - \angle BEA}{2} =$$

$$= \frac{180^\circ - \beta - \alpha + \beta - \alpha}{2} = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} =$$

$$= 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle CAD = 90^\circ$$

3. ~~$\triangle ADE \sim \triangle ACD$~~

$$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DE}$$

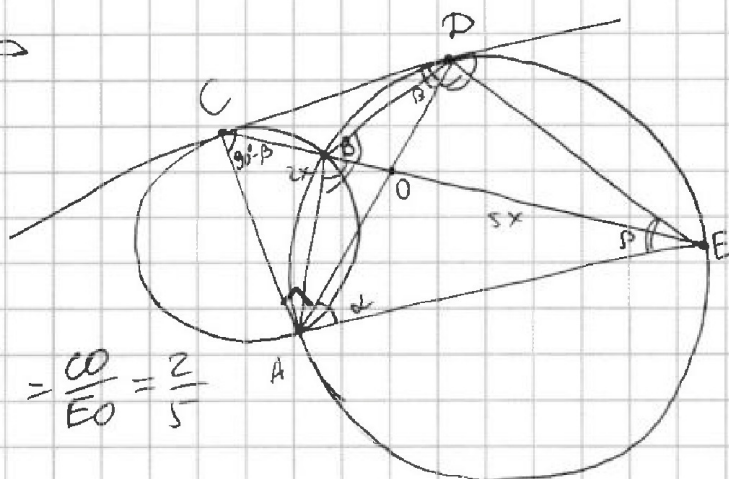
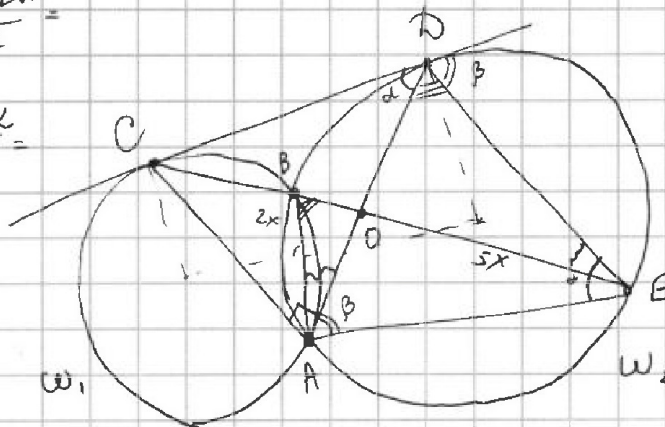
~~$\triangle COD \sim \triangle EOD$~~

$$\Rightarrow \frac{CO}{OE} = \frac{DO}{DO} = 1$$

DO - succ. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{CO}{CO} = \frac{DE}{EO} \Rightarrow \frac{CO}{DE} = \frac{CO}{EO} = \frac{2}{5}$$

Order: ~~CE~~ $ED:CO = 5:2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

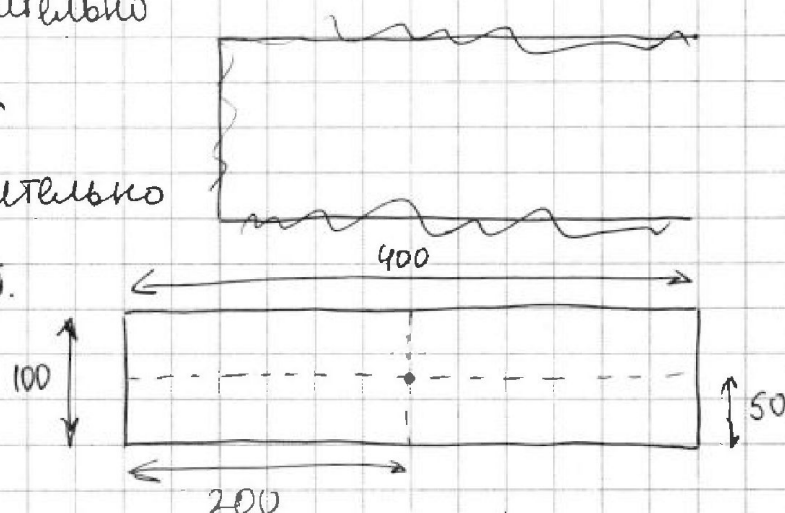
1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

Симметрия относительно
центра равносильно

симметрии относительно
сразу двух ср. линий.



относительно вертикальной ср. линии: C_{20000}^4 -

В левой половине 20000 клеток, из них мы должны
закрасить 4, а ост. 4 отразить.

② относительно горизонтальной ср. линии: C_{20000}^4 -

В верхней половине 20000 клеток, из них мы должны
закрасить 4, а ост. 4 отразить.

Пусть A - способ ①, B - способ ②. Тогда симметрия
относительно центра = $A \cap B$. Симметрия относительно
верт. ср. линии (A) или гор. ср. линии (B) = $A \cup B$.

Тогда $A+B = A \cup B + A \cap B$ - исконое.

$$A+B = C_{20000}^4 + C_{20000}^4 = 2C_{20000}^4 \quad \text{Ответ: } 2 \cdot C_{20000}^4$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6.

$$(a; b; c) : a < b; b - a \not\equiv 3; (a - c)(b - c) - \text{квадрат простого}; a^2 + b = 710$$

$$a^2 + b = 710 : a = 1, b = 709 \Rightarrow \text{не подх.}, b - a \not\equiv 3$$

$$a = 2, b = 706 \Rightarrow \text{не подх.}$$

$$(a - c)(b - c) - \text{квадрат простого числа } p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - c = 1, b - c = p^2 & (1) \\ a - c = -1, b - c = -p^2 \text{ не подх. т.к. } a > b \text{ } (|p| > 1) \Rightarrow -p^2 < -1 \\ a - c = p, b - c = p \text{ не подх. т.к. } a = b \\ a - c = -p, b - c = -p \text{ не подх. т.к. } a = b \\ a - c = p^2, b - c = 1 \text{ не подх. т.к. } a > b \text{ } (|p| > 1) \Rightarrow p^2 > 1 \\ a - c = -p^2, b - c = -1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c + 1 \\ b = p^2 + c \end{cases} \Rightarrow b - a = p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1)$$

$$1) p \equiv 3 \Rightarrow p - 1 \not\equiv 3, p + 1 \not\equiv 3, p = 3 \Rightarrow a = c + 1, b = 9 + c \Rightarrow$$

(т.к. число не простое)

$$\Rightarrow c^2 + 2c + 1 + 9 + c = 710 \Rightarrow$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0 \Rightarrow c = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 2800}}{2} = \frac{-3 \pm 53}{2} \Rightarrow \begin{cases} c = 25 \\ c = -28 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \end{cases} \checkmark$$

$$\begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases} \checkmark$$

$$2) p \not\equiv 3 \Rightarrow \begin{cases} p - 1 \equiv 3 \\ p + 1 \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow b - a \equiv 3 \quad (w)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - p^2 \\ b = c - 1 \end{cases} \Rightarrow b - a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$$

$$1) p \not\equiv 3 \Rightarrow \begin{cases} p-1 \equiv 3 \\ p+1 \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow b-a \equiv 3 \quad (w)$$

$$\textcircled{2} p \equiv 3 \Rightarrow p-1 \equiv 3, p+1 \equiv 3, p=3 \Rightarrow a = c-9, b = c-1 \Rightarrow$$

(т.к. иначе не простое)

$$\Rightarrow c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 710$$

$$c^2 - 17c - 630 = 0$$

$$c = \frac{17 \pm \sqrt{289 + 2520}}{2} = \frac{17 \pm 53}{2} \Rightarrow \begin{cases} c = 35 \\ c = -18 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 35 \end{cases} \quad \checkmark$$

~~$\text{не } \textcircled{w}, \text{ т.к. } b-a = 66 \not\equiv 3 \quad (w)$~~

$$\begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \\ c = -18 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\text{Ответ: } \{(26; 34; 35); (-27; -19; -18); (26; 34; 35); (-27; -19; -18)\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

(a - сторона осн.)

$$1. S_{ABC} = 1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow a = AC = AB = CB = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

2. Пусть h - высота бок. сторон

с площадью 3. Т.к. это

параллелограммы (стороны

в верхнем и нижнем осн. равны и параллельны), то

$$3 = h \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

3. Аналогично h_1 - выс. стороны площадью 2, тогда $h_1 = \sqrt{3}$

$$4. S_{\text{бок}} = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 = 10 \Rightarrow V = \frac{R_{\text{внш}} \cdot S_{\text{бок}}}{3} = \frac{10}{3} R_{\text{внш}}$$

4. Рассмотрим перп. сеч. $A_2 B_2 C_2$. l - длина бокового ребра.

Пусть $S_{A_2 C_2} = 2$, $S_{C_2 B_2} = S_{A_2 B_2} = 3$. Тогда $V = l \cdot S_{\text{перп. сеч.}}$;

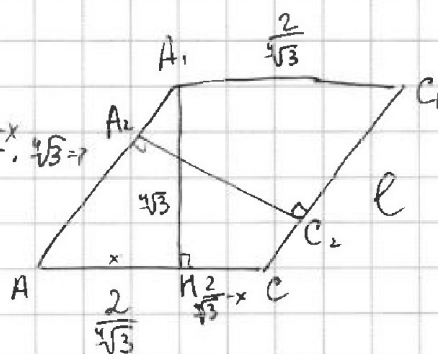
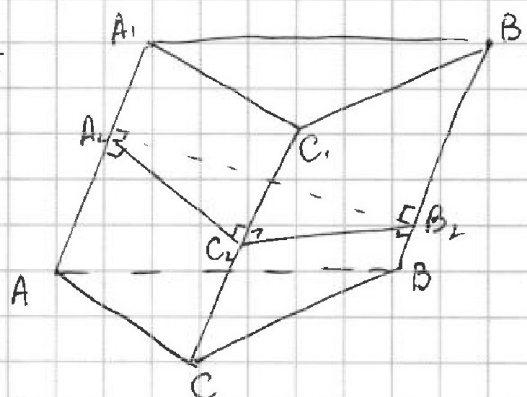
$$A_2 C_2 \cdot l = 2, C_2 B_2 \cdot l = A_2 B_2 \cdot l = 3.$$

5. Рассмотрим $AA_1 C_1$:

Пусть $AH = x$ (A.H - выс.), тогда $2 = \frac{\sqrt{3}x}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}x}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4 = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 2 \cdot \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}x \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$6. \text{ по т. Пиф. } l = AA_1 = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{3} + \frac{3}{4}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7. A_2 C_2 = \sqrt{\frac{2}{4+3\sqrt{3}}}; A_2 B_2 = C_2 B_2 = \sqrt{\frac{3}{4+3\sqrt{3}}} \Rightarrow$$

$$8. \text{ по формуле Герона } S_{A_2 B_2 C_2} = S_{\text{пер. сер.}} =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{\frac{3}{4+3\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2}{4+3\sqrt{3}}}\right) \left(\sqrt{\frac{3}{4+3\sqrt{3}}} - \sqrt{\frac{2}{4+3\sqrt{3}}}\right) \left(\sqrt{\frac{2}{4+3\sqrt{3}}} - \sqrt{\frac{3}{4+3\sqrt{3}}}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{4+3\sqrt{3}}{3}}} \cdot \sqrt{\frac{5}{4+3\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{5}}{\frac{4+3\sqrt{3}}{3}} = \frac{3\sqrt{5}}{4+3\sqrt{3}}$$

$$9. \text{ из н. 4,8} \Rightarrow V = \frac{3\sqrt{5}}{4+3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{4+3\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{\frac{15}{4+3\sqrt{3}}}$$

$$\text{Ответ: } V = \sqrt{\frac{15}{4+3\sqrt{3}}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Замена: $\sqrt{x+5} = a \geq 0$; $\sqrt{1-x} = b \geq 0$, тогда:

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$y = 5$$

$$z = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{\frac{x+5}{1-x}} - 1 + \sqrt{\frac{4}{1-x}} = 2\sqrt{\frac{x+5}{1-x}}$$

$$\frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^2\sqrt{5}}{4}$$

$$\begin{array}{r} + 2520 \\ 289 \\ \hline 2809 \end{array}$$

$$(a-b)^2 - 2 + a - b = 0$$

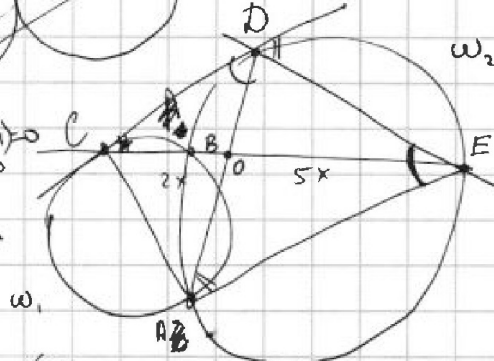
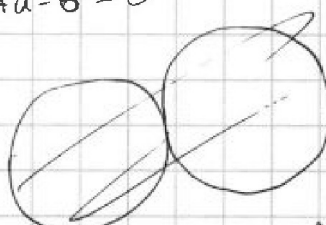
$$(a-b) \cdot a \cdot b$$

$$\begin{array}{r} \times 57 \\ 507 \\ \hline 3549 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 57 \\ 57 \\ \hline 399 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 53 \\ 2659 \\ \hline 2809 \end{array}$$

$$(a-b-1)(a-b+1) + (a-b-1) = 0$$

$$(a-b-1)(a-b+2) = 0$$



$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

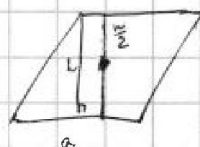
$$a - b + 4 = 2ab$$

$$A+B+A \cap B =$$

$$= (A \cup B) - A \cap B$$

$$(1+5)(1-x) = 1 - 5x + 5 - x^2 =$$

$$= -x^2 - 4x + 5$$



$$x_6 = \frac{4}{-2} = -2 \Rightarrow y_0 = 19$$

$$[-5; -2] - \text{базис}$$

$$[-2; 1] - y_0$$

$$(\beta + 180^\circ - \alpha - \beta) - \alpha = 180^\circ - 2\alpha$$

$$a - 4ab + ab - b + 4 = 0$$

$$a(1-2b) + 4(1-2b) =$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b-a} + 4$$

$$3^3 + 2^3 = 35 = 5 \cdot (9 - 6 + 4) = 35$$