



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Пусть b - первый член прогрессии, q - знаменатель. Тогда:

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = 6q^9; \quad 2-x = 6q^{11}; \quad \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = 6q^{17}.$$

Заметим, что ни один из членов прогрессии, данных в задаче, не может равняться нулю, иначе они все должны были бы равняться нулю (из соотн. пр.), ^{десятичный} первый член записывается при $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$

а двадцатый - при $x=2$. Отсюда можем дать члену q^9 на группу, т.е.: $q^9 = \frac{6q^{17}}{6q^9} = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$, отсюда $q^9 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$

(при этом $25x+34 \neq 0$ и $\sqrt{(25x+34)(3x+2)} > 0$). Отсюда $q^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$, и при этом $q^2 = \frac{6q^{11}}{6q^9} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$. Но здесь:

$$\frac{1}{\sqrt{3x+2}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{2-x}{\sqrt{25x+34}} \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = |25x+34| \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 29x - 80 = 0 \\ x^2 + 2x + 38 = 0 \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 80 \\ x = -2 \\ x = -19 \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

Намного заметим, что $x = -2$ возможен в прогрессии с

$$b = 64\sqrt{2}; \quad q = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (b_{10} = 8, b_{12} = 4, b_{18} = \frac{1}{2}) \quad \text{а } x = -19 - \text{ при } b = 21\sqrt{55} (\sqrt{55})^9,$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{55}} \quad (b_{10} = 21\sqrt{55}, b_{12} = 21, b_{18} = \frac{21}{\sqrt{55}}) \quad \text{Ответ: } \{-2; -19\}$$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+x}$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-x^2}$$

Заметим, что $|y+2| + |y-18|$ — ^{сумма} расстояний от числа y до чисел -2 и 18 на числ. прямой. Она равна 20 при $y \in [-2; 18]$ и больше 20 при других y , что очев. из числ. прямой. Отсюда левая часть второго равенства равна $(|y+2| + |y-18|) + |y-18|$, т.е. она ≥ 20 , причём равенство достигается лишь при $y = 18$ ($|y-18| = 0$).

При этом $\sqrt{400-x^2} \leq 20$, т.к. $x^2 \geq 0 \Rightarrow 400 - x^2 \leq 400$. Отсюда второе равенство достигается лишь при равенстве обеих частей

$$20, \text{ т.е. } \begin{cases} y=18 \\ x^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=18 \\ x=0 \end{cases} \quad \text{Таким образом, система имеет вид:}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} & ① \\ y=18 \\ x=0 \end{cases}$$

$$① \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + (\sqrt{x+6})^2 + (\sqrt{3-x})^2 - 2 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x})^2 + (\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) - 2 = 0$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1)(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1 = 0 \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2 = 0$$

$$\begin{cases} x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x} \\ x+6 = 3-x+4-4\sqrt{3-x} \\ x \geq -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = \sqrt{3-x} \\ 1-2x = 4\sqrt{3-x} \\ x \geq -6 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 4x^2 + 2x + 1 = 3 - 2 \\ x \geq -1 \\ 4x^2 + 4x + 1 = 4p - 16x \\ -6 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 2 = 0 \\ x \geq -1 \\ 4x^2 + 12x - 47 = 0 \\ -6 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x \geq -1 \\ x = \frac{-12 \pm \sqrt{14}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{14}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \\ x = -\frac{3}{2} - \sqrt{14} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-3 + 2\sqrt{14}}{2} \\ y = 18 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right); \left(\frac{-3 + 2\sqrt{14}}{2}; 18; 0 \right) \right\}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача - 3

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1 - p \cos x)^3$$

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p \cos x}$$

$$\cos x (\sqrt[3]{1-p} - 1) = 1$$

Чтобы были решения, чтобы. чтобы

$$\begin{cases} \sqrt[3]{1-p} - 1 \geq 1 \\ \sqrt[3]{1-p} - 1 \leq -1 \end{cases} \quad (\text{и.к. } -1 \leq \cos x \leq 1)$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{1-p} \geq 2 \\ \sqrt[3]{1-p} \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1-p \geq 8 \\ 1-p \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

И.е. решения есть при $\begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$. Ответ: Найдём их:

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \quad x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: ~~нет~~ корни есть при $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$$\text{корни: } \left\{ \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1}\right) + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Заметим, что $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = \angle BCD + \angle BDC$ (углы между кас. и хордой) $= \angle DBE$ (внешний к $\triangle BCD$) $= \angle DAE$ (вписанные на DE). Отсюда AD - бисс. $\angle CAE$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Заметим, что симметрия относительно центра прямоуго. — то же самое, что и симметрия относительно обеих ср. линий прямоуго. Отсюда если способ имеет хотя бы две симметрии из 3, то он имеет все 3 симметрии.

Кол-во способов заштриховать клетки с одной из трёх симметрий можно посчитать так: выберем половину клеток ^{симм.} прямоугольника: для осевой симм. — клетки по одну сторону от оси, для центральной — по одну сторону от любой из ср. линий.

Тогда для любой заштриховки четырёх клеток в верх. области имеется единственный способ получить необходимую симметрию, заштриховав те же клетки в области, требующую симметрию получить нельзя, т.е. всего способов для одной любой симм. —

$C_{500-100}^4 = C_{400}^4$. При этом, сложив кол-во способов, мы не только раз посчитали некоторые, а именно — трижды те заштриховки, которые имеют все три симметрии (из замечания выше)

Таких способов C_{1500}^2 (заштриховав две клетки в верхней левой четверти прямоуго, мы однозначно определяем заштриховку).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Остается всего способов $3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$ (посчитали сначала
книжки, а книжки по разу)

Ответ: $3C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Условие $(a-c)(b-c) = p^2$, где p — простое, можем выполняться в нескольких случаях: $|a-c| = |b-c| = p$, тогда из $a < b$

$c-a = b-c = p$; либо же одна из скобок — ± 1 , а другая — $\pm p^2$ соотв.

Очевидно, что $b-c \neq 1$ и $a-c \neq -1$, ведь тогда в силу $a < b$ и $a, b \in \mathbb{Z}$ левая часть будет меньше 0. Рассмотрим случаи:

1) $a-c = 1$; $b-c = p^2$. Отсюда $a = c+1$; $b = p^2+c$. Из $b-a \mid 3$
 $p^2 - 1 \mid 3 \Rightarrow (p-1)(p+1) \mid 3 \Rightarrow p \mid 3$ (одно число из $p-1, p, p+1 \mid 3$) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow p = 3$, т.к. p — простое. Отсюда $a = c+1$; $b = c+9$, и из условия

$(c+1)^2 + c+9 = 1000 \Leftrightarrow (c+1)^2 + (c+1) - 992 = 0 \Leftrightarrow (c+1-31)(c+1+32) = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} c=30 \\ c=-33 \end{cases}$. Отсюда тройки: $(31; 39; 30)$; $(-32; -24; -33)$.

2) $b-c = -1$; $a-c = -p^2$. Отсюда $a = c-p^2$; $b = c-1$, и $p=3$

по рассуждениям, аналогичным выше, т.е. $(c-9)^2 + c-1 = 1000$ из подстановки в последнее. Отсюда $(c-9)^2 + (c-9) - 992 = 0$, т.е.

$\begin{cases} c-9=31 \\ c-9=-32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=40 \\ c=-23 \end{cases}$. Отсюда тройки $(31; 39; 40)$; $(-32; -24; -23)$.

3) $c-a = b-c = p$. Отсюда $a = c-p$, $b = c+p$, и $(c-p)^2 + c+p = 1000$.

Итого:

Ответ: $\{(31; 39; 30); (-32; -24; -33); (31; 39; 40); (-32; -24; -23)\}$



1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = 6q$$

$$b_{11} = 2-x = 6q^{11}$$

$$b_{12} = \sqrt{\frac{28x+34}{(3x+2)^3}} = 6q^{17}$$

$$x = -1 \Rightarrow q = \sqrt[4]{\frac{1}{3x+2}} = \sqrt[4]{-1} \quad X$$

$$x = 30 \Rightarrow q = \sqrt[4]{92}$$

$$b_{10} = \sqrt{92 \cdot 784} = 2\sqrt{26} \cdot 28 =$$

$$= 56\sqrt{26}$$

$$b_{12} =$$

$$x = -2 \Rightarrow q = \sqrt[4]{\frac{1}{3x+2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$b_{10} = \sqrt{(-16) \cdot (-4)} = 8$$

$$b_{12} = 4$$

$$b_{14} = \sqrt{\frac{-16}{-64}} = \frac{1}{2}$$

$$x = -13 \Rightarrow q = \sqrt[4]{-55}$$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos x (2p \cos 2x + p + 3p + 4) + 6 \cos 2x + 10 = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\begin{cases} y = 18 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1)(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2)$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1 \quad x+6 = \sqrt{3-x} - 2$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1$$

$$x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x}$$

$$2x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$x+1 = \sqrt{3-x} \quad q^{17-9} = q^8 =$$

$$x^2+2x+1 = 3-x$$

$$x^2+3x-2=0$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$12x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$p = 9+8 = 17$$

$$-3 \pm \sqrt{17}$$

$$D = \frac{144+10 \cdot 47}{2}$$

$$= \frac{144+470}{2}$$

$$= \frac{614}{2}$$

$$= 307$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$25x+34 = 25x+34$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{3x+2}} = \frac{1}{b_{10}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{2-x}{\sqrt{25x+34}}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 25x + 34$$

$$x^2 - 29x + 38 = 0$$

$$x = -1$$

$$x = 30$$

$$\cos 3x = \cos x (4 \cos^2 2x - 3)$$

$$= \cos x (2 \cos 2x + 1)$$

$$b_{10} = \sqrt{(-441) \cdot (-55)} = 21\sqrt{55}$$

$$b_{12} = 21$$

$$b_{14} = \sqrt{\frac{-144}{-55^3}} = 21 \frac{21}{55^3}$$

$$b = 21\sqrt{55} \cdot \sqrt[4]{55^3}$$

$$q = \sqrt[4]{55}$$

$$2ab = 2a - b + 7$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

$$(a-b)^2 = 2 - (a-b)$$

$$(a-b-1)(a-b+2) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 11.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

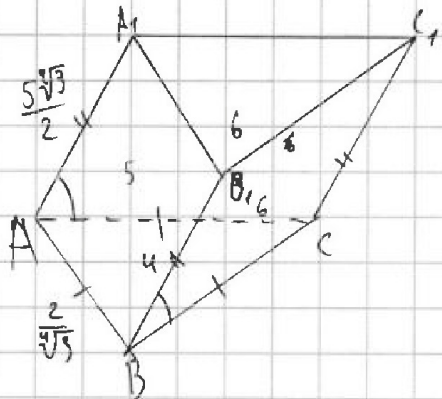
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черт.

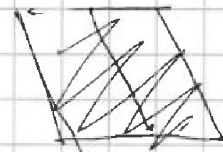
$$\begin{cases} a < b \\ b - a \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = \text{площадь } P \\ a^2 + b^2 = 1000 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \sqrt{3}a^2 &= 4 \\ a^2 &= \frac{4}{\sqrt{3}} \\ a &= \frac{2}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{cases} b - c = -1 & (a - c) = -p^2 \\ a - c = 1 & (b - c = p^2) \end{cases}$$

$$a = c + 1$$

$$b = p^2 + c = c + 9 \quad (p = 3)$$

$$\begin{aligned} b &= p + c & b - a &= 2p \\ a &= c - p \end{aligned}$$

$$(c+1)^2 + c+1 = 992$$

$$t^2 + t - 992 = 0$$

$$D = 1 + 992 + 4 = 3929$$

$$63^2 = 3969 + 499$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3969}}{2}$$

$$(c-p)^2 + c+p = 1000$$

$$(t-31)(t+32) = 0$$

$$c^2 - 2cp + p^2 + c + p = 1000$$

$$\begin{cases} c = 30 \\ c = -33 \end{cases} \quad \begin{cases} (31; 39; 30) \\ (-32; -24; -33) \end{cases}$$

$$(c-2p)(c+1) + p(p+3) = 1000$$

$$b = c - 1$$

$$a = c - p \quad b = a + 2p \quad a = c - p^2 = c - 9$$

$$a^2 + a + 2p = 1000$$

$$(c-9)^2 + c-9 = 1008$$

$$a(a+1) = 1000 - 2p$$

$$\begin{aligned} 2p &= 1000 - a(a+1) \\ p &= 500 - \frac{a(a+1)}{2} \end{aligned}$$



1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

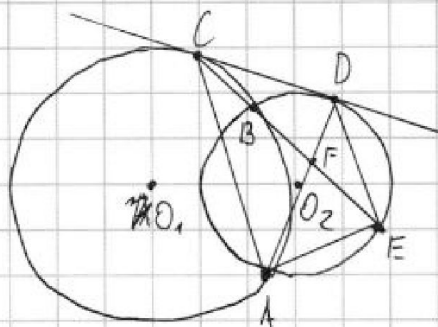
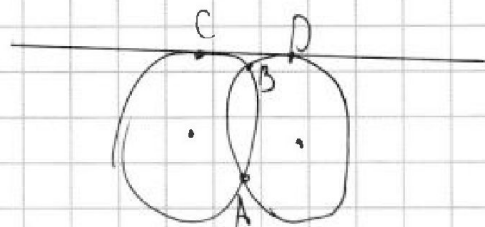
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черн.

$$2C_{500-60}^4 + C_{250-100}^4 - 3C_{250-60}^4 \rightarrow$$

30000 30000



$$\frac{CF}{EF} = \frac{7}{20}$$

$$\overline{CB} = \overline{DE} - \overline{DB}$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + 3p\cos x + 10\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (\sqrt[3]{1-p}\cos x)^3$$

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p}\cos x$$

$$\cos x(\sqrt[3]{1-p} - 1) = 1$$

$$\sqrt[3]{1-p} - 1 \geq 1$$

$$\sqrt[3]{1-p} - 1 \leq -1$$

$$(c-p)^2 + (c-p) - 992 = 2p+8$$

$$(c-p-31)(c-p+32) = 2p+8$$

$$c^2 - 10000 \neq 0$$

