



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) b_n - геом. прогрессия

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; b_9 = x+3; b_{15} = \sqrt{\frac{(25x-9)}{(x-6)^3}}$$

1) $(25x-9)(x-6) \geq 0$ - из b_7



из b_{15} : $x \neq 6$

из b_9 : $b_9 = q^2 \cdot b_7 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$ (все члены; $b_7, b_9, b_{15} \geq 0$)

2) если $b_7 = 0 \rightarrow 25x-9=0 \Rightarrow x = \frac{9}{25} \Rightarrow x+3 \neq 0 \checkmark$
= все члены больше не равны 0 т.е. > 0

3) Можем поделить: $\frac{b_9}{b_7} = \frac{b_1 \cdot q^8}{b_1 \cdot q^6} = q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$

$$\frac{b_{15}}{b_9} = \frac{b_1 \cdot q^{14}}{b_1 \cdot q^8} = q^6 = \frac{\sqrt{(25x-9)}}{\sqrt{(x-6)^3} \cdot (x+3)}$$

$$(q^2)^3 = q^6 \Leftrightarrow \frac{(x+3)^3}{(\sqrt{(25x-9)})^3 (\sqrt{x-6})^3} = \frac{\sqrt{(25x-9)}}{\sqrt{(x-6)^3} \cdot (x+3)}$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^4 = (25x-9)^2$$

$$((x+3)^2 - 25x+9)((x+3)^2 + 25x-9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 19x + 18 = 0 \\ x^2 + 31x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ - не удовл п. (1)} \\ x = 18 \\ x = 0 \\ x = -31 \text{ - не удовл п. (1)} \end{cases}$$

Ответ: при $x = \{0; 18\}$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

1) Рассмотрим 2-е уравнение системы, заметим, что левая часть означает расстояние от точки y до точки -4 на числовой прямой сложившее с удвоенным расстоянием от y до 5

$\Rightarrow$ левая часть будет всегда ≥ 9

и равенство достигается при $y=5$ (расстояние до 5 равно 0 , до -4 равно 9)

НО: правая часть равенства

$$\sqrt{81-z^2} \geq 9 \Rightarrow \text{левая часть} = 9 = \text{правая}$$

$$\text{То есть } y=5; \sqrt{81-z^2} = 9 \Leftrightarrow 81-z^2 = 81 \Leftrightarrow z=0$$

$\Rightarrow y=5; z=0$; перенесем первое уравнение:

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$5-4x-x^2 = (x+5)(1-x) \geq 0$$

$$2) \text{ Возьмем: } a = \sqrt{x+5}; b = \sqrt{1-x};$$

$$a^2 + b^2 = 6$$

$$\begin{cases} a-b+4=1 \\ a-b+4=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b-3 \\ a=b+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 3 \\ \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+5} + 3 = \sqrt{1-x} \\ \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6\sqrt{x+5} = -13-x \geq 0 \text{ (н.в.)} \\ x+5 = 1-x+2\sqrt{1-x}+1 \Leftrightarrow 2x+3 = 2\sqrt{1-x} \end{cases}$$

$$a-b+4 = 2ab$$

$$a-b = 2ab-4$$

$$a^2-2ab+b^2 = (2ab-4)^2$$

$$\text{Возьмем } t = 2ab$$

$$6-t = (t-4)^2$$

$$t^2-7t+10=0$$

$$\begin{cases} t=2 \\ t=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab=1 \\ ab=2,5 \end{cases}$$

$$2x+3 = 2\sqrt{1-x} \quad 2x+3 \geq 0$$

$$x \geq -1,5$$

$$4x^2+12x+9 = 4-4x$$

$$4x^2+16x+5=0$$

$$x = -2 + \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$x = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ — не подходит}$$

$$\text{Ответ: } (x, y, z) = \left(-2 + \frac{\sqrt{11}}{2}, 5, 0\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$③ \quad p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + (3p+12) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x - 12 \cos^2 x - 4 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$\text{Замени } t = \cos x \in [-1; 1]$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$\text{при } p=0: -3 t^2 + 3 t - 1 = 0 \quad D = 9 - 12 < 0 \text{ нет решений}$$

$$\text{при } p=1: t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$(t-1)^3 = 0$$

$$t=1 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{при } p > 1: (p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0$$

$$(p-1)t^3 \nearrow \text{ на } D(y)$$

$$(t-1)^3 \nearrow \text{ на } D(y)$$

$$\Rightarrow (p-1)t^3 + (t-1)^3 \nearrow \text{ на } D(y). \text{ Пусть } F = (p-1)t^3 + (t-1)^3$$

$$F(0) = \underset{\uparrow 0}{(-1)}; \quad F(1) = p-1 > 0$$

$$\Rightarrow \text{на промежутке } (0; 1) \text{ есть корень и единственный} \\ \Rightarrow p > 1 \text{ подходит}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b$$

$$(b-a) : 3$$

$$(a+c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{cases} b-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=1+c \\ a=p^2+c > b \end{cases}$$

a, c - целые

p^2 можно разложить
только на $p \cdot p$ и $1 \cdot p^2$

но по условию
иначе $a=c$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c+1 \\ b=p^2+c \end{cases}$$

$$b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$$

$$2 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 11 \quad 13$$

$$c^2 + 2c + 1 + p^2 + c = 710$$

~~$$c^2 + 3c + p^2 = 709$$~~

$$c^2 + 3c + p^2 = 709$$

$$c^2 + 3c + p^2 - 1 = 708 : 3$$

$$(p^2 - 1) + c^2 \equiv 0$$

$$a = c + 1$$

$$b = a + c$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + c = 710$$

$$c^2 + 2c - 700 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 700$$

$$(a-c)(b-c) = 9$$

$$a = c + 1$$

$$b = c + 9$$

$$\begin{array}{r} 700 : 2.5 \\ 70 \\ 7 \end{array}$$

$$25 \quad 28$$

$$a < b$$

$$b-a = p^2 - 1 \nmid 3$$

$$a = c + 1 \quad b = p^2 + c$$

$$a^2 + b = c^2 + 3c + p^2 + 1 = 710$$

$$c^2 + \frac{(p^2 - 1)}{3} : 3$$

$$a^2 + b \Rightarrow 710 \Rightarrow a^2 + b + 19 = 729 = (27)^2$$

$$c^2 + 3c + p^2 + 20 = (27)^2$$

$$c^2 + 3c + 20 = (27 - p)(27 + p)$$

$$\begin{cases} 1 \cdot 1 = 1 \\ 2 \cdot 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow p^2 \nmid 3 \Rightarrow p = 3$$

$$a = c + 1$$

$$b = p^2 + c$$

$$b-a = p^2 - 1 : 3$$

$$\begin{array}{cc} n & n^2 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{array} \Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow p : 3$$

$$\rightarrow p = 3$$

$$a^2 + b = c^2 + 2c + 1 + c + c = 710$$

$$c^2 + 3c - 700 = 0$$

~~$$c^2 + 3c - 700 = 0$$~~

$$(c+28)(c-25) = 0$$

$$\begin{cases} c = -28 \rightarrow a = -27 & b = -19 \\ c = 25 \rightarrow a = 26 & b = 34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -28 \rightarrow a = -27 & b = -19 \\ c = 25 \rightarrow a = 26 & b = 34 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

ω_1 и ω_2

$\omega_1 \cap \omega_2 = A \cup B$

общая касательная

CD

т. B делит $\angle C$

$CB \cap \omega_2 = B \cup E$

$AD \cap CE = O$

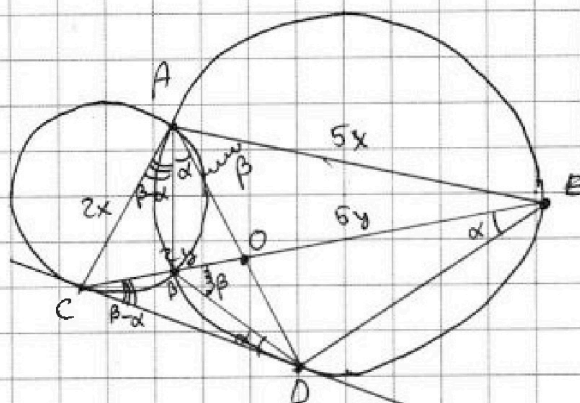
$CO:OE = 2:5$

Найти

$ED:CD$

Решение

Задача 4



1) $\angle BDE = \alpha \Rightarrow \angle BDP = 2\alpha$ (угол м/у хордой и касательной)

2) Тогда $\angle BED = \angle BAD = \alpha$

Также $\angle EAD = \angle EBD = \beta \Rightarrow \angle DEB = 2\beta$

3) $\angle ECD = \frac{2\beta - 2\alpha}{2} = \beta - \alpha$ (угол м/у секущей)

4) $\angle CAB = \angle ECD = \beta - \alpha$ (угол м/у хордой и касательной)

5) Тогда $\angle CAO = \beta - \alpha + \alpha = \beta \Rightarrow AO$ — биссектриса $\angle CAE$

$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{CO}{OE} = \frac{2}{5}$. Пусть $AC = 2x$; $AE = 5x$

6) $\triangle CAD \sim \triangle DAE$: $\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$

$AD^2 = AE \cdot AC \Rightarrow AD = x\sqrt{10} \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{5x}{x\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

Ответ: $ED:CD = \sqrt{5}:\sqrt{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

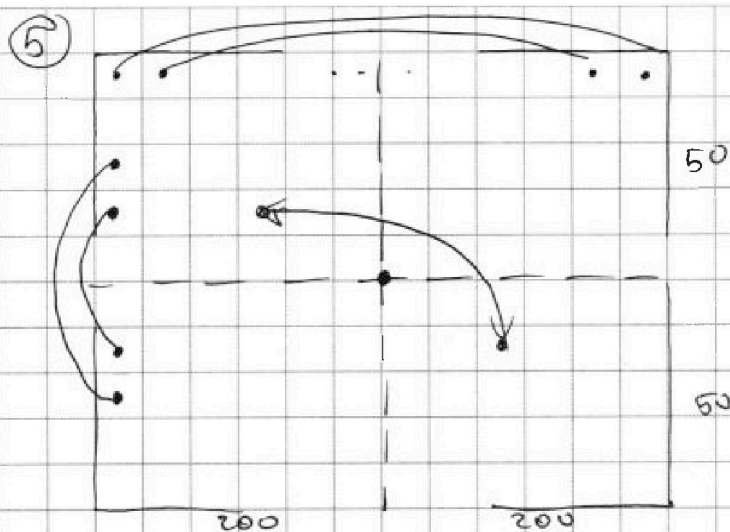
5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего симметричных пар по горизонтали
 $200 \cdot 100 = 20000$

Сколько же пар симметричных по
вертикали (20000). Те же 20000
симметричных пар от центра.

~~Тогда если мы выберем одну~~
~~пару симметричных~~ Выбираем отдельно
т.к. множество

1) Для горизонтальной выбираем
4 пары из 20000: C_{20000}^4

2) Для вертикальной 4 пары из 20000:
 C_{20000}^4

3) Для центральной симметрии 4 из
20000 C_{20000}^4

Ответ: Всего способов $3 \cdot C_{20000}^4$ или
 $C_{20000}^4 + C_{20000}^4 + C_{20000}^4$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$⑥) (a-c)(b-c) = p^2$$

простое число рассматривается только на

$\begin{cases} p \cdot p - \text{не подходит так как в этом случ. } a=b \vee (a < b) \\ 1 \cdot p^2 - \text{есть 2 варианта} \end{cases}$

$$1) \text{ Пусть } a-c = p^2; b-c = 1 \Rightarrow a = p^2 + c; b = c + 1$$

и снова $a > b \vee$

$$\Rightarrow a-c = 1; b-c = p^2 \Rightarrow a = c + 1; b = p^2 + c$$

$$b-a = (p^2 - 1) \div 3$$

Рассмотрим остатки квадратов на 3

mod 3	n	n ²	$\Rightarrow$ если $(p^2 - 1) \div 3$, то p^2 дает остаток на $1 \Rightarrow 0 \Rightarrow p^2 \div 3 \Rightarrow p = 3$ не простое
	0	$\rightarrow 0$	
	1	$\rightarrow 1$	
	2	$\rightarrow 4 \equiv 1$	

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + 9 \end{cases}$$

$$a^2 + b = \cancel{c^2 + 3c + 10} \Rightarrow c^2 + 3c - 700 = 0$$

$$\begin{cases} c = -28 \\ c = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -28 \\ a = -27 \\ b = -19 \\ \cancel{c = 25} \\ a = 26 \\ b = 34 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (a, b, c) = \{(-27; -19; -28); (26; 34; 25)\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4

$$S_{\text{пл}} = 1$$

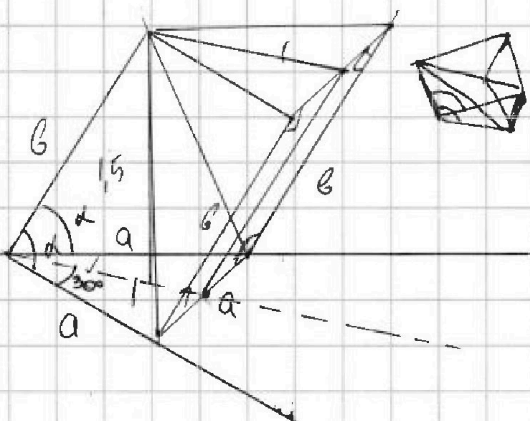
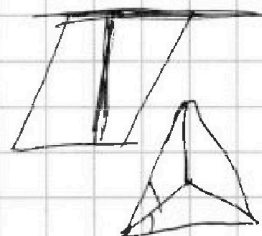
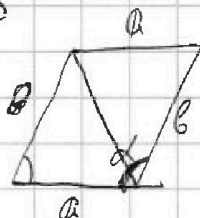
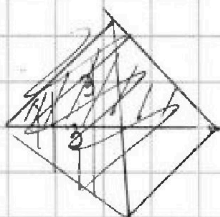


$$\frac{1}{2} a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 1$$

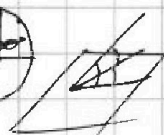
$$\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$a = \sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}}$$



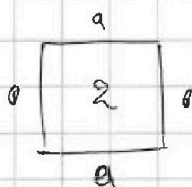
$$1 \cdot b \cdot \sin \alpha$$



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

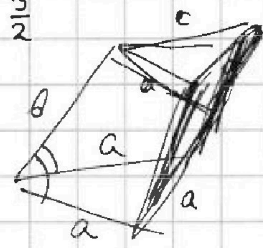
$$\frac{2}{a} \cdot 4 \cdot \sin \alpha = 3$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{2}$$



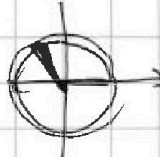
$$ab = 2$$

$$b = \frac{2}{a}$$



$$ab = 2$$

$$ab \sin \alpha = 3$$



$$a^2 + b + 19 = (27)^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x+3)^4 = (25x-9)^2$$

$$((x+3)^2 - (25x-9))((x+3)^2 + (25x-9)) = 0$$

$$\begin{cases} x^2+6x+9-25x+9=0 \\ x^2+6x+9+25x-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-19x+18=0 \\ x^2+31x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=18 \\ x=0 \\ x=-31 \end{cases} \Rightarrow \boxed{013}$$

$$(2) \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2z}$$

$$1) x \geq -5$$

$$z^2 \leq 81 \Leftrightarrow z \in [-9; 9]$$

$$(x+5)(1-x)$$

$$-x^2-5x+x+5$$

$$-x^2-4x+5$$

$$y=5 \quad z=0$$

$$|y+4| + 4|y-5|$$

$$[9; 9]$$

$$a = \sqrt{x+5} \geq 0$$

$$b = \sqrt{1-x} \geq 0$$

$$-4 \quad 5$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$a - b + 4 = 2\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\begin{cases} a-b+4=2ab \\ a^2+b^2=6 \end{cases}$$

Решение разделим

$$(3) p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos x = t$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4)\cos x = 6(2\cos^2 x - 1) + 10$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 + 4 \quad t \in [-1; 1]$$

$$4pt^3 - 12t^2 + 2$$

$$pt^3 + 3t = 3t^2 + 1$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$4pt^3 - 12t^2 + 2$$

$$\text{при } p=0 \quad -3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$3t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 = -3$$

$$\text{при } p=0$$

$$\sqrt{54}$$

$$3$$

$$\sqrt{\frac{9}{216}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$3\sqrt{6}$$

$$3$$

$$\frac{9}{216}$$

$$\sqrt{\frac{9}{6 \cdot 6 \cdot 6}} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{24}$$

На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

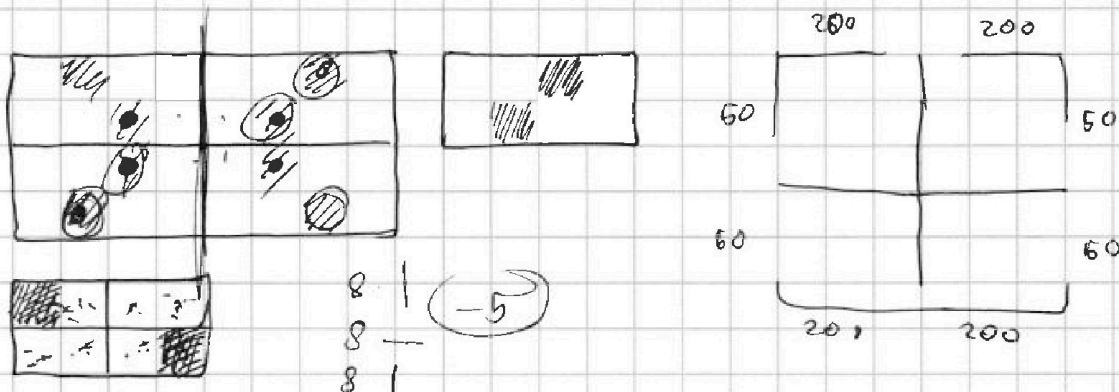
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

закра.еи	2 мейт01с
----------	-----------

Защитная мн-во обязана выйти из следующей сессии:

- отн центра
- отн любой из двух серий



40000

20000 · 19999 · 19998 · 19997

C_{20000}^4

~~40000~~ 3. 39998.3

10000



C



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R} \quad \exists b_n: \quad b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot q^6$$

$$b_9 = x+3 = b_1 \cdot q^8$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$b_4 = (25x-9)^{\frac{1}{2}} (x-6)^{\frac{1}{2}}$$

все члены положительны

$$(25x-9)(x-6) \geq 0$$



$$\frac{b_9}{b_4} = q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$\frac{b_{15}}{b_9} = q^6 = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3 (x+3)}$$

$$\frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = q^2$$

$$\frac{b_{15}}{b_4} = q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$\begin{matrix} b_1 & b_1 q & b_1 q^2 & & b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \\ b_1 & b_2 & b_3 & & \end{matrix}$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)} (x+3) \sqrt{(x-6)^3}}{(25x-9)} = (x-6)^2 (x+3)$$

$$\frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{x+3} = q^2$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} = \frac{(25x-9)^2 (x-6)^2}{(x+3)^2} = \frac{(x+3)^2 - (25x-9)^2 (x-6)^4}{(x-6)^2 (x+3)^2}$$

$$q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{(25x-9)}}{\sqrt{(x-6)^3} (x+3)}$$

$$(x+3)^4 = (25x-9)^2$$

$$\frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3 (x-6)^3}} = \frac{\sqrt{(25x-9)}}{x+3 \sqrt{(x-6)^3}}$$

$$\sqrt{(\quad)(\quad)} = (x-6)^2 (x+3) \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3 (x+3)}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 + 16x + 5 &= 0 \\ 4x^2 - 20 & \\ 4x &= 20 \\ 4x &= 20 \\ -8 \pm 2\sqrt{11} & \\ -4 \pm \sqrt{11} & \\ 84 - 5 \cdot 4 = 44 & \\ -8 \pm 2\sqrt{11} & \end{aligned}$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x$$

$$\begin{aligned} -13 - 2x &\geq 0 \\ 2x &\leq -13 \\ x &\leq -5.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6\sqrt{x+5} - 13 - 2x & \\ x+5 + 6\sqrt{x+5} + 9 &= 1-x \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

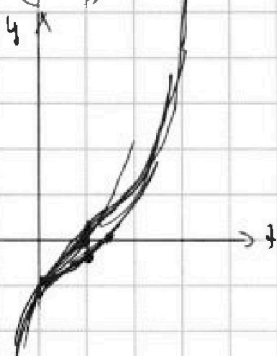
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^3 - 3p^2 + 3p - 1 = 0 = F(p)$$

$$(p-1)^3 + \left(\frac{1}{p-1}\right)^3 = 0$$



при $p > 1$

$$F(p) = p^3 - 3p^2 + 3p - 1 = p - 1$$

$$\text{при } p < 1 \quad F(p) = p - 1 < 0$$

$$F(0) = -1$$

$$F' = 3p^2 - 6p + 3$$

$$3(p^2 - 2p + 1)$$

~~при $p > 1$~~

$$D = 4 - 4p$$

$$\sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 3$$

$$x+5 = 1-x+9-6\sqrt{1-x}$$

$$2x-5 = -6\sqrt{1-x}$$

$$6\sqrt{1-x} = 5-2x$$

$$36-36x = 25x^2+20x+25$$

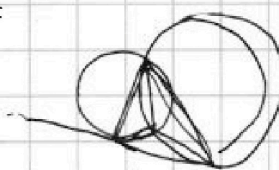
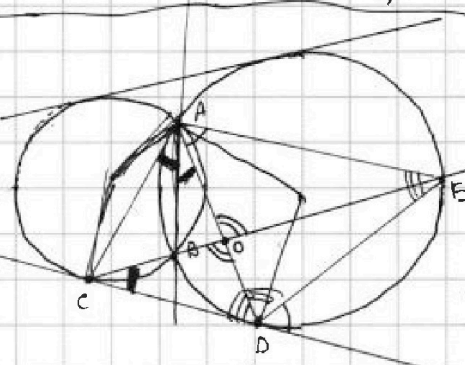
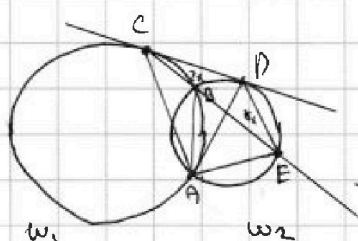
$$5-2x \geq 0$$

$$x \leq 2,5$$

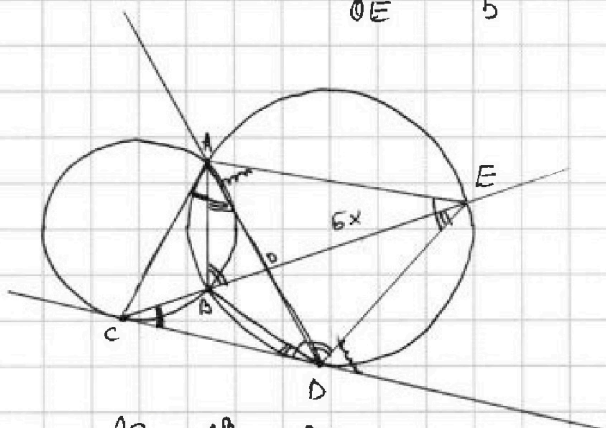
~~при $p > 1$~~

~~при $p > 1$~~

$$4x^2+16x-11=0$$



$$\frac{CO}{OE} = \frac{2}{5}$$



$$\frac{AO}{OD} = \frac{AB}{DE} = \frac{BO}{OE}$$

$$a-b+4 = 2ab$$

$$a^2+b^2=6$$

$$(a+b)^2 = a-b+10$$

$$a-b = 2ab-4$$

$$a^2-2ab+b^2 = (2ab-4)^2$$



$$b-2ab = (2ab-4)^2$$

$$b-z = (z-4)^2$$

$$z^2-8z+16=6-z$$

$$z^2-7z+10=0$$

$$(z-2)(z-5)=0$$

$$ab=1$$

$$ab=2,5$$

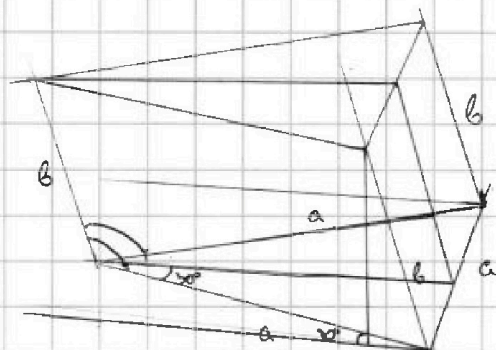


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$f' = 3pt^2 - 6t + 3 = 0$$

$$pt^2 - 2t + 1 = 0$$

при $p \geq 1$

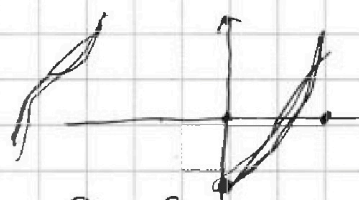
$$(p-1)t^3 + (t-1)^3$$

$$f(0) = -1 \quad f(1) = p-1$$

$$(p-1) = \frac{(1-t)^3}{t^3} = \frac{1-t^3}{t^3}$$

$$\left(\frac{1}{t} - 1\right)^3 = p-1$$

$$\left(\frac{1-t}{t}\right)^3 = p-1$$



$p < 0$

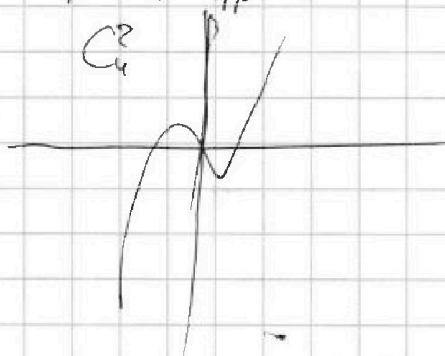
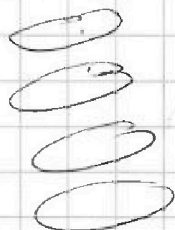
$p < 1$

при $p < 1$

при $p \in (0, 1)$

$$D = 4 - 4p > 0$$

C_4^2



$$f(1) = p-1$$

$$f(0) = -1$$