



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

пусть aq - первый член ариф. прогрессии.

$$\text{Тогда } aq^7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \quad aq^{13} = 5-x \text{ и } aq^{15} = \sqrt{(13x-35) \cdot (x+1)^4}$$

$$\text{Значит } \frac{aq^{15}}{aq^7} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)^4}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = (x+1)^2$$

$$\Rightarrow q^8 = (x+1)^2 \Rightarrow q = \sqrt[4]{(x+1)^2}$$

$$\text{Значит, } q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x$$

$$\sqrt[4]{(x+1)^2}^6 \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x$$

$$\sqrt{13x-35} = 5-x.$$

$$\begin{cases} 13x-35 = 25-10x+x^2 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-23x+60=0 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{По т. Виета } x=3 \text{ или } x=20 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow x=3, \text{ т.к. } 20 > 5$$

$$\text{Проверим: } q = \sqrt[4]{2}, \text{ а } \sqrt{\frac{39-35}{(4)^3}} = \frac{1}{4}. \quad 5-x = 2 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt[6]{2^6} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Значит, } x=3 \text{ подходит} \quad \sqrt[4]{4 \cdot 4} = 4 = 2 \cdot \sqrt[4]{2^2}$$

Ответ: $x=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p, \text{ где } t \in [-1; 1], t = \cos x$$

Решение

$$\text{Произв.} - 12t^2 + 12t + 3 = 0 \text{ или } 4t^2 + 4t + 3 = 0$$

Тогда $D = 16 - 16 \cdot 3 < 0 \Rightarrow$ функция растёт при росте t . Тогда её минимум в $t = -1$ и max в $t = 1$. То есть

$$\min f(t) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4 \quad \text{значит, где всех}$$

$$\max f(t) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10. \quad \text{р от } -4 \text{ до } 10$$

есть миним., причём равно одно.

$$\text{Ответ: } p \in [-4; 10]$$

Om beem: $\frac{CD}{ED} = \sqrt{\frac{3}{10}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Такие восьмёрки можно получить 4 способами: через отраженные как-то 4 клетки, через отраженные 3 и 1 и через отраженные 2:

В одном из таких можно выбрать 4 фишки, а затем как-то отразить, это $6 \cdot C_{12500}^4$ способов:

4 → 4 ↘ 4 ↓ 4 ↓ 4 ↙ 4 ← - 6 способов.

Затем можно выбрать 3 клетки в одном прямоугольнике и 1 клетку в другом:

3 → 1 →

и как-то ещё отразить:

3 1 3 1 3 1
1 1 1 3 1 3
1 3 1 1 1 3
1 3 3 3 3 1

То есть $6 \cdot C_{12500}^3 \cdot C_{12500}^1$

Теперь остались случаи, когда в каждом прямоугольнике 125×100 по 2 клетки.

2 2
2 2

Пусть мы выбрали 2 расположения этих клеток и также смотрим количество способов: как и в случае с 1, тогда всего $6 \cdot (C_{12500}^2)^2$, но двойки могут быть выбраны центрально симметричными, как $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{pmatrix}$. Они тоже таких центрально симметричных двоек C_{12500}^2 . Каждая из них посчитана в первом способе 6 раз (во всех позициях). То есть всего $6 \cdot (C_{12500}^2)^2 - 6 \cdot C_{12500}^2 = 6 \cdot (C_{12500}^2) \cdot (C_{12500}^2 - 1)$

Ответ: $6 \cdot C_{12500}^3 \cdot C_{12500}^1 + 6 \cdot C_{12500}^4 + 6 \cdot C_{12500}^2 (C_{12500}^2 - 1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Пусть $(a-c)(b-c)=p^2$, где p — простое число.

Тогда либо $\begin{cases} (a-c)=1, (b-c)=p^2 \\ (a-c)=-1, (b-c)=-p^2 \\ (a-c)=p^2, (b-c)=1 \\ (a-c)=-p^2, (b-c)=-1 \end{cases}$

1) Пусть $a-c=1$, тогда $c=a-1$, значит $b-c=b-a+1=p^2$.

Если $p \neq 3$, то $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$, но тогда $b-a \equiv 0 \pmod{3}$, что неверно. Значит, $p=3$, но есть $b-a+1=9$, $b=a+8$.

Тогда $a + a^2 + 16a + 64 = 560$, $a^2 + 17a - 496 = 0$

По м. Виета $x_1 \cdot x_2 = -496 = -2 \cdot 248 = -4 \cdot 124 = -8 \cdot 62 = -16 \cdot 31$.

и $x_1 + x_2 = -17$, но среди целых x_1 и x_2 нет подходящих пар.

2) Пусть $a-c=1$, тогда $a-c=p^2$, проведем рассуждения, аналогичные п. 1), получаем, что $a-b+1=9 \Rightarrow a=b+8$.

Тогда $b^2 + b + 8 = 560$
 $b^2 + b - 552 = 0$.

$552 = 2 \cdot 276 = 4 \cdot 138 = 8 \cdot 69 = 8 \cdot 23 \cdot 3 = 24 \cdot 23$

$x_1 + x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = -24, x_2 = 23$.

$x_1 \cdot x_2 = -552$

Тогда $\begin{cases} b = -24, a = -16 \Rightarrow c = -25 \\ b = 23, a = 31 \Rightarrow c = 22 \end{cases}$ Эти две пары подходят

3) Пусть теперь $b-c=-1$, $a-c=-p^2$

Тогда $b=c-1$, $a-b-1=-p^2$. Аналогично

если $p \neq 3$, то $-p^2 \equiv -1 \pmod{3}$, но тогда $(a-b) \equiv 0 \pmod{3}$.

Тогда $a-b-1=-9$, но есть $a=b-8$. Но $a > b$, противоречие.

4) Значит, $b-c=-p^2$ и $a-c=-1$, тогда $c=a+1$

и $b-a-1=-p^2$. Аналогично 3) $p=3$, тогда

$b-a-1=-9 \Rightarrow 8+b=a \Rightarrow b+8+b^2=560$

$\Rightarrow b^2 + b - 552 = 0$. Мы получили $b = -24$ и $b = 23$,

тогда $a = -16$, $c = -15$, значит $b-c = -9$ $b = -24$ и $b = 23$

$a = 31$, $c = 32$ $b = 23$

Ответ: ~~(-16; -24; -25)~~ $(-16; -24; -15); (31; 23; 32);$
~~(-16; -24; -25)~~ $(-16; -24; -25); (31; 23; 22).$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$$

Рассмотрим второе уравнение

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \text{ - обе его части положительны.}$$

Возведём его в квадрат:

$$y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 12 \cdot 2 \cdot 9y + 144 \cdot 9 + 6|y+1| \cdot |y-12| = 169 - z^2$$

$$10y^2 - 70y + 433 + 6|y+1| \cdot |y-12| = 169 - z^2$$

$$10y^2 - 70y + 264 + 6|y+1| \cdot |y-12| = -z^2$$

Часть $10y^2 - 70y + 264 > 0$, так как $D = 49 - 4 \cdot 10 \cdot 264 < 0$,
то есть

$a > b$.

$$560 = 10 \cdot 56 = 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7.$$

$$\begin{array}{r} \times 26 \\ 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

529 с отриц.
ст. уже мало.

$$\Rightarrow \text{отриц. сумма не цел. } 576 = (-24)^2$$

$$\Rightarrow a > b \Rightarrow a \geq -23.$$

553.

1) Если a - отриц.

$$a \not\equiv b \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow \text{либо } \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\text{либо } a-c = b-c = p$$

$$\Rightarrow a = b \Rightarrow$$

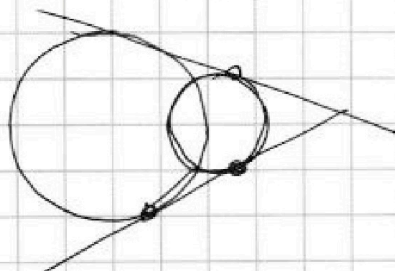
$$a^2 + a = 560.$$

$$a^2 + a - 560 = 0. \quad D = 1 + 4 \cdot 560$$

$$3^2 \cdot 249.$$

↑ это не квадрат = X

$$\begin{array}{r} \times 560 \\ 560 \\ \hline 2240 \\ 18 \\ \hline 2241 \\ - 44 \\ \hline 2249 \\ - 81 \\ \hline 0 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow (a-c) \cdot (b-c) = p^2 \Rightarrow b-c = p^2, a=c+1$$

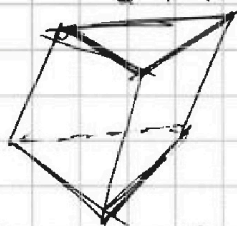
$$\Rightarrow \text{~~(a-c)~~} \Rightarrow \text{~~a-c=1~~} \Rightarrow c=a-1$$

$$b-a+1=p^2 \Rightarrow b^2+b=559+p^2$$

$$a+b^2=560$$

$$\Rightarrow \text{~~избавимся от a~~} \text{ и то что } a-b \neq 3?$$

$$a \neq b+3k?$$



$$4\cos^3 X - 3\cos X + 6\cos^2 X - 3 + 6\cos X = p$$

$$4\cos^3 X + 6\cos^2 X + 3\cos X - 3 = p$$

$$\text{Если } \cos X = 1, \text{ то } p = 10.$$

$$1) a-c=p^2 \Rightarrow b-c=1 \Rightarrow c=b-1$$

$$\Rightarrow a-b+1=p^2, a-b \neq 3 \dots ?$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3}, \text{ но тогда } a-b \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow p=9$$

$$a^2+17a-496=0$$

$$496 = 4 \cdot 124 = 8 \cdot 62 = 16 \cdot 31$$

$$196 = 8 \cdot 62 = 4 \cdot 124 = 16 \cdot 31$$

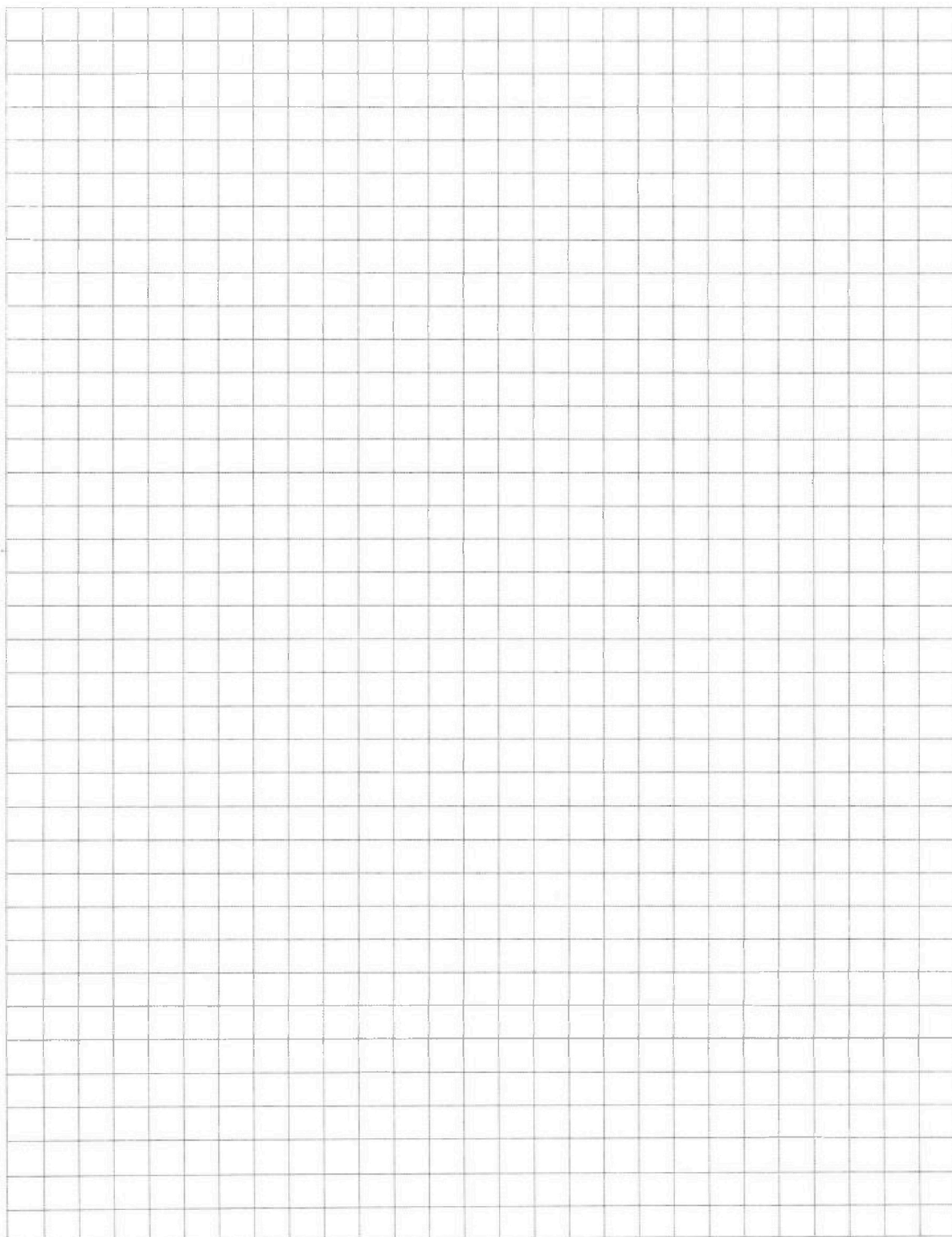


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 12 \cdot 9 \cdot 2 \cdot y + 144 \cdot 9 = 169 - z^2$$

$$10y^2 + 2y - 214y + 1297$$

$$\frac{169}{1.128}$$

$$10y^2 - 214$$

$$6 \cdot C_{2500}^4$$

2	4
2	2

2	2
2	2

3	
1	

3	1
1	3

1	1
3	3

1	3
3	1

3	3
1	1

1	3
1	3

3	3	1
1	1	3

3	1	3
1	3	3

3	3	1
1	1	3

$$u/c \text{ ux. } C_{12500}^2$$

$$C_{12500}^1 \cdot C_{12500}^3 \cdot 6$$

$$2 \cdot (C_{12500}^2)^2 + \dots - C_{12500}^2$$

$$6 \cdot C_{12500}^1 \cdot C_{12500}^3 + 6 \cdot C_{12500}^4 + 6 \cdot (C_{12500}^2)^2 - 2 \cdot C_{12500}^2, \text{ но абн.}$$

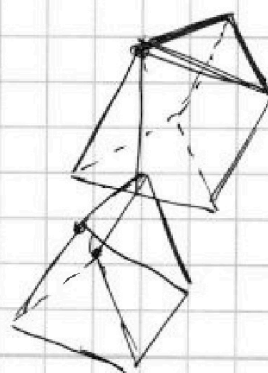
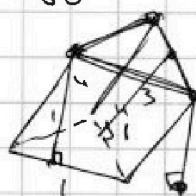
$$a, b, c \quad u.c. \quad 1$$

$$a > b$$

$$a \not\equiv b \pmod{3} \quad (a-c)(b-c) = kb - r$$

$$a + b^2 = 560, \quad 80 \cdot 80 = 640, \quad \text{Еще } b > 0..$$

$$-80$$



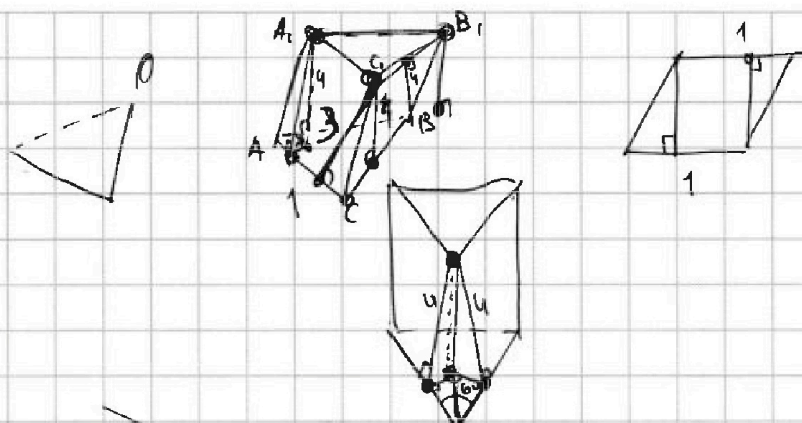


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\angle PAC = \angle EAD = \angle EBD =$$

$$= \angle BDC + \angle BCD$$

$$\triangle ADC \sim \triangle AED \Rightarrow \frac{CD}{ED} = \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{PC}{PE} = \frac{3}{10} \quad AC = \frac{3}{10} AE$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

no uge $p=10$ max

$$* = 12\cos x \cdot (-\sin x) + 12\cos x \cdot (-\sin x) - 3\sin x =$$

$$-24\sin x - 3\sin x = 0 \quad -4\sin^2 x - \sin x = 0$$

$$-8\sin x \cdot \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (8\cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \pm 1$$

$$\cos x = -\frac{1}{8}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

aq - первый член. $a \cdot q^n$ - i -ый член прогрессии

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a \cdot q^7 \quad 5-x = a \cdot q^{13} \quad \sqrt{(13x-35)(x+1)^7} = a \cdot q^{15}$$

1) ОДЗ: $(13x-35)(x+1) \geq 0$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

м.к. $(x+1) \neq 0$
из ОДЗ $x \neq -1$
продол.

$$q^8 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)^7}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \sqrt{(x+1)^4} = \sqrt{(x+1)^2} \Rightarrow q^4 = (x+1) \Rightarrow q = \sqrt[4]{x+1}$$

$$q = \sqrt[4]{x+1}$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6 = 5-x \quad \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{x+1}^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{(x+1)^6}$$

$$= \sqrt{13x-35} = 5-x \Rightarrow 13x-35 = 25 - 10x + x^2$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0. \quad 60 - 23x = 0 \Rightarrow x = 20, x = 3.$$

2) $(5-x) \cdot q^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)^7} \quad \checkmark x=3 \Rightarrow x=3.$

$$\sqrt{\frac{39-35}{4^3}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow \sqrt{4 \cdot 4} = 4.$$

$$\frac{1}{4} \cdot q^6 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt[4]{4^6} = \frac{1}{4} \cdot \sqrt[4]{64} = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{4} = 4. \quad \checkmark$$

Ответ: $x = 3 \quad \checkmark$

NE

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin 2x = 2\cos^3 x - \cos x -$$

$$2\sin^2 x \cdot \cos x = 2\cos^3 x - \cos x + 2\cos^3 x - 2\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\begin{array}{r} 433 \\ -169 \\ \hline 264 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4\cos^3 X - 3\cos^3 X + 6\cos^2 X - 3 + 6\cos X = p$$

$$4\cos^3 X + 6\cos^3 X + 3\cos X - 3 = p.$$

по угло

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p, \quad t \in [-1; 1]$$

Решение. Max знамен в $\cos^3 X =$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases} \quad \begin{matrix} x+z \leq 4. \\ x \leq -3. \end{matrix}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} + \sqrt{4-x-z}, \quad z \in [-13; 13]$$

$$x+3+5+2\sqrt{5(x+3)} = 4y+4x-4x^2+4z+4\sqrt{(y+x-x^2+z)(4-x-z)}$$

$$x+8+2\sqrt{5(x+3)} = 4y-4x^2+3x+3z+4.$$

$$\sqrt{(y+x-x^2+z)(4-x-z)} =$$

$$4y+4x-4x^2+4z-xy-x^2+x^3-xz-4yz-zx+x^2z-z^2 = 4y+4x+4z-xy-yz-2zx-x^2-z^2+x^3-x^2z.$$

Докажем $z=0$? $x \geq -3$.

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \quad \text{где } > 0.$$

$$x+3+4-x-z+25+2ab+2bc+2ac = 4y+4x-4x^2+4z.$$

$$32+2(ab+bc+ac) = 4y+4x+5z-4x^2$$

Что мы...

$$5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} - \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x-z}$$

$$y^2 + 2y + 1 + 6(y-12)(y+1) = 169 - z^2$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 44 \\ \times 144 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$6 \cdot 12 = 72.$$

$$432+1=433.$$

$$10y^2 - 70y$$

$$\begin{array}{r} 433 \\ -169 \\ \hline 264 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10y^2 - 70y + 264 \geq 0?$$

$$4900 - 40 \cdot 264 = 4900 - 10560 < 0.$$

$$\Rightarrow z = 0.$$

$$\Rightarrow |y+1| + 3|y-12| = 0.$$

$$y \neq -1. \\ \Rightarrow y = 12.$$

$$\Rightarrow y = 12 \text{ или } y = -1. \text{ Если } y$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} > 0.$$

$$x+3 - 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = 4 - x$$

$$3 \leq 2\sqrt{12+x-x^2} = 4\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$x+3+4-x+25 - 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2} - 10\sqrt{\frac{x+3}{4-x}} =$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} + \sqrt{4-x}$$

$$x+3+25+10\sqrt{x+3} = 4 \cdot (12+x-x^2) + 2(4-x) \cdot \sqrt{x+3} + 4-x.$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}$$

$$5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} - \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}$$

$$x - 2xy - y = ?$$

$$x+3+4-x+25+10\sqrt{x+3} - 10\sqrt{4-x} = 48+4x-4x^2 \quad x \in [-3; 4]$$

$$32 + 10\sqrt{x+3} - 10\sqrt{4-x} = 48 + 4x - 4x^2$$

$$16 + 5\sqrt{x+3} - 5\sqrt{4-x} = 24 + 2x - 2x^2$$

$$5\sqrt{x+3}$$

