



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{1}$

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{12} = 2-x$$

$$a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

нужно ~~а~~ пусть $a_{10} \neq 0$, тогда:

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$$

$$\frac{a_{18}}{a_{10}} = q^8 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$(q^2)^4 = q^8 = \frac{(2-x)^4}{((25x+34)(3x+2))^2} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$m.k. a_{10} \neq 0 \Rightarrow 3x+2 \neq 0 \Rightarrow \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2} = 1$$

$$(2-x)^4 = (25x+34)^2$$

$$((2-x)^2 - 25x-34)((2-x)^2 + 25x+34) = 0$$

$$4-4x+x^2 = 25x+34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$x_1 = -1; x_2 = 30$$

$$4-4x+x^2+25x+34=0$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$D = 21^2 - 4 \cdot 38 = 441 - 152 = 289$$

$$x_{3,4} = \frac{-21 \pm 17}{2} = -19$$

проверка:

$$x = -1$$

$$a_{10} = \sqrt{9 \cdot (-1)} \quad \phi$$

$$x = 30$$

$$a_{10} = \sqrt{789 \cdot 92} \quad ; \quad a_{10} \cdot q^2 = a_{12} \quad \phi$$

$$a_{12} = -28 \quad \begin{matrix} (>0) & (>0) & (<0) \end{matrix}$$

$$a_{18} > 0$$

$$x = -2$$

$$a_{10} = \sqrt{-16 \cdot (-4)} = 8$$

$$a_{12} = 4$$

$$a_{18} = \sqrt{\frac{-16}{(-4)^3}} = \frac{1}{2}$$

$$x = -2; \text{удовлетворяет}; q = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = -19$$

$$a_{10} = \sqrt{(>0)(>0)} \quad a_{12} > 0 \Rightarrow x = -19; \text{удовлетворяет.}$$

$$a_{18} > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$ (продолжение).

2) пусть $\alpha_i = 0$, тогда все α_k ; $k \in \mathbb{N}$; $\alpha_k = 0$, т.к. $\alpha_k = \frac{\alpha_i}{q^k}$

$\Rightarrow 2 - x = \alpha_{12} = 0 \Rightarrow x = 2$; подставляем в $\alpha_{10} = \sqrt{84 \cdot 8} \neq 0$
противоречие.

Ответ: $x = -2$; $x = -19$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$ (продолжение)

$$2) \begin{cases} a - b = 1 \\ 8 = 2ab \Rightarrow ab = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{b} \end{cases}$$

$$\frac{4}{b} - b = 1$$

$$-b^2 - b + 4 = 0$$

$$b^2 + b - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$\sqrt{3-x} = b = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} > 0$$

$$\Downarrow \quad b = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad a = \frac{8}{\sqrt{17} - 1}$$

$$b = \sqrt{3-x} = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad a = \sqrt{6+x} = \frac{8}{\sqrt{17} - 1}$$

$$3-x = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} \quad 6+x = \frac{64}{18 - 2\sqrt{17}}$$

$$x = \frac{12 - 18 + 2\sqrt{17}}{4} = x = \frac{64 - 108 + 12\sqrt{17}}{18 - 2\sqrt{17}}$$

$$\frac{2\sqrt{17} - 6}{4} = \frac{12\sqrt{17} - 44}{18 - 2\sqrt{17}}$$

$$36\sqrt{17} - 68 - 108 + 12\sqrt{17} = 48\sqrt{17} - 176$$

$\Rightarrow$ данные a и b удовлетворяют

$$x = \frac{2\sqrt{17} - 6}{4} = \frac{\sqrt{17} - 3}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\sqrt{17} - 3}{2}$$

$$x = -\frac{3 + 2\sqrt{17}}{2}$$

$$y = 18$$

$$z = 0$$

$$y = 18$$

$$z = 0$$

$$\Rightarrow X = - \frac{6 + 4\sqrt{4}}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$$\begin{cases} |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

заменим, что правая часть ≤ 20

оценим левую часть:

$$|y+2| + 2|y-18| \quad \begin{matrix} 1) & 2) & 3) \\ -2 & & 18 \end{matrix} \rightarrow y$$

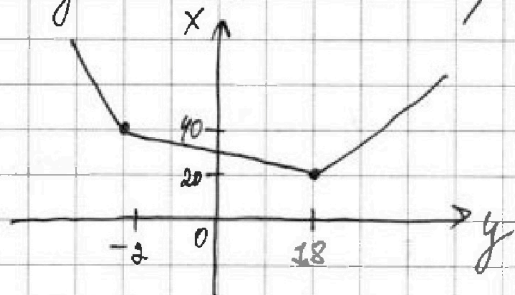
$$1) -y-2-2y+36=34-3y \geq 34-3(-2)=40$$

$$2) y+2-2y+36=38-y \geq 20=38-18$$

$$3) y+2+2y-36=3y-34 \geq 54-34=20$$

$\Rightarrow$ левая часть II уравнения $\geq 20 \Rightarrow$ равенство достигается,

когда левая = 20 = правая $\Rightarrow z=0; y=18$



I уравнение системы: $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2 \cdot 0} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2+0}$

$$\underbrace{\sqrt{x+6}}_a - \underbrace{\sqrt{3-x}}_b + 7 = 2 \underbrace{\sqrt{18-3x-x^2}}_{ab}$$

$$\begin{cases} a-b+7=2ab & (1) \\ a^2+b^2=9 & (2) \end{cases}$$

вычтем из (2) - (1): $a^2 - 2ab + b^2 = 2 - (a-b)$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_1 = -2; t_2 = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$.

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0.$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x \\ &= \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x \end{aligned}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2 \cos^2 x - 1.$$

$$\begin{aligned} p \cos^3 x - 3p \sin^2 x \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3(p+4) \cos x + 10 &= 0 \\ p \cos^3 x - 3p(1 - \cos^2 x) \cos x + 12 \cos^2 x + 3(p+4) \cos x + 4 &= 0. \end{aligned}$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x + 3(p+4) \cos x + 4 = 0.$$

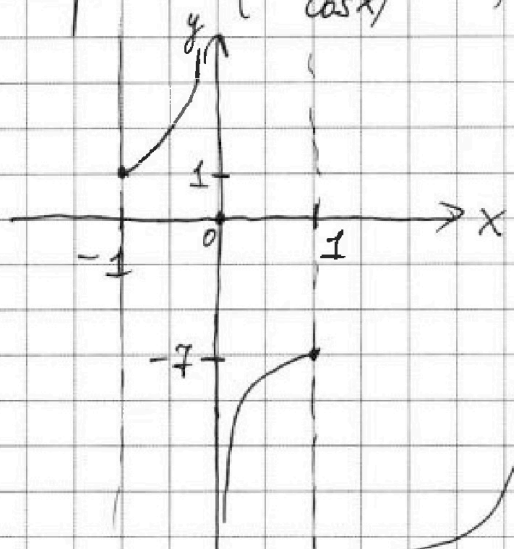
$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0.$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0.$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0; \cos x \neq 0, \text{ иначе } 4 = 0$$

$$(p-1) = - \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x} \right)^3$$

$$p = 1 - \left(1 + \frac{1}{\cos x} \right)^3; f(x) = 1 - \left(1 + \frac{1}{x} \right)^3, \text{ где } x \in [-1; 1].$$



$x=0$ - асимптота

$$\Rightarrow p \in [-\infty; -7]; [1; +\infty)$$

$$\left(1 + \frac{1}{\cos x} \right)^3 = 1 - p.$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p} - 1$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

$$x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } p \in [-\infty; -7]; [1; +\infty); x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

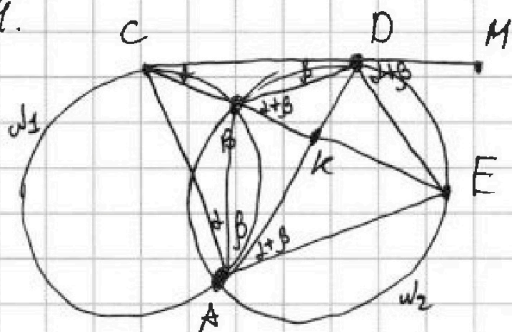


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№9.



Дано: CD - кас.

$$\frac{CK}{KE} = \frac{7}{20}$$

Найти: $\frac{ED}{CD}$

Решение:

пусть $\angle BAD = \beta$; $\angle BAC = \alpha$, тогда:
 $\angle BDC = \angle BAD = \beta$; $\angle DCB = \angle BAC = \alpha$ (углы между хордой и кас.)

$$\angle DBE = \angle BDC + \angle BCD = \alpha + \beta = \angle DAE \text{ (открывается на DE)} \Rightarrow$$

$\angle CAD = \alpha + \beta = \angle DAE \Rightarrow AK$ - биссектриса в $\triangle ACE$. $\Rightarrow$ по 3СБ:

$$\frac{AC}{CK} = \frac{AE}{KE} \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{CK}{KE} = \frac{7}{20}.$$

$$\angle DAE = \angle MDE \text{ (хорда, кас.)} = \angle CAD \Rightarrow \angle ADM - \angle CAD = \angle ADE =$$

$$= \angle ACD \Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle DAE \Rightarrow \frac{CA}{DA} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow DA^2 = CA \cdot AE =$$

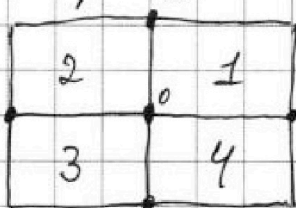
$$= 7y \cdot 20y \Rightarrow DA = y\sqrt{140}; \quad AC = 7y; \quad AE = 20y$$

$$\frac{CD}{ED} = \frac{CA}{DA} \text{ (из этих же } \sim \Delta) \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{DA}{CA} = \frac{\sqrt{140}}{7} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$

Ответ: $\frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{20}{7}}$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.5.
1) сначала рассмотрим множества, для которых выполняется только один из предположений симметрии. Тогда разобьем наш прямоугольник средними линиями на 4 равных прямоугольника.



Средние линии проходят по средине клеток, так как стороны исходного прямоугольника — четные.

7.0 - десяти.

тогда наше мн-во из 8 ж. разобьётся на

2 по 4 клетки.

$$\# \text{клеток в маленьких прямоугольниках} = \frac{500 \cdot 120}{4} = 15000 \text{ клеток.}$$

Заметим, что выбрав χ клетки в одной из ленточек $\square$,

7 3 способа сопоставить мк-ву симметричные (выбрав 4 кл. в $\square \sqrt{1}$; можно выбрать 4 клетки в $\square \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}$ (мм))

выбрать 4 книги в магазине $\square = C_{15000}^4$, их можно

выбрать в $4 \square$ ж, составить им 3 мн-ва и каждое из них мы посетим 2 раза $\Rightarrow$ таких способов $\frac{4C_{15000}^3 \cdot 3}{2} =$

$$= {}^6C_4^{15000}$$

Теперь посмотрим, когда может выполняться 2 симметрия одновременно.

пусть центральная + еще какая-то, но тогда ~~(нужно)~~
~~всего~~ даются выполняться и 3^{ий} вид симметрии, т.к. $8 \nmid 3$
 $\Rightarrow$ если выполняется центральная + еще что-то, то выполняются
все 3.

пусть выполняется 2 средние, но тогда выполняется и центральная симметрия, т.к. ~~2 симметрии~~ композиция 2 симметрий = симметрии ~~тогда~~ $\Rightarrow$ если выполняется не одна симметрия, то выполняются все 3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ в каждом из мелких ☐ разместим по 2 клетки
 C_{15000}^2 ; все остальные восстанавливаются однозначно.

3) теперь, когда выполняются одиночные симметрии, но
 клетки отмечены ~~в~~ в 4 мелких ☐ ^{из 4 клеток}

для каждого такого выбора $\exists$ по 2 способа и каждый ^{или считаем 2 раза.}
 $\Rightarrow \frac{2 \cdot C_{15000}^1 \cdot C_{15000}^3}{2} + \frac{2 \cdot C_{15000}^2 \cdot C_{15000}^2}{2} + \frac{2 \cdot C_{15000}^3 \cdot C_{15000}^1}{2}$

сложим все получившиеся суммы:

$$6 C_{15000}^4 + C_{15000}^2 + 2 C_{15000}^1 \cdot C_{15000}^3 + (C_{15000}^2)^2$$

~~$$\frac{6 \cdot 15000!}{1! \cdot 14999!} + \frac{15000!}{2! \cdot 14998!} + \frac{2 \cdot 15000! \cdot 15000!}{1 \cdot 3! \cdot 14999! \cdot 14997!} + \frac{(15000!)^2}{(2! \cdot 14998!)} \\ + \frac{15000! \cdot 14997!}{1} + \frac{15000! \cdot 14999!}{2} + \frac{(15000!)^2}{2} \cdot 15000 \cdot 15000$$~~

Ответ: $6 C_{15000}^4 + C_{15000}^2 (1 + C_{15000}^2) + 2 C_{15000}^1 \cdot C_{15000}^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение).

$$a = c - 9; \quad b = c - 1$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 1000$$

$$c^2 - 17c - 920 = 0.$$

$$D = 289 + 3680 = 3969 = 63^2$$

$$c = \frac{17 \pm 63}{2} = 40$$
$$= -\frac{46}{2} = -23$$

$$(c - 40)(c + 23) = 0$$

$$c = 40$$

$$c = -23$$

$a = 31$
$b = 39$
$c = 40$

$a = -32$
$b = -24$
$c = -23$

Ответ:

a	b	c
31	39	40
-32	-24	-23
31	39	30
-32	-24	-33



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

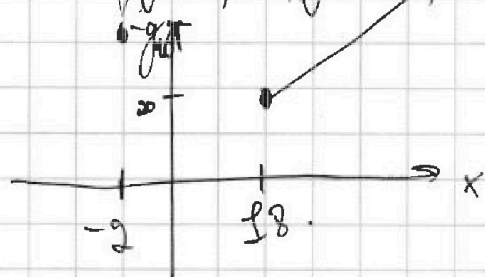
$$|a| + 2|b| = \sqrt{(a-b)-z^2}$$

$$|z| \leq 20$$

$$x > -6.$$

$$-20 \leq z \leq 20$$

$$|x+2| + 2|x-18| = y.$$



$$-x-2-2x+36 = -3x+34 \geq 40.$$

$$x+2-2x+36 = 38-x \geq 20.$$

$$x+2+2x-36 = 3x-34 \geq 20.$$

$$\boxed{z=0.} \quad \boxed{y=18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

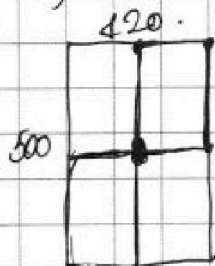
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a-b+7=2\sqrt{ab}$$

$$a^2+b^2=9$$

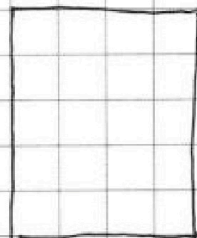
$$(a+b)^2=16+a-b$$



8 кл.

$$30 \cdot 500 = 15000$$

$$C_{15000}^4 + C_{15000}^4$$



$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$a-b+7=2\sqrt{ab}$$

$$a^2+b^2=9$$

$$(a-b)^2=2-(a-b)$$

$$t^2+t-2=0$$

$$1+8=9$$

$$(t-1)(t+2)=0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

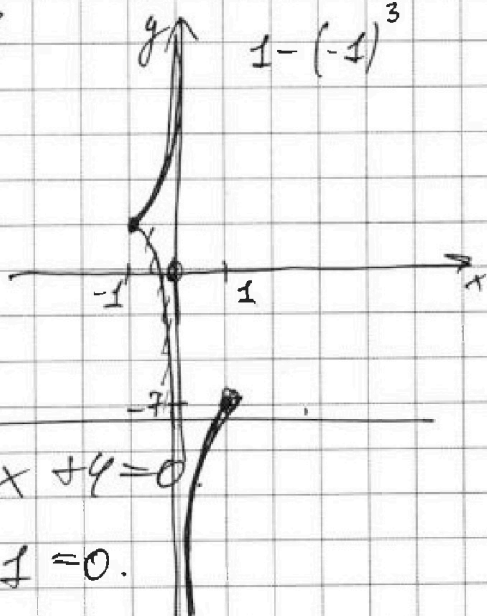
$$p-1 = -\left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3$$

$$p = 1 - \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3 = 1 - \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^3$$

$$p \in$$

$$1 - \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$$

$$1 - (-1)^3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x}$ (пер.)

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$x+6 + 3-x + \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = (\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x})^2$$

$$\cancel{a-b} + 16 = (a+b)^2$$

$$(a+b)^2 - (a+b) - 16 + 2b = 0$$

$$\begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ a^2+b^2 = 9 \end{cases}$$

$$a-b = 2ab - 7 \leq 9 - 7 = 2$$

$$\frac{a-b}{\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}} \leq 2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+3} + 7 = 2\sqrt{a(9-a)}$$

$$a-b+a^2+b^2-2 = 2ab$$

$$(a^2-a-1) + (b^2-b-1) = 2ab$$

$$9-b^2-b+7 = 2ab$$

$$a = \frac{16-b^2-b}{2b}$$

$$a = \frac{8}{b} - b - \frac{1}{2}$$

$$(a+b)^2 = 16 + a - b$$

$$a^2 + a(2b-1) + b^2 + b - 16 = 0$$

$$D = 4b^2 - 4b + 1 - 4b^2 - 4b + 64 = 64 - 8b$$

$$a = \frac{1-2b \pm \sqrt{8(8-b)}}{2}$$

$$x+9-x+49+14\sqrt{x}-14\sqrt{9-x} - 2\sqrt{x(9-x)} = 4(x(9-x))$$

$$42 + 13\sqrt{x} - 13\sqrt{9-x} =$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8 = \frac{1}{46}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

√1.

$\{a_n\}$ - геом. пр.

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{18} = 2-x$$

$$a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$a_{10} \cdot a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}} - 32 \cdot 31$$

$$a_{10} \cdot a_{18} = \sqrt{\frac{x+18}{3x+2}} = a_1 \cdot q^{26}$$

$$a_{10} \cdot q^8 = a_{18} \cdot \frac{1+4 \cdot 9 \cdot 92}{1}$$

$$a_{12} = a_1 \cdot q^{11}$$

$$a_{18} = a_1 \cdot q^{17}$$

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9$$

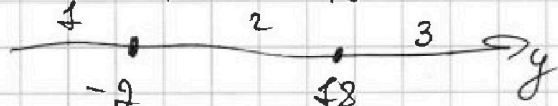
$$\begin{array}{r} 39699 \\ \times 36 \\ \hline 238194 \\ 36 \quad 1441 \\ \hline 142116 \\ \times 36 \\ \hline 5116176 \\ \times 36 \\ \hline 18818232 \\ \times 36 \\ \hline 677456352 \end{array}$$

√2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

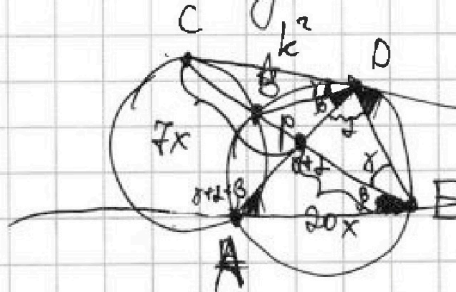
$$2\sqrt{y-3x-x^2+2} + \sqrt{3-x-2z} \geq 7$$

$$(y+2) + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$



$$-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$34-3y = \sqrt{400-z^2}$$



$$\frac{ED}{CD} = \frac{p^2-1}{3}$$

$$k^2 = \frac{(7x-p)(27x)}{189x^2 - 27px}$$

$$\triangle DME \sim \triangle AMD$$

DM

$$d^2 + a - (1001 - p^2) = 0$$

$$1 + 4004 - 4p^2 = k^2$$



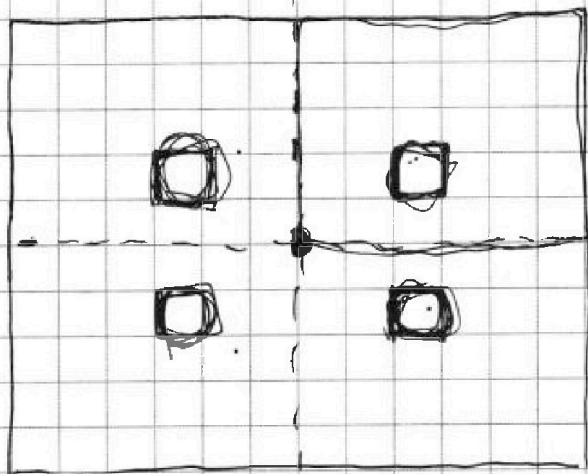
На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

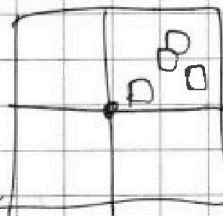
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

√5.



$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 81 \\ \hline + 31 \\ 93 \\ \hline 961 + 89 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \times 32 \\ 32 \\ \hline + 64 \\ 96 \\ \hline 1024 \end{array}$$

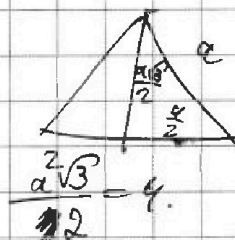
$$\frac{C_{15000}^4 \cdot 3 \cdot 4}{2} = 6 C_{15000}^4 + C_{15000}^2 = 6(15000)!$$

√7.



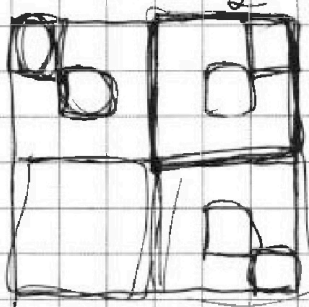
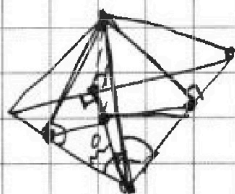
$$S=4.$$
$$a = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



$$\frac{3}{4} - \frac{3}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{C_{15000}^4 \cdot 3 \cdot 4}{2} = 6 C_{15000}^4$$



$$C_{15000}^2$$



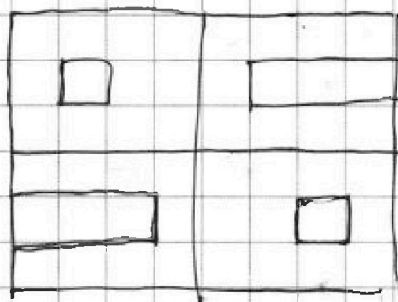
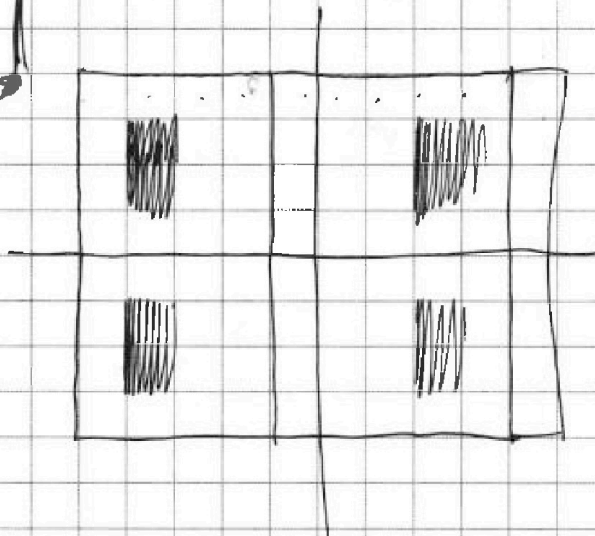
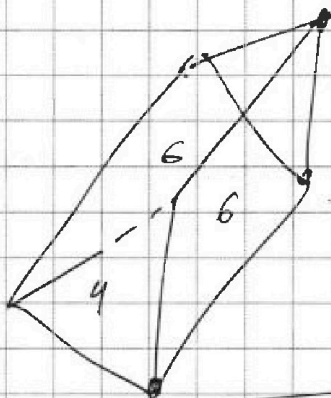
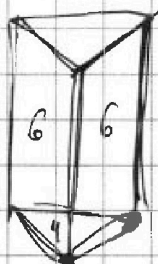
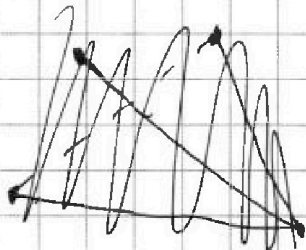
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0.$$

~~4000~~

$$4 \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0.$$

$$p \cdot \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0.$$

$$\frac{h}{b} - \frac{b}{b} + 8f$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0.$$

$$\frac{b}{x} - \frac{b}{x}$$

$$p-1 = -\left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3$$

$$x - x - 8f$$

$$p = 1 - \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)^3$$

$$[8.9-] \exists x$$

$$D = 1 + 400p^2$$

$$\cos x \in [-1; 1].$$

$$1 + \frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p}$$

$$1000 - a^2 - a + 1 = p^2$$

$$\frac{1}{\cos x} = \sqrt[3]{1-p} - 1$$

$$1001 - a^2 - a = p^2$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$

$$\frac{1}{2} \quad 1000 \geq p^2$$

$\sqrt{2}$

$$(y+2) + 2|y-18| \leq 20$$

$$b-c > a-c.$$

$$-2-y-2y+36 \leq 20.$$

$$b > a.$$

$$34-3y \leq 20$$

$$3y \geq 14.$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 = 2\sqrt{ab}$$

$$a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

$$a < b.$$

$$\sqrt{a}(1-2\sqrt{b}) + \frac{1}{2}(1-2\sqrt{b})$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$b-a \times 3.$$

$$2\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + 1 - 2\sqrt{ab}$$

$$a-c = b-c$$

$$a=b$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$2\sqrt{a}(1-2\sqrt{b}) + (1-2\sqrt{b})$$

$$a^2 + b = 1000.$$

$$1) a-b \neq 1$$

$$2) b-c = p^2; a-c = 1.$$

$$C = b-1.$$

$$1000 - a^2 > a$$

$$\sqrt{a(a+1)} < 1000$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$(2\sqrt{a}+1)(1-2\sqrt{b}) = -3$$

$$a^2 + a - 999 - p^2 = 0$$

$$(2\sqrt{a}+1)(2\sqrt{b}-1) = 13$$

$$1 + 4(999 + p^2)$$

$$b-a+1 = p^2$$

