



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{12} = a_1 \cdot q^{11} = 2-x$$

$$a_{15} = a_1 \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\frac{a_{15}}{a_{10}} = q^5 = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = q^2 \quad q^8 = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} \quad (2-x \neq 0)$$

$$\frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad ((2-x)^4 - (25x+34)^2)((2-x)^2 + (25x+34)^2) = 0$$

$$(x^2 - 4x + 4 - 25x + 34)(x^2 - 4x + 4 + 25x + 34) = 0$$

$$(x^2 - 29x + 38)(x^2 + 21x + 38) = 0$$

$$\begin{matrix} x = 30 \\ x = -3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x = -19 \\ x = -2 \end{matrix}$$

1) $x = -1$ $(-25+34)(-3+2) < 0$ не подходит $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $a_1 = 128\sqrt{2}$

2) $x = -2$ $a_{10} = \sqrt{(-16) \cdot (-4)} = 4 \cdot 2 = 8$

$$a_{12} = 4$$

$$a_{15} = \sqrt{\frac{-16}{(-4)^3}} = \sqrt{\frac{16}{16 \cdot 4}} = \frac{1}{2}$$

3) $x = -19$ $a_{10} = \sqrt{(-475+34)(-55)} = \sqrt{441 \cdot 55} = 21\sqrt{55}$ $q = \frac{1}{\sqrt{55}}$ $a_1 = 21 \cdot 55 \cdot 55 \cdot \sqrt{55}$

$$a_{12} = 21$$

$$a_{15} = \sqrt{\frac{441}{55^2 \cdot 55}} = 21 \cdot \frac{1}{55\sqrt{55}}$$

4) $x = 30$ $a_{12} = -28 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2$ не подходит

Ответ: ~~128~~ $\{-2; -19\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№120

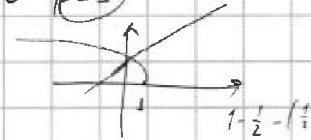
№121/122/123/124/125/126/127/128/129/130/131/132/133/134/135/136/137/138/139/140/141/142/143/144/145/146/147/148/149/150/151/152/153/154/155/156/157/158/159/160/161/162/163/164/165/166/167/168/169/170/171/172/173/174/175/176/177/178/179/180/181/182/183/184/185/186/187/188/189/190/191/192/193/194/195/196/197/198/199/200/201/202/203/204/205/206/207/208/209/210/211/212/213/214/215/216/217/218/219/220/221/222/223/224/225/226/227/228/229/230/231/232/233/234/235/236/237/238/239/240/241/242/243/244/245/246/247/248/249/250/251/252/253/254/255/256/257/258/259/260/261/262/263/264/265/266/267/268/269/270/271/272/273/274/275/276/277/278/279/280/281/282/283/284/285/286/287/288/289/290/291/292/293/294/295/296/297/298/299/300/301/302/303/304/305/306/307/308/309/310/311/312/313/314/315/316/317/318/319/320/321/322/323/324/325/326/327/328/329/330/331/332/333/334/335/336/337/338/339/340/341/342/343/344/345/346/347/348/349/350/351/352/353/354/355/356/357/358/359/360/361/362/363/364/365/366/367/368/369/370/371/372/373/374/375/376/377/378/379/380/381/382/383/384/385/386/387/388/389/390/391/392/393/394/395/396/397/398/399/400/401/402/403/404/405/406/407/408/409/410/411/412/413/414/415/416/417/418/419/420/421/422/423/424/425/426/427/428/429/430/431/432/433/434/435/436/437/438/439/440/441/442/443/444/445/446/447/448/449/450/451/452/453/454/455/456/457/458/459/460/461/462/463/464/465/466/467/468/469/470/471/472/473/474/475/476/477/478/479/480/481/482/483/484/485/486/487/488/489/490/491/492/493/494/495/496/497/498/499/500/501/502/503/504/505/506/507/508/509/510/511/512/513/514/515/516/517/518/519/520/521/522/523/524/525/526/527/528/529/530/531/532/533/534/535/536/537/538/539/540/541/542/543/544/545/546/547/548/549/550/551/552/553/554/555/556/557/558/559/560/561/562/563/564/565/566/567/568/569/570/571/572/573/574/575/576/577/578/579/580/581/582/583/584/585/586/587/588/589/590/591/592/593/594/595/596/597/598/599/600/601/602/603/604/605/606/607/608/609/610/611/612/613/614/615/616/617/618/619/620/621/622/623/624/625/626/627/628/629/630/631/632/633/634/635/636/637/638/639/640/641/642/643/644/645/646/647/648/649/650/651/652/653/654/655/656/657/658/659/660/661/662/663/664/665/666/667/668/669/670/671/672/673/674/675/676/677/678/679/680/681/682/683/684/685/686/687/688/689/690/691/692/693/694/695/696/697/698/699/700/701/702/703/704/705/706/707/708/709/710/711/712/713/714/715/716/717/718/719/720/721/722/723/724/725/726/727/728/729/730/731/732/733/734/735/736/737/738/739/740/741/742/743/744/745/746/747/748/749/750/751/752/753/754/755/756/757/758/759/760/761/762/763/764/765/766/767/768/769/770/771/772/773/774/775/776/777/778/779/780/781/782/783/784/785/786/787/788/789/790/791/792/793/794/795/796/797/798/799/800/801/802/803/804/805/806/807/808/809/810/811/812/813/814/815/816/817/818/819/820/821/822/823/824/825/826/827/828/829/830/831/832/833/834/835/836/837/838/839/840/841/842/843/844/845/846/847/848/849/850/851/852/853/854/855/856/857/858/859/860/861/862/863/864/865/866/867/868/869/870/871/872/873/874/875/876/877/878/879/880/881/882/883/884/885/886/887/888/889/890/891/892/893/894/895/896/897/898/899/900/901/902/903/904/905/906/907/908/909/910/911/912/913/914/915/916/917/918/919/920/921/922/923/924/925/926/927/928/929/930/931/932/933/934/935/936/937/938/939/940/941/942/943/944/945/946/947/948/949/950/951/952/953/954/955/956/957/958/959/960/961/962/963/964/965/966/967/968/969/970/971/972/973/974/975/976/977/978/979/980/981/982/983/984/985/986/987/988/989/990/991/992/993/994/995/996/997/998/999/1000

$$pt' + 2t + 1 = 0$$

$$\frac{0}{4} = 1 - p$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-p}}{2p}$$

$$-3 \leq \frac{-1 + \sqrt{1-p}}{p} \leq 1$$



$$t^2 + \frac{1}{p}t + \frac{1}{p} = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-p}}{2p}$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-p}}{2p}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{1-p} + p}{p} \leq 0$$

$$\frac{\sqrt{1-p} - (p+1)}{p} \leq 0$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$\frac{29}{281}$$

$$2-x > 0$$

$$(x \leq 2)$$

$$x = -1$$

$$x = -2$$

$$x = -19$$

$$x = \frac{29 \pm 31}{2}$$

$$x = 30$$

$$x = -1$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$\frac{475}{225}$$

$$8, 4\sqrt{2}, 4, 2\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$$

$$a_1 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_2 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_3 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_4 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_5 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_6 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_7 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_8 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_9 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_{10} = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_{11} = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_{12} = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_{13} = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_{14} = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_{15} = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_{16} = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$a_{17} = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 1$$

$$0 - 8 + 7 = 2ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 24a^2 + 4ab$$

$$x+6-2\sqrt{18-3x-x^2}+3-x=4(18-3x-x^2)-4\sqrt{18-3x-x^2}+45$$

$$x+6=3-x$$

$$2x=-3$$

$$x=-1.5$$

$$x=-1.5$$

$$x=-1.5$$

$$x=-1.5$$

$$x=-1.5$$

$$x=-1.5$$

$$x=-1.5$$

$$36$$

$$108$$

$$108$$

$$108$$

$$108$$

$$108$$

$$108$$

$$108$$

$$108$$

$$108$$

$$12$$

$$12$$

$$12$$

$$12$$

$$12$$

$$12$$

$$12$$

$$12$$

$$12$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$4x^2+12x-42=0$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$\frac{5614}{16}$$

$$3-x > 0$$

$$3-x > 0$$

$$3-x > 0$$

$$3-x > 0$$

$$3-x > 0$$

$$3-x > 0$$

$$3-x > 0$$

$$3-x > 0$$

$$3-x > 0$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x$$

$$x+6=3-x</$$

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 2z + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} & (1) \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (2) \end{cases}$$

$$f(y) = |y+2| + 2|y-18|$$

$$1) y \geq 18 \quad f(y) = y+2+2y-36 = 3y-34 \quad \uparrow \quad \text{min при } y=18 \quad f(18) = 3 \cdot 18 - 34 = 20$$

$$2) -2 \leq y \leq 18 \quad f(y) = y+2-y+36 = -y+38 \quad \downarrow \quad \text{min при } y=18$$

$$3) y \leq -2 \quad f(y) = -y-2-y+36 = -3y+34 \quad \downarrow \quad \text{min при } y=-2 \quad f(-2) = 40$$

$$f(y) \text{ min } f(18) = 20$$

$$g(z) = \sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20 \quad \text{max при } z=0$$

Максимальное значение $\sqrt{400-z^2}$ совпадает с минимальным значением выражения $|y+2| + 2|y-18|$ при этом же значении принимают при единственном значении аргументов $\Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ y=18 \end{cases}$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$x+6 - 2\sqrt{18-3x-x^2} + 3-x = 4(18-3x-x^2) - 28\sqrt{18-3x-x^2} + 196 \Rightarrow 49$$

$$t = \sqrt{18-3x-x^2}, \quad t \geq 0$$

$$6-2t+3 = 4t^2 - 28t + 49$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$\begin{cases} t = 4 \\ t = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$18-3x-x^2 = 16$$

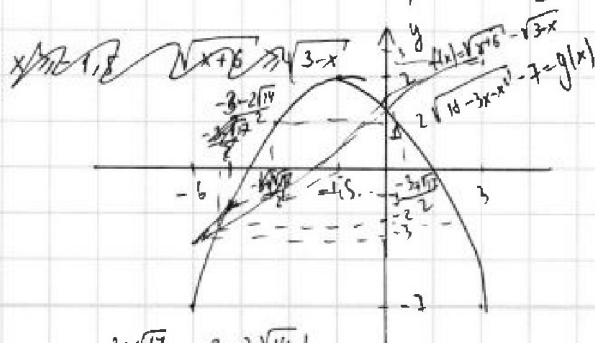
$$x^2+3x-2=0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$18-3x-x^2 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2+12x-47=0$$

$$x = \frac{-6 \pm 4\sqrt{14}}{4} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$



$$f(0) = \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$g(0) = 2\sqrt{18} - 7 = 6\sqrt{2} - 7$$

$$\text{Answer: } \left\{ \frac{-3+\sqrt{17}}{2}; \frac{-3-2\sqrt{14}}{2} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$t = \cos x \quad \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x \quad \cos^2 x = 2\cos^2 x - 1 \quad t \in [-1; 1]$$

$p \neq 4$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + 3pt + 4t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 4t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + t + 1 = 0$$

$$1) p = 0 \quad 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$p > 0 \quad D = 9 - 3 \cdot 4 < 0 \quad \emptyset$$

$$2) p \neq 0 \quad \text{~~scribbles~~}$$

$$f(t) = pt^3 + 3t^2 + t + 1$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(t) = 3pt^2 + 6t + 1 = 3(pt^2 + 2t + \frac{1}{3})$$

$$f(1) \leq 0$$

$$f(-1) \leq 0$$

$$(*) - \begin{cases} f(1) > 0 \\ f(-1) > 0 \\ \min_{t \in [-1; 1]} f(t) \leq 0 \end{cases}$$

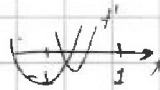
$$2) \begin{cases} f'(1) \geq 0 \\ f'(-1) \leq 0 \end{cases}$$

$$f'(1) \geq 0$$

$$f'(-1) \geq 0$$

$$-1 \leq \frac{-2}{2p} \leq 1$$

$$D \geq 0$$



$$f'(-1) = 3(p - 2 + 1) = 3(p - 1) \leq 0 \quad \begin{cases} p \leq 1 \\ p \geq -3 \end{cases}$$

$$f'(1) = 3(p + 2 + 1) = 3(p + 3) \geq 0 \quad \begin{cases} p \geq -3 \\ p \leq 1 \end{cases}$$

$$-2 \geq 2p - 1 - p \geq 0$$

$$\frac{p-1}{p} \geq 0 \quad \emptyset$$

$$D \geq 0$$

$$p \geq 1$$

$$p \leq -3$$

$$p \leq -3 \quad p \geq 1$$

$$p \in [0; 1]$$

$$t = -1 \pm \sqrt{1-p}$$

$$t = -1 + \sqrt{1-p}$$

$$f(t) \leq 0$$

$$3) p < 0 \quad f(t) = pt^3 + 3t^2 + t + 1$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(t) = 3(pt^2 + 2t + \frac{1}{3})$$

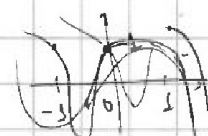
$$f(-1) \leq 0$$

$$f(1) \leq 0$$

$$f'(1) \leq 0$$

$$f'(-1) \geq 0$$

$$2) \quad p \leq -3$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

a, b, c - четные $\Rightarrow$
 $a < b$
 $a-c < b-c$

$$(1) \quad \begin{cases} a-c = p^2-1 \\ b-c = p^2 \end{cases}, \quad \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}, \quad \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

$a=b$
не подходит

$$(1): \text{ или } b-a = p^2-1 \times 3$$

Квадрат числа имеет остаток при делении на 3 или 0, или 1 $\Rightarrow p^2-1 = 3k-1$
 $p^2 = 3k$

Т.к. p - простое $\Rightarrow p=3$

$$b-a=8$$

$$a^2+b=1000$$

$$b=a+8$$

$$a^2+a-992=0$$

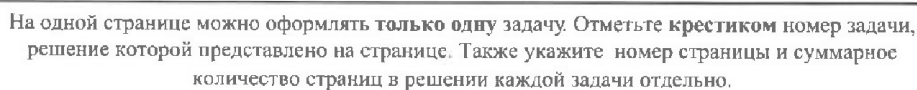
$$\begin{matrix} a=-32 & b=-24 & c=-33 \\ a=31 & b=39 & c=30 \end{matrix}$$

$$(2): b-a = p^2-1$$

Аналогично $p=3$ $b-a=8$

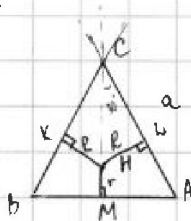
$$\begin{matrix} a=-32 & b=-24 & c=-23 \\ a=31 & b=39 & c=40 \end{matrix}$$

Ответ: $(-32; -24; -33), (31; 39; 30), (-32; -24; -23), (31; 39; 40)$



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



а Н - проекция G на ABC НК, НЛ, НМ - перпендикуляры к BC, AC, AB

$C_1M \perp AM$

$$HL \perp AC \quad (HL, AC \in ABC)$$

HL-применяе СЛ

Anaconda Ck IBC $C, k = \sqrt{C_H^2 + C_{Hc}^2}$

$$S_{AA_1C_1} = S_{AA_1C_2} \Rightarrow C_1K = C_2L \quad HK = HW \Rightarrow CM - \text{биссектриса}$$

$$C_1L \cdot AC = C_2K \cdot AC$$

$$(AC = BC)$$

или
из равенства площадей

$$MN \parallel HC_1 \Rightarrow MN \perp ABC \Rightarrow MN \perp A, B, C, \dots$$

ММ, - пропуски ММ,

$$NM, \perp AB, (NM, AK \in A \cap C.)$$

$$\gamma \Rightarrow MM_d \perp A_1B_1 \Rightarrow MM_1 \perp AB$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (ar + ar + ar) = 4$$

$$S = 4 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$a = \frac{4}{2^{1/4}} = \frac{4}{\sqrt[4]{2}}$$

$$2R+r = \frac{8\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{AD,GC} = GL \cdot AC = 6$$

$$C, L \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 6$$

$$C_{1L} = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{ABD, A} = MM, AB =$$

$$MM_2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$MM_1 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$C_1 M_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = 2R + r$$

$$MM_1^2 = MN^2 + NM_1^2$$

$$\frac{25\sqrt{3}}{16} = 4R^2 + h^2$$

$$CL^2 = HL^2 + CH^2$$

$$\frac{9\sqrt{3}}{4} = e^2 + h^2$$

$$C_G = NM_1 = \frac{\sqrt[3]{s}}{q} < C_L \Rightarrow CH < LH$$

при $H \in \text{бисекторисе } \angle C$ $CH = 2CH$, что неверно.

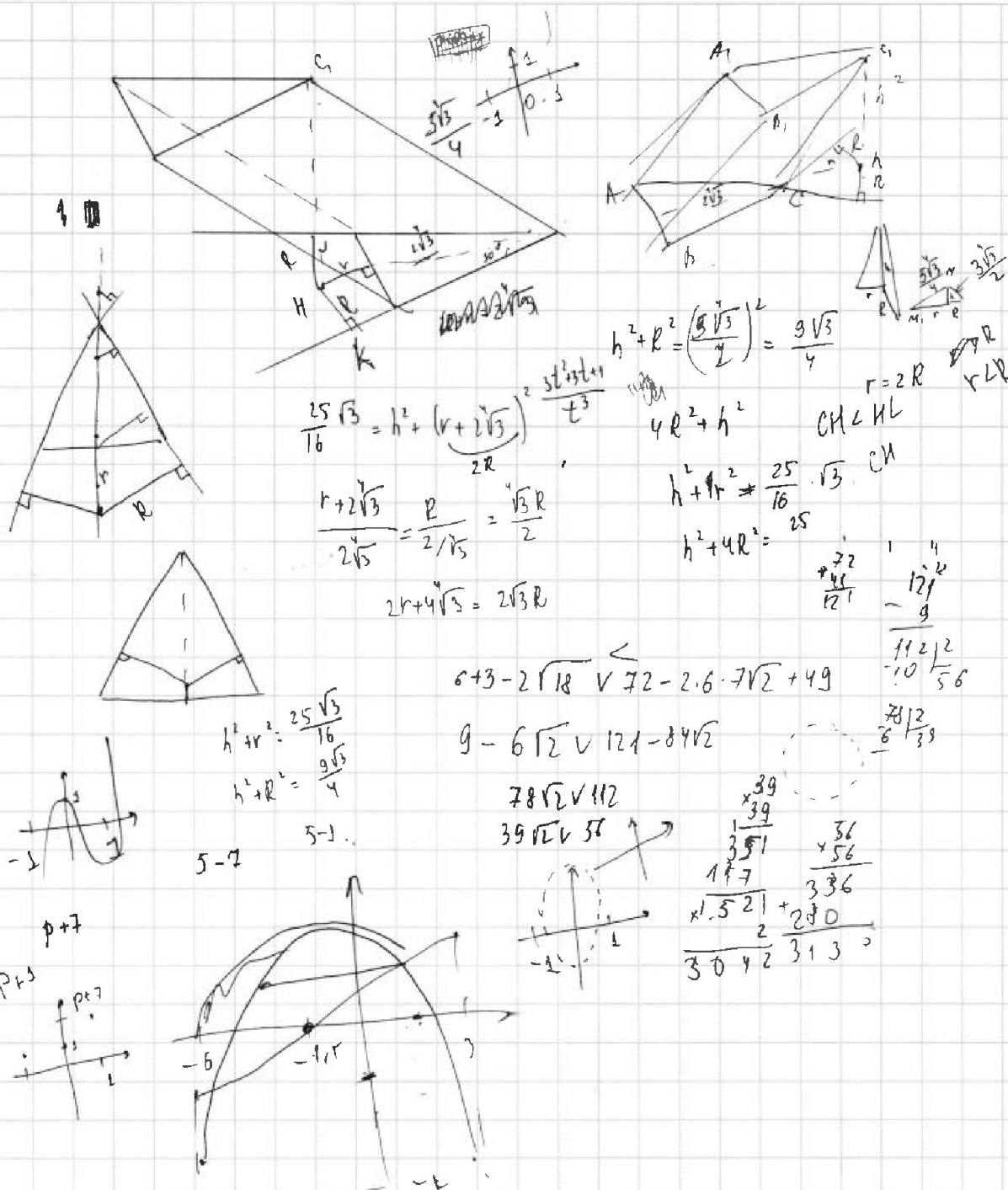


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

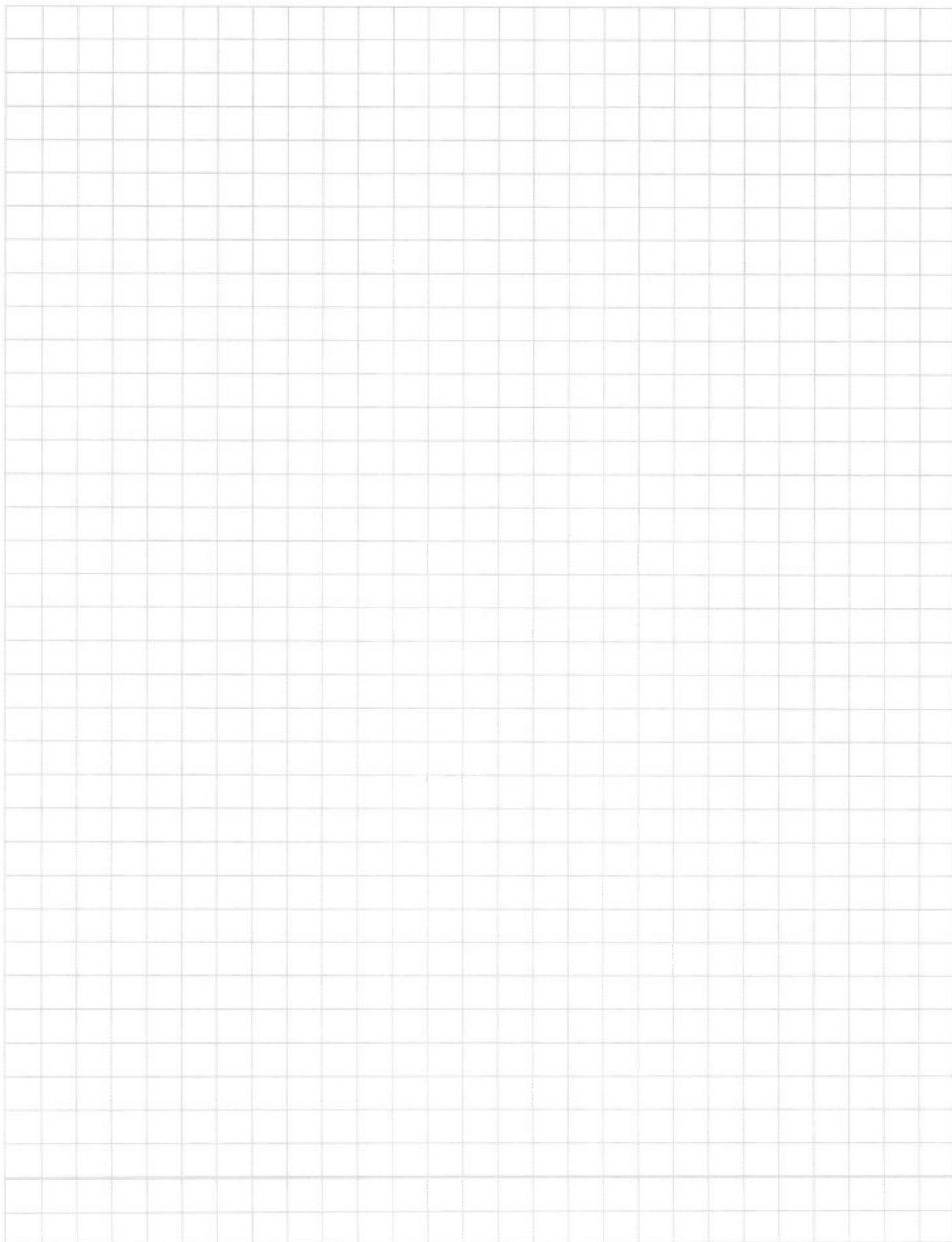
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$h^2 + r^2 = 36x^2$
 $h^2 + r^2 = 25x^2$
 $R^2 - r^2 = 16x^2$

$r = 2(R - \sqrt{3})$
 $R^2 - 4(R - \sqrt{3})^2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$
 $R^2 - 2\sqrt{3}R + \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$20+3 \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{11} = 2-x$$
$$a_{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\sqrt{\frac{2-x}{(25x+34)(3x+2)}} = 2^2$$

$$x \geq -\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{25} - \frac{1}{5} = -\frac{4}{25}$$

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} = 2^2 = \sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{(25x+34)^3(3x+2)^3}} = \frac{1}{3x+2} = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^3(3x+2)^3}$$

$$2-x \geq 0$$

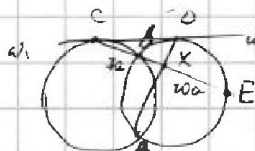
$$2$$

$$3p+12-3p$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2}$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$t = \cos x \quad t \in [-1; 1]$$



$$x > -\frac{2}{3}$$

$$(2-x)^4 = (25x+34)^3(3x+2)^3$$

$$\frac{1}{25} - \frac{1}{5} = -\frac{4}{25}$$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 - 3tp + 12t^2 - 6 + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 3(p+4)t + 4 = 0$$

$$1) p = 0$$

$$12t^2 + 9t + 4 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 12 \cdot 4 < 0$$

$$2) p \neq 0$$

$$f(1) = 4p + 12 + 12 + 4 = 4p + 28$$

$$f(-1) = -4p + 12 - 12 + 4 = -4p + 4$$

$$f'(t) = 12pt^2 + 24t + 3(p+4)$$

$$\frac{D}{4} = 12^2 - 12p \cdot 3(p+4) = 144 - 36p^2 - 144p$$

$$= 36(4 - p^2 - 4p) = 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$= 36(4 - (p+2)^2)$$

$$f' = 12pt^2 + 24t + 3(p+4)$$

$$= 12(pt^2 + 2t + 1)$$

$$f(0) = 4$$

$$f(1) = 4$$

$$f(2) = 4$$

$$f(3) = 4$$

$$f(4) = 4$$

$$f(5) = 4$$

$$f(6) = 4$$

$$f(7) = 4$$

$$f(8) = 4$$

$$f(9) = 4$$

$$f(10) = 4$$

$$f(11) = 4$$

$$f(12) = 4$$

$$f(13) = 4$$

$$|y+2| + 2|y-18|$$

$$y \geq 18 \quad y+2+y-36 = 3y-34$$

$$f(18) = 54-34 = 20$$

$$-2 \leq y < 18 \quad y+2-2y+36 = 38-y$$

$$f(-2) = 38+2$$

$$y \leq -2 \quad -y-2-2y+36 = -3y+34$$

$$y = 18 \quad a = \sqrt{x+6}$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{11-3x^2}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a + 2ab \quad a + 7 = 2ab + b = b(2a+1)$$