



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



- ① [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

- ② [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

- ★ 3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

- ④ [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ⑥ [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

- ⑦ [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

b_1 - первый член прогрессии,

q - ее знаменатель, b_i - i -ый

член прогрессии.

$$b_n = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \quad b_{10} = x+4, \quad b_{12} =$$

$$= \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

$$\text{отсюда } x+3; \quad x+4 = \frac{2}{5}.$$

$$b_{12} = b_n \cdot q^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} =$$

$$= q^8 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}.$$

$$1.) \quad 15x+6 \neq 0:$$

$$q^8 = \sqrt{|x-3|^4} = |x-3|^2 \Rightarrow$$

$$q^4 = |x-3| \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x-3|}.$$

$$b_{12} = q^2 \cdot b_{10} = \sqrt{|x-3|} \cdot (x+4) =$$

$$= \sqrt{(15x+6)(x-3)} \Rightarrow x+4 = \sqrt{15x+6}$$

$$x+4 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 15x + 6.$$

$$x = -\frac{2}{5}; \quad x^2 - 7x + 10 = 0. \quad x = \frac{7 \pm 3}{2} =$$

$$= 5; 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m_2 - 2x \cdot 0.53 \quad x = 5.$$

$$x < -\frac{2}{5}: \quad x^2 + 8x + 16 = -15x - 6; \quad x^2 + 23x + 22 = 0.$$
$$x = \frac{-23 \pm \sqrt{241}}{2}.$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{241} - 23}{2} \quad (x^2 + 23x + 22 = 0).$$

$$2) \quad 15x + 16 = 0: \quad x = -\frac{16}{15};$$

$$\text{погда} \quad v_1 = v_2 = 0 \quad \text{и} \quad d_f = 0 \Rightarrow$$

$$v_1 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow x = -4, \text{ что невозможно.}$$

$$\Rightarrow \text{тоже} \quad x = 5; \quad \frac{\sqrt{241} - 23}{2}.$$

$$\text{ответ:} \quad x = 5; \quad \frac{\sqrt{241} - 23}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{5-x-32} + 6 = 2\sqrt{2-x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-x^2} \end{cases}$$

Решим второе уравнение.

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-x^2}$$

• Заметим что:

$$\bullet \sqrt{225-x^2} \leq \sqrt{225} = 15$$

$$\bullet \text{ Если } y > 35: \quad \begin{matrix} 3y - 90 \geq 15 \\ |y-20| + 2|y-35| \end{matrix}$$

$$\bullet \text{ Если } 20 \leq y \leq 35: \quad \begin{matrix} y - 20 + 40 - 2y = \\ = 50 - y \geq 15. \end{matrix} \quad \begin{matrix} |y-20| + 2|y-35| \end{matrix}$$

$$\bullet \text{ Если } y \leq 20: \quad \begin{matrix} 90 - 3y \geq 30 \geq 15 \\ |y-20| + 2|y-35| \end{matrix}$$

Значит, $\forall y \in \mathbb{R} \quad |y-20| + 2|y-35| \geq 15$, причем равенство тогда и только тогда, когда $y = 35$.

$$\Rightarrow 15 \leq |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-x^2} \leq 15.$$

Значит, для этих выражений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

равны 15 и $z=0$, $y=35$.

значит, в первом уравнении:

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} =$$

$$= 2\sqrt{(x+2)(5-x)}.$$

отсюда: $-2 \leq x \leq 5$.

~~или~~

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+2)(5-x)} - 6$$

1.) $\sqrt{x+2} \geq \sqrt{5-x} \Rightarrow x \geq -1$.

$$2\sqrt{(x+2)(5-x)} - 6 \geq 0 \Rightarrow$$

$$35 - 2x - x^2 \geq 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 26 \leq 0.$$

~~или~~
 $\Rightarrow -1 - \sqrt{27} \leq x \leq -1 + \sqrt{27}.$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{(x+2)(5-x)} - 6.$$

$$12 - 2\sqrt{(x+2)(5-x)} = 4(x+2)(5-x) + 36 -$$

$$- 24\sqrt{(x+2)(5-x)}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{(x+2)(5-x)} \Rightarrow$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0. \Rightarrow t = \frac{11 \pm 5}{4} = 4; \frac{3}{2}.$$

$$\Rightarrow (x+2)(5-x) = 16; \frac{9}{4}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p.$$

Положим $t = \cos x \in [-1; 1]$.

$$\cos 3x = 4t^3 - 3t, \quad \cos 2x = 2t^2 - 1.$$

$$\text{Имеем } 4t^3 - 3t + 6t = (2t^2 - 1)3 + p$$

$$\Rightarrow 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p.$$

$$\text{Положим } f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3.$$

$$\text{Заметим, что } f'(t) = 3(2t - 1)^2 \geq 0$$

$$\text{Имеем } f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}, \text{ поэтому}$$

f строго монот. возр.;

$$f(-1) = -10, \quad f(1) = 4 \Rightarrow$$

$$\forall t \in [-1; 1] \quad -10 \leq f(t) \leq 4.$$

Из-за непрерывности f имеем

$$-10 \leq p \leq 4. \text{ Также такое } p$$

найд., а другие p не найд.; значит

$$\boxed{-10 \leq p \leq 4}$$

Ответ: $-10 \leq p \leq 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

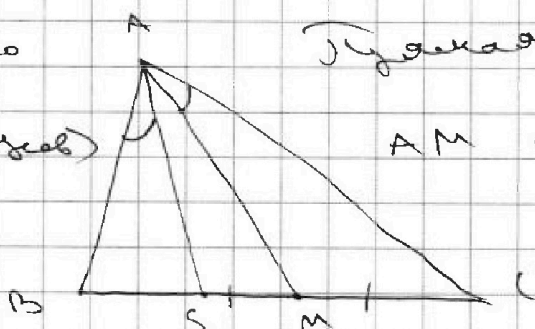
НН

Исходными сведениями известный факт.

Известный факт. (Симметрия т.к.)

Пусть дан $\triangle ABC$, AM — его медиана.

(очень важно
выводится
из т. симметрии)



Пусть, симметричная

AM относительно

линии BC

Назовем-ся симметричной т.к.

пусть она пересекает BC в точке

S . Тогда $\frac{BS}{SC} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

Переходим к задаче.

По т. об. две линии касательной
и хорды $\angle BDC = \angle BED$

$\triangle BCD \sim \triangle BED$ (по 2 углам). Пусть

M — середина BC , т.к. D — центр.

кас. к ω_1, ω_2 а AB — хорда.

ω_1 и ω_2 , то $M \in AB$.

Answer: $\frac{11}{5} = \frac{2}{5}$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение

$$u + 10u$$

$$10g = 4.22$$

$$u^2 + v^2 = 12$$

$$u - v = 2uv - 6$$

$$6^4 + 16 \cdot 131$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ 64 \\ \hline 286 \\ 131 \\ \hline 2096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ 16 \\ \hline 286 \\ 131 \\ \hline 2096 \end{array}$$

$$\sqrt{1+u} - \sqrt{5+u-32} + 6 = 12$$

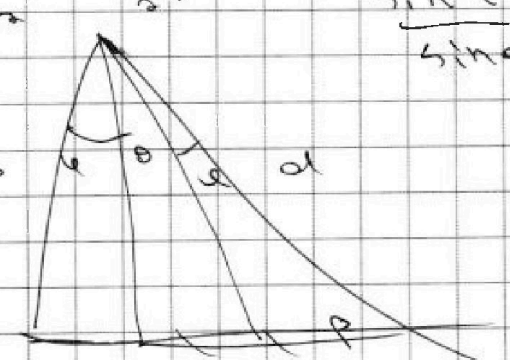
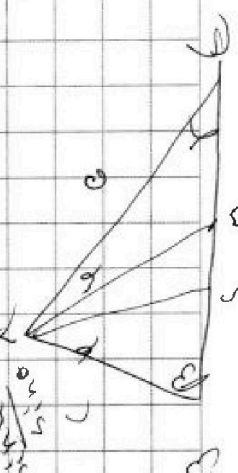
$$-2\sqrt{u-2x-x^2} + 2$$

$$-2\sqrt{1+u} < 14$$

$$\sqrt{1+u} > 7.2$$

$$\frac{\sin \theta}{\sin \alpha} = \frac{6}{a}$$

$$\begin{array}{l} \frac{5}{4} = \sin \theta \\ \frac{5}{4} = \sin \theta \\ \frac{5}{4} = \sin \theta \\ \frac{5}{4} = \sin \theta \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 250 \cdot 8 = 2000 \\ 250 \cdot 8 \\ 8 \cdot 20 \end{array}$$

$$10 \cdot 131$$

$$\frac{\sin \theta}{\sin \alpha} = \frac{6}{a}$$

$$\frac{\sin \theta}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 6

$$a > b \Rightarrow a - c > b - c.$$

$$\text{Пусть } (a-c)(b-c) = p^2, \quad p - \text{простое.}$$

$$\Rightarrow \text{либо } a-c = b-c = p, \text{ либо}$$

$$a-c = p^2, \quad b-c = 1 \text{ либо } a-c = 1, \quad b-c = p^2,$$

~~$$a-c = p^2, \quad b-c = 1 \text{ либо } a-c = 1, \quad b-c = p^2,$$~~

~~$$a-c = p^2, \quad b-c = 1 \text{ либо } a-c = 1, \quad b-c = p^2,$$~~

$$\text{либо } a-c = b-c = -p, \text{ либо}$$

$$a-c = -1, \quad b-c = -p^2, \text{ либо } a-c = -p^2,$$

$$b-c = -1. \quad \text{П.С.К.} \quad a-c > b-c, \text{ то}$$

$$\text{либо } a-c = p^2, \quad b-c = 1 \text{ либо}$$

$$a-c = -1, \quad b-c = -p^2.$$

$$1.) \text{ Если } a-c = p^2, \quad b-c = 1 \text{ то}$$

$$a-c = a-b+1 = p^2 \Rightarrow a-b = (p-1)(p+1).$$

$$\text{одно из чисел } p, p-1, p+1 \text{ кратно}$$

$$3. \text{ Если } 3 \nmid p \text{ то одно из чисел}$$

$$p-1, p+1 \text{ кратно } 3 \Rightarrow a-b \div 3, \text{ что}$$

$$\text{невозможно. Значит } 3 \mid p.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.1.2. p простое то $p=3$.

значит $a-b=8 \Rightarrow a=b+8$.

$$a+b^2=820=b^2+b+8.$$

$$b = \frac{-1 \pm 52}{2} = 28; -29.$$

$$\Rightarrow (a; b; c) = (36; 28; 24);$$
$$(-21; -29; -30)$$

2.) Если $a-c=1$, $b-c=p^2$ то

$$b-a-1=p^2 \Rightarrow a-b=p^2-1.$$

значит $p=3$. $\Rightarrow$

$$a=8+b; \text{ значит } b=28; -29.$$

$$\Rightarrow (a; b; c) = (36; 28; 34);$$
$$(-21; -29; -20).$$

$$\text{Ответ: } (a; b; c) = (36; 28; 24);$$

$$(-21; -29; -30); (36; 28; 34); (-21; -29; -20)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

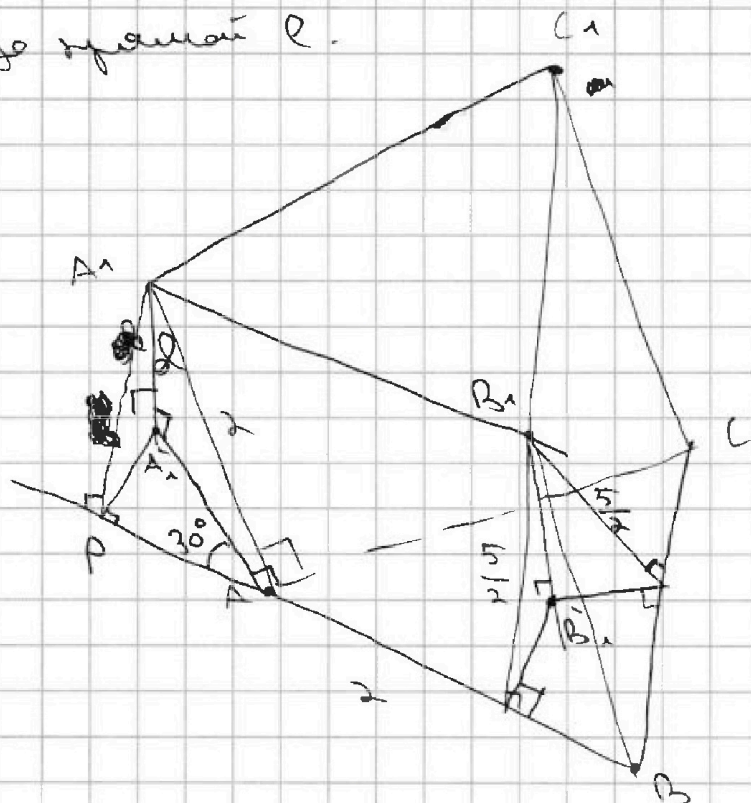
1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Обозначение: $d(x, l)$ — расстояние от точки x до прямой l .



Решение: Пусть $ABCA_1B_1C_1$

дана пирамида, причем $S_{AA_1B_1B_1} =$

$$= S_{BB_1C_1C_1} = 5, \quad S_{AA_1C_1C_1} = 2.$$

$AA_1B_1B_1$ — это параллелограмм, откуда

$$S_{AA_1B_1B_1} = AB \cdot d(B_1, AB) = 2d(B_1, AB) = 5.$$

$$\Rightarrow d(B_1, AB) = \frac{5}{2}; \text{ аналогично}$$

$$d(B_1, BC) = \frac{5}{2}.$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теор. о перп. катетов $AA_1 \perp AC (=)$

$AA_1 \perp AC$ прямоугольный: $S_{AA_1CC_1} = AC \cdot AA_1 = 4$
 $\Rightarrow AA_1 = 2$. Пусть $AA_1 = d$.

По теор. Пифаг. ($\triangle AA_1A_2$): $AA_2 = \sqrt{4 - d^2}$.

Пусть P - проекция A_1 на AB ;

$$A_1P = d(A_1, AB) = d(B_1, AB) = \frac{5}{2}.$$

По теор. Пифаг. ($\triangle PA_1A_2$): $PA_2 = \sqrt{\frac{25}{4} - d^2}$.

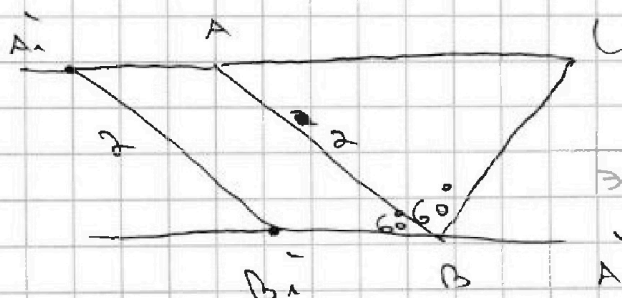
$$\angle PA_2A_1 = 180^\circ - \angle A_2A_1C - \angle BAC = 30^\circ (=)$$

$$\text{в } \triangle PA_2A_1: \sin 30^\circ = \frac{PA_2}{AA_2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{4 - d^2} = 2 \sqrt{\frac{25}{4} - d^2} = \sqrt{25 - 4d^2}$$

$$\Rightarrow 3d^2 = 21 \Rightarrow \boxed{d = \sqrt{7}}$$

2.) B_1 лежит на внеш. дуге-се.



Значит, что в

этом случае точка

A_1 находится

на AC . Значит, $AA_1 = d(A_1, AC)$;

$$S_{AA_1CC_1} = AC \cdot d(A_1, AC) = 4 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $l(B_1, AB) = l(B_1, BC)$, т.е.

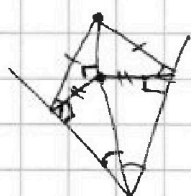
B_1 равноудалена от AB, BC .

Пусть B_1, A_1 — проекции B_1, A_1 на

ли. (ABC) ; т.к. B_1 равно

удалена от AB, BC то B_1 тоже

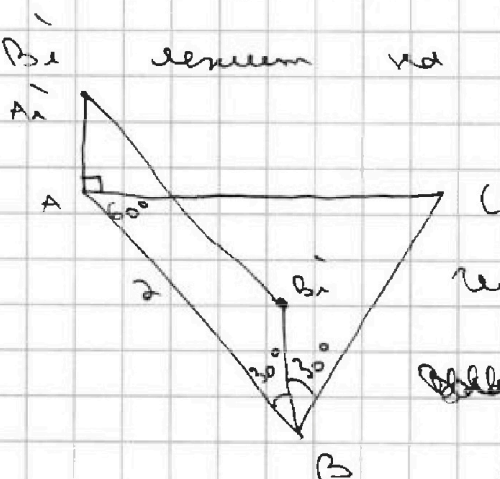
лежит от них равноудалена;



Значит, B_1 лежит
на бис-се $\angle ABC$.
Следовательно

Далее, 2 случая.

1.) B_1 лежит на внешней бис-се.



Имеем $\angle B_1 BA = 30^\circ$.

~~Следовательно~~ $AB \parallel A_1 B_1 \parallel A_1 B_1$

$AB = A_1 B_1 = A_1 B_1 = 2$

$\Rightarrow A_1 B_1 A_1$ — параллелограмм $\Rightarrow$

$\angle A_1 AB = \angle B B_1 A_1 = 150^\circ \Rightarrow \angle A_1 AC =$

~~$= 180^\circ$~~ $\angle A_1 AB - \angle BAC = 90^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow d(A_1, A_1) = 2 = AA_1$. Значит,
исходя из условия $d = AA_1 = \sqrt{2}$.

~~Решение: $d = \sqrt{2}$, $d = 2$~~

Однако заметим, что $d = \sqrt{2}$
не может быть. Действительно,
 $d = \sqrt{2} \Rightarrow AA_1 = 2$. Но d — катет в
 $\triangle AA_1A$, а AA_1 — гипотенуза.

Значит, мы пришли к противоречию

и $d \neq \sqrt{2} \Rightarrow$

$$d = 2.$$

Ответ: $d = 2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$35 - 2x - x^2 = 16; \frac{9}{4}.$$

Допустим что $35 - 2x - x^2 \leq 9$ (мн.

$$\text{лучше}) \Rightarrow 35 - 2x - x^2 = 16 \Rightarrow$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{20}.$$

$$x \geq -1 \Rightarrow x = 1 + \sqrt{20}.$$

$$2. \sqrt{x+2} \leq \sqrt{5-x} \Rightarrow x \leq -1.$$

$$2\sqrt{(x+2)(5-x)} - 6 \leq 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 26 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \geq \sqrt{27} - 1; x \leq -1 - \sqrt{27}.$$

~~Важно отметить что~~

$$\text{Аналогично имеем } 35 - 2x - x^2 = 16; \frac{9}{4}.$$

$$\text{и.к. } 35 - 2x - x^2 \leq 9 \text{ имеем}$$

$$35 - 2x - x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow 140 - 8x - 4x^2 = 9.$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0. \quad x = \frac{-8 \pm \sqrt{2096}}{8} =$$

$$\text{выбрав } x = \frac{-2 \pm \sqrt{131}}{2}.$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{131}}{2}$$

не подходит ($x \leq -1$).

$$\Rightarrow x = \frac{-2 - \sqrt{131}}{2} \Rightarrow$$

Ответ:

$$(x; y; z) = (1 + \sqrt{20}; 35; 0); \left(\frac{-2 - \sqrt{131}}{2}; 35; 0 \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

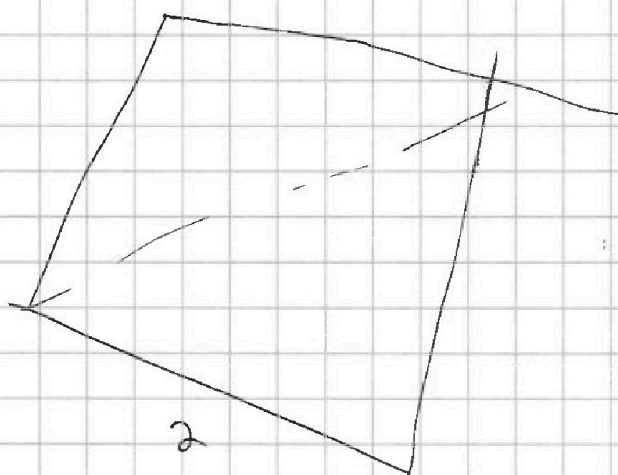
5
☐

6
☐

7
☐

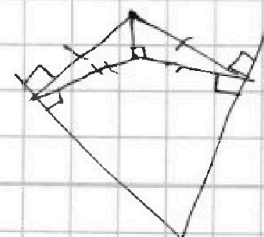
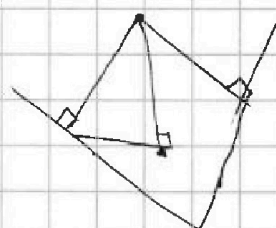
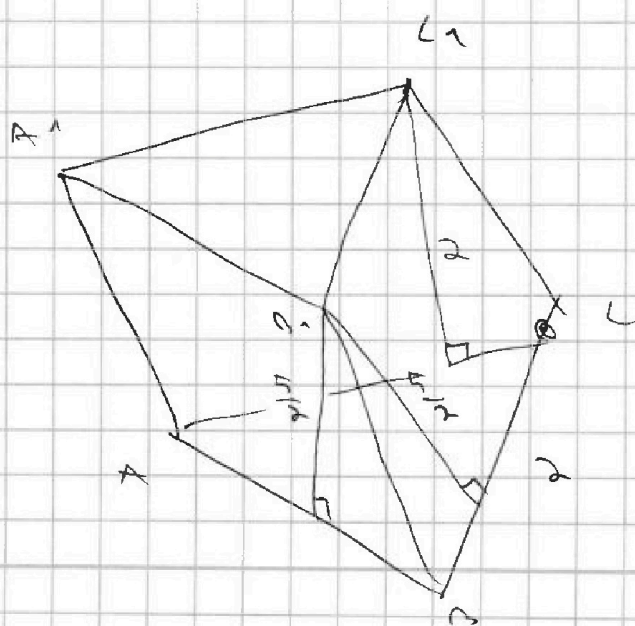
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{AA_1B_1B} = S_{AA_1C_1C} = 5$$

$$S_{AA_1C_1C} = 4$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(d \cdot e)^3 =$$

$$x_1^3 = p - 3.$$

$$(d^3 - 6d^2e + 6de^2 - e^3)(d - e) =$$

$$x_1^4$$

$$x_1 = \sqrt[3]{p-3}.$$

$$3x_1 =$$

$$(x - \sqrt[3]{p-3})^3 = x^3 - 3x^2\sqrt[3]{p-3} + 3x\sqrt[3]{(p-3)^2} - \sqrt[3]{(p-3)^3}$$

$$= d^3 - 2d^2e + 6d^2e - 6d^2e + 2e^2d - e^3 = d^3 - 3d^2e + 3e^2d - 3e^3$$

$$-4 \leq 1.053x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p. \leq 4$$

$$p-3 \leq p \leq p+3$$

$$p \leq 10, \quad p \geq -10.$$

$$-10 \leq p \leq 10.$$

$$\cos x = t$$

$$\cos(x+2x) = \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \sin 2x =$$

$$= \cos x \cdot (2\cos^2 x - 1) - 2\cos x \cdot \sin^2 x =$$

$$= 2t^3 - t - 2t(1-t^2) = 2t^3 - t - 2t + 2t^3$$

$$= 4t^3 - 3t.$$

$$4t^3 - 3t + 6t = 3(2t^2 - 1) + p.$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p.$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p, \quad t \in [-1; 1].$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0 = (2t - 1)^2 \quad f' \geq 0.$$

$$t = \frac{1}{2}.$$



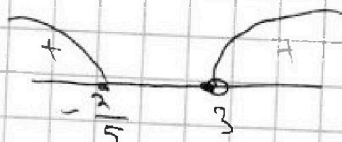
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \in \mathbb{R}$



а.
ОДЗ: $x \neq 3$; $\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$.

б.

$$b_{11} = b_{11} \cdot d^3$$

$$b_{10} = b_{11} \cdot d^9$$

$$b_{12} = b_{11} \cdot d^{11}$$

$$x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot d^6 \geq 0.$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} = d^8 \cdot \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

① $15x+6=0$.

$$x = -\frac{2}{5}$$

② $15x+6 \neq 0$.

$$\sqrt{|x-3|} = d^8 \cdot \sqrt{\frac{1}{|x-3|^3}}$$

$$|x-3|^2 = d^8$$

$$d^4 = |x-3|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = -10$$

$$t = -1$$

$$u t^3 - 10 t^2 + 13 t + 4 t^2 - 10 t + 3$$

$$u t^3 - 10 t^2 -$$

$$u t^3 - 6 t^2 + 3 t + 3 = (t + 1)(u t^2 - 10 t + 3) =$$

$$\begin{array}{cc} 1 & u \\ -1 & -10 \end{array}$$

$$a = b \quad a = (7b - 1)$$

$$b = (1 + 1), \quad a = p^2 + 1 = p^2 + 1 - 1.$$

$$a - b = (p - 1)(p + 1).$$

$$p = 1, p, p > 1$$

$$p = 3.$$

$$p = 3.$$

$$a =$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sin \theta}{\sin \phi} \cdot 25 = 9 \cdot \frac{\sin 2}{\sin 6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

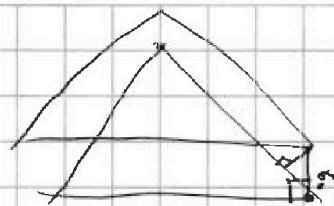
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 5x + 1}{(x-2)(x+2)}$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$$



$$f(-4) = -44 - 6 - 3 + 3 = -10.$$

$$\text{Im } f = [-10; 4].$$

$$-10 \leq p \leq 4.$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{x^2 - 5x + 1}{x^2 - 4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{x^2 - 5x + 1}{(x-2)(x+2)}$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 3 =$$

and

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \quad \text{and}$$

$$\cos x = 1.$$

$$x = 2k\pi.$$

$$1 + 6 = 3 + 9$$

$$p = 4.$$

$$15 \pm 6$$

$$a - c = p$$

$$\sqrt{(15 \pm 6)(x-3)} = (x+4) \cdot \sqrt{|x-3|}$$

$$\sqrt{|15 \pm 6|} = x + 4.$$

$$a - c = p^2$$

$$b - c = 1$$

$$|15 \pm 6| = x^2 + 8x + 16.$$

$$b - c = p^2$$

$$a - c = 1$$

$$x \in \mathbb{Z}: \quad -15 \pm 6 = x^2 + 8x + 16$$

$$x = 1$$

$$p = 4$$

$$x = -1$$

$$p = -10.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S < r n e e \quad n < \frac{e}{a e - r n e e} < \frac{e}{e} -$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{8-2x-x^2+2}$$

$$|4-201+2\sqrt{8-35}| = \sqrt{225-z^2}$$

$$x^2 = 4$$

$$5-3z \leq 3-z$$

$$\frac{e}{n} = a e e e e$$

$$-15 \leq z \leq 15$$

$$15 \geq -z \geq -15$$

$$\frac{e}{n} = a e e e e \quad y^2 - 40y + 400(y^2 - 40y + 1225) \cdot 4 +$$

$$+ 4(4-201+2\sqrt{8-35}) = 225 - z^2$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 35 \\ \hline 1225 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ 500 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$S < r n e e < 91$$

$$680$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ 8000000 \end{array}$$

$$e \cdot 8 \cdot n + 4$$

$$e \cdot 8 - 8 = e$$

$$5y^2 - 320y + 5300$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ 600 \\ \hline 1200 \end{array}$$

$$= n e e - 9 e$$

$$0 = 279 - 76$$

$$\frac{e}{n} = a e e e e$$

$$d = 4 + \frac{n}{e-d} \cdot n$$

$$\begin{array}{r} 1200 \\ 1200 \\ \hline 2400 \end{array}$$

$$on = on$$

$$61 + 65$$

$$= 69$$

$$\sqrt{\frac{n}{e-d}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2z-z^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$-2 - \sqrt{4x+1} < -2 - \sqrt{x+2} \quad 6 \leq \sqrt{2x+1} \leq 4$$

$$25 \leq \sqrt{4x+1}$$

$$u, 10$$

$$(x+4)(5-x-3z) = 5x - x^2 - 3zx + 35 - 2x - 2xz = -x^2 - 2x - 2xz + 35$$

$$\sqrt{225-z^2} \leq 15$$

$$-2 \leq \sqrt{4x+1}$$

$$y \leq 35$$

$$3y - 45 \leq 0$$

$$\begin{aligned} u-v-2v &= -6 \\ 6 &= 2v+u-v-u \end{aligned}$$

$$3y - 90 \leq 15$$

$$12x - 96 = 25$$

$$y \leq 20$$

$$20 \leq 3y \leq 35$$

$$2x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$90 - 3y \geq 0$$

$$\frac{11 \pm 5}{4} =$$

$$y-20 + 40-2y = 50-y$$

$$4u^2v^2 - 22uv + 24 = 0$$

$$(x-5)(x+4) = x^2 + 2x - 35$$

$$12-4u = 4u^2v^2 + 36 - 24uv$$