



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b-a$ не кратно 3,
- число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть q - знаменатель геом. прогрессии, а b_n - n -ый член.

по условию: $b_{10} = \sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$

$$b_{12} = 2 - x$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}} = \frac{1}{(3x + 2)^2} \cdot \sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$$

$$b_{10} = q^2 \cdot b_{12} = q^8 \cdot b_{18}$$

- Сначала найдём ограничения на x :

$$\begin{cases} (25x + 34)(3x + 2) \geq 0 \\ 3x + 2 \neq 0 \end{cases}$$

~~используем метод интервалов~~

$$x \in (-\infty; -\frac{34}{25}] \cup (-\frac{2}{3}; +\infty)$$

- $b_{10} = q^8 \cdot b_{18}$

$$1 = q^8 \cdot \frac{1}{(3x + 2)^2} \rightarrow q^4 = |3x + 2|$$

~~используем метод интервалов~~

$$|3x + 2| \geq 0$$

- $b_{10} = q^2 \cdot b_{12}$; числа b_{10} и b_{12} одного знака и

$$b_{10} > 0 \rightarrow b_{12} > 0$$

$$b_{10}^2 = q^4 \cdot b_{12}^2$$

$$(25x + 34)(3x + 2) = |3x + 2|^2 (2 - x)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3x + 2 \neq 0$ (иначе не существует б.р.); при $3x + 2 \geq 0$:

$$25x + 34 = 4 - 4x + x^2$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$x_1 = 30 \quad \vee \quad x_2 = -1$$

Но $x_2 = -1$ не подходит.

при $3x + 2 < 0$:

$$25x + 34 = -4 + 4x - x^2$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = -19$$

Оба корня подходят.

Ответ: $x = -19; -2; 30$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y \geq 18:$$

$$y + 2 + 2y - 36 \leq 20$$

$$3y \leq 54$$

$$y \leq 18$$

$$(y = 18)$$

Подставим единственное значение y .

$$\text{второе: } 20 = \underbrace{\sqrt{400 - z^2}}_{\leq 20}$$

правая часть равна 20 только при $(z = 0)$

подставим в первое:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2 \cdot \sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt{x+6} \text{ и } b = \sqrt{3-x}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a(1-2b) = b-7$$

Возведем в квадрат:

$$\begin{aligned} x+6 - \sqrt{(x+6)(3-x)} + 7 \cdot \sqrt{x+6} - \sqrt{(x+6)(3-x)} + (3-x) - \\ - 7\sqrt{3-x} + 49 = 4 \cdot (x+6)(3-x) \end{aligned}$$

$$58 - 2 \cdot \sqrt{(x+6)(3-x)} + 7(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) = 4 \cdot (x+6)(3-x)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2 \cdot \sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x+6 - 2 \cdot \sqrt{(x+6)(3-x)} + 3-x = 4 \cdot (x+6)(3-x) - 28 \sqrt{(x+6)(3-x)} + 49$$

$$9 + 26 \sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x) + 49$$

Пусть $\sqrt{(x+6)(3-x)} = t$; $t \geq 0$

$$9 + 26t = 4t^2 + 49$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$D = 169 - 2 \cdot 4 \cdot 20 = 9 = 3^2$$

$$t_{1,2} = \frac{13 \pm 3}{4} = 4; -\frac{5}{2}$$

$$t_2 = -\frac{5}{2} - \text{не имеет смысла}$$

$$(x+6)(3-x) = 16$$

$$3x - 6x + 18 - x^2 = 16$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow x_1 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \text{ и } x_2 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$$

Ограничения на x : $x+6 \geq 0$ и $3-x \geq 0 \rightarrow x \in [-6; 3]$

Оба корня подходят.

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{3+\sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right) \mid \left(-\frac{3-\sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cdot \cos 3x + 6 \cdot \cos 2x + 3(p+4) \cdot \cos x + 10 = 0$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos(x+x) \cdot \cos x - \sin(2x) \cdot \sin x =$$

$$= \cos^2 x \cdot \cos x - \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \cos x \cdot \sin^2 x$$

$$= \cos x - 2 \cdot \cos x \cdot \sin^2 x - 2 \cdot \cos x \cdot \sin^2 x = \cos x (1 - 4 \sin^2 x) =$$

$$= \cos x (1 - 4(1 - \cos^2 x)) = \cos x (1 - 4 + 4 \cos^2 x) =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

Пусть $\cos x = t$, $t \in [-1; 1]$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + 3pt + 12t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$(p-1) \cdot t^3 + t^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 + (t+1)^3 = 0 \quad t \neq 0$$

$$(t+1)^3 = (1-p)t^3$$

$$(t+1)^3 = (1-p)t^3$$

$$t+1 = \sqrt[3]{1-p} \cdot t$$

$$t(1 - \sqrt[3]{1-p}) = -1$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \in [-1; 1] \quad \text{Пусть } \sqrt[3]{1-p} = a$$

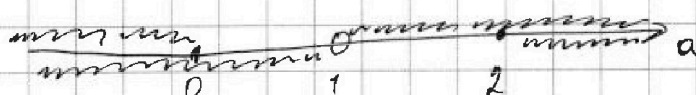
$$\frac{1}{a-1} \geq -1 \quad \text{и} \quad \frac{1}{a-1} \leq 1$$

$$\frac{1+a-1}{a-1} \geq 0$$

$$\frac{1-a+1}{a-1} \leq 0$$

$$\frac{a}{a-1} \geq 0$$

$$\frac{2-a}{a-1} \leq 0$$



$$a \in [0; 2]$$

$$0 \leq \sqrt[3]{1-p} \leq 2$$

$$0 \leq 1-p \leq 8$$

$$\begin{cases} 0 \leq 1-p & p \leq 1 \\ 1-p \leq 8 & p \geq -7 \end{cases}$$

$$p \in [-7; 1]$$

$$x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \right)$$

Ответ: $p \in [-7; 1]$

$$x = \pm \arccos \left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \right)$$

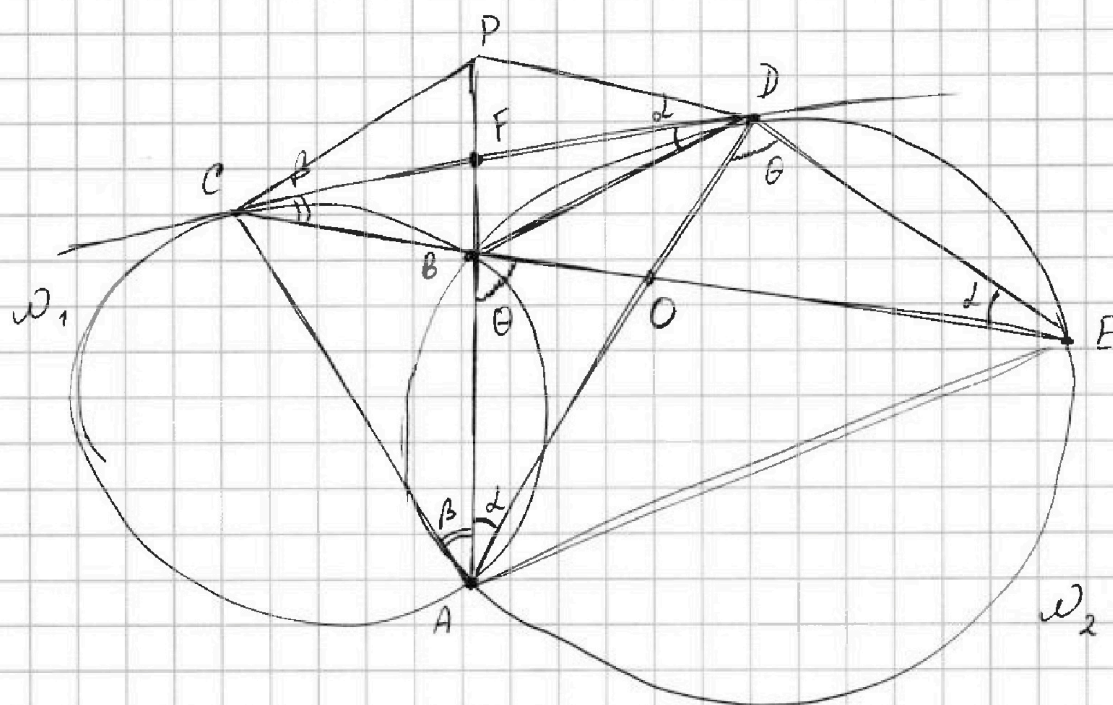


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $CD : DE = 7 : 20$ Найти: $ED : CD = ?$

Р-е: проведем AB до пересечения с CD (обозначим т. F)

Пусть $\angle CDB = \alpha$; $\angle BCD = \beta$; $\angle EDA = \theta$

• По св-ву хорд и касательных:

$$\angle CDB = \angle BAD = \angle DEB = \alpha$$

• На одной хорде: $\angle EDA = \angle EBA = \theta$

• Выходит, что $\triangle ABD \sim \triangle CDE$: $\frac{CB}{CD} = \frac{BD}{ED} = \frac{CD}{CE} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CB}$$

• $FB \cdot FA = CF^2 = FD^2 \rightarrow CF = FD = \frac{1}{2} CD$

• $\angle BAC = \angle DCB$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

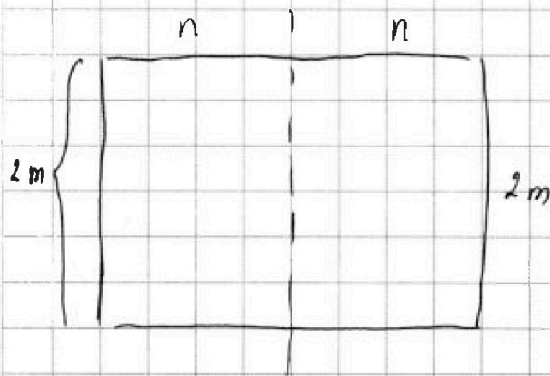
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть стороны прямоугольника равны $2n$ и $2m$.

Сначала посчитаем средние линии:



Вертикальная:

Мы должны выбрать четыре любых клетки в любой позиции, а затем зеркально

отразить их.

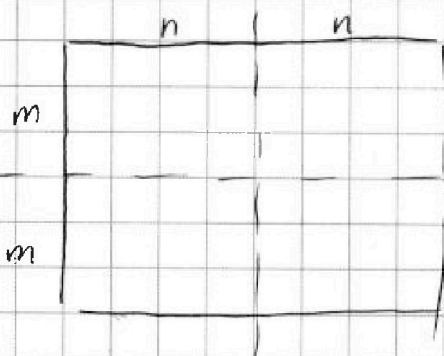
Тогда вариантов:

$$+C_{n \cdot 2m}^4$$

Аналогично для горизонтальной средней линии:

$$+C_{2n \cdot m}^4$$

Рассмотрим случай, когда эти множества пересекаются:



В этом случае выбираются две клетки из любой четвертинки, а другие две клеток надо расположить единственным образом:

$$-C_{nm}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



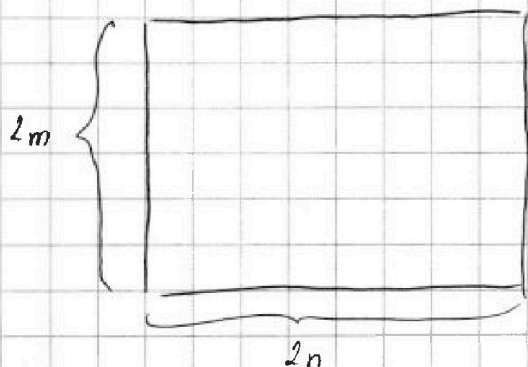
СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого имеем: $C_{2mn}^4 + C_{2mn}^4 - C_{nm}^2$

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим центральную симметрию.



В этом случае достаточно выбрать любые четыре клетки, а оставшиеся четыре закрасить в соответствии с центром.

В этом случае из всех пар клеток нужно выбрать любые четыре пары: $+C_{2mn}^4$

Пересечение центральной и "средней":

вертикальная:



выбираем 2 клетки в какой-либо четвертинке, тогда 6 других клеток имеют единственный вариант раскраски

$-C_{nm}^2$

Аналогично с горизонтальной:

$-C_{nm}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

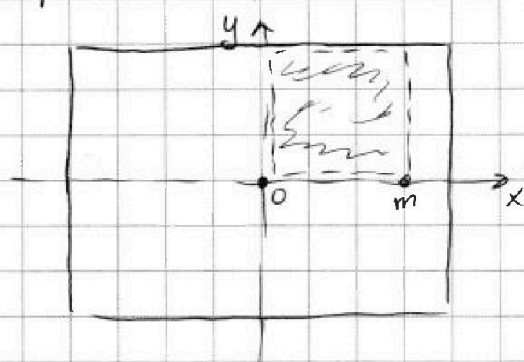
1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого имеем: $3(C_{mn}^4 - C_{mn}^2)$

Остаток задачи представит варианты, когда выполняются сразу три симметрии:

Пусть $m \leq n$:



В этом случае мы должны выбрать две клетки в четвертинке так, чтобы она имела симметрию во все симметричные

представим, что центр квадрата - центр декартовой системы координат. Выберем из первой четверти две клетки. ~~Каждая из этих клеток квадрата подойдет любая, а другие не подойдут.~~

Если мы выбрали клетку, а затем отразим её вертикально и горизонтально, то обязательно получим центрально-симметричную клетку, поэтому в этом случае имеем вариантов столько же, сколько при пересечении множеств "вертикальные" и "горизонтальные", т. е. $+C_{mn}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

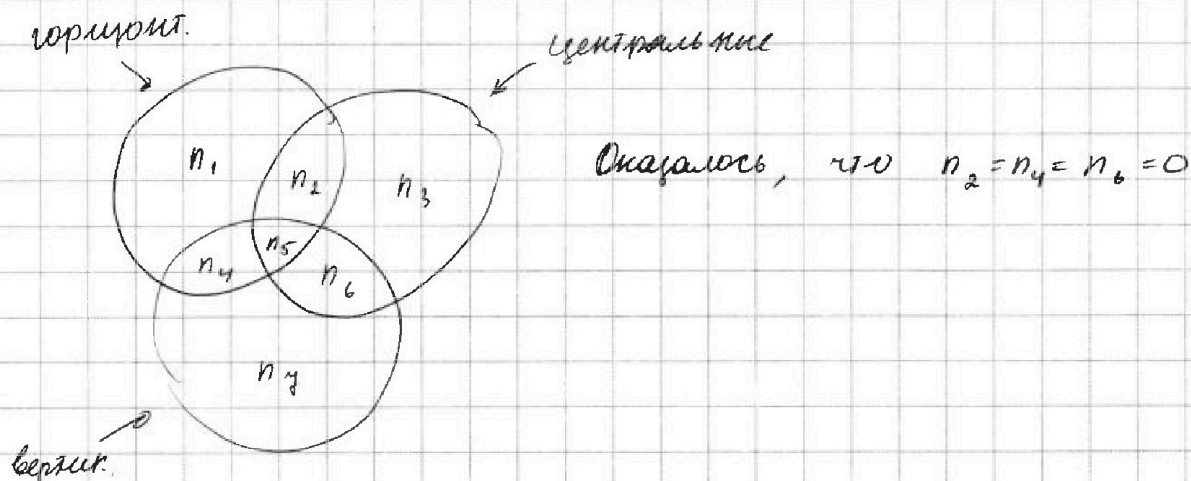
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итоговый результат: $3 \cdot C_{2mn}^4 - 2 \cdot C_{mn}^2$

Визуализация:



В нашем случае $2n = 500$ и $2m = 120$

Ответ: $3 \cdot C_{42}^4 - 2 \cdot C_{15}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{ простое.}$$

$b > a$, поэтому верен только один вариант:

$$(b-c = p^2) \text{ и } (a-c = 1)$$

$$\text{Вычитаем: } \underbrace{b-a}_{\not\equiv 3} = p^2 - 1 = \underbrace{(p-1)(p+1)}_{\not\equiv 3}$$

Если $p = 2$, то правая часть $\equiv 3$, противоречие

Если $p > 2$; то $p \neq 3$ т.к. p - простое, то p - нечетное,

причем нечетное, не делящееся на 3. В таком

случае имеем три числа: $p-1, p, p+1$

известно, что p не делится на 3, но среди

любой трех подряд идущих точно есть то, к-ое

делится на 3, таким образом $(p-1) \cdot (p+1) \equiv 3 -$

противоречие.

$$\text{Имеем: } p = 3; \quad (b-a = 8) \text{ и } (a^2 + b = 1000)$$

$$\text{Складываем: для удобства } a^2 + a - 992 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 992 = 1 + 3968 = 3969 = 63^2$$

$$a = \frac{-1 \pm 63}{2} = -32; \text{ 31. Посчитаем } b = 8 + a \text{ и } c = a - 1$$

Ответ: $(-32; -24; -33) \quad (31; 39; 30)$

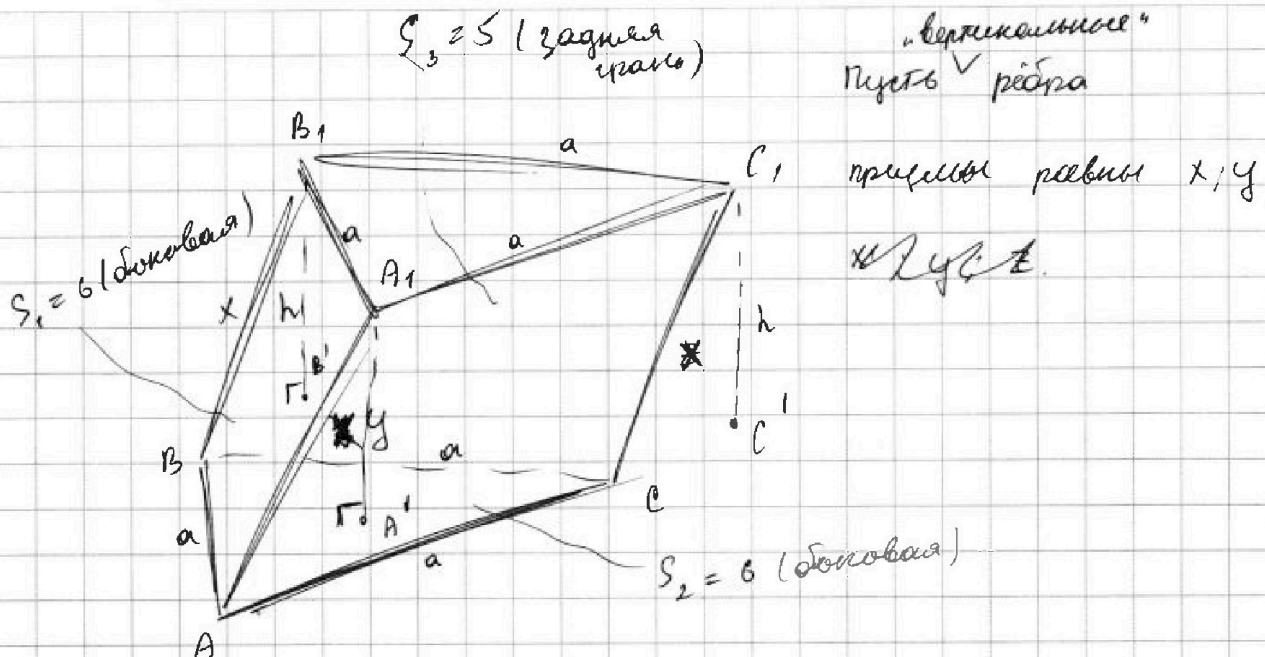


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

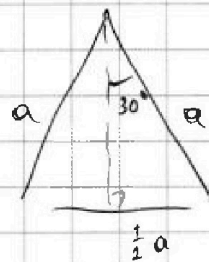
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



• Найдём a :

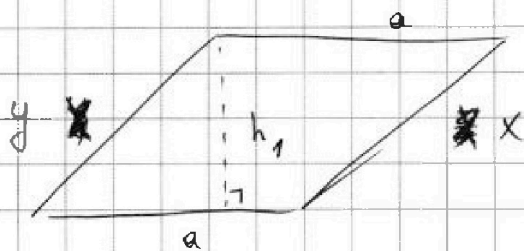


$$S = 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{a^2 - \frac{1}{4} a^2} =$$

$$4 = \frac{1}{2} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}} \quad a = \frac{4}{\sqrt[4]{3}}$$

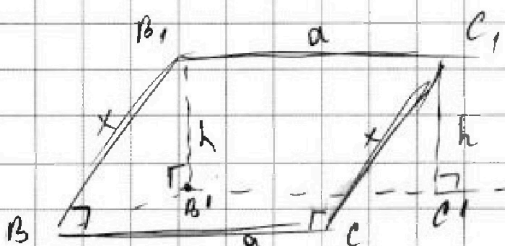
• площадь трапеции (боковой)



$$S_1 = S_2 = 6 = a h_1$$

$$h_1 = \frac{6}{a} = \frac{3 \cdot \sqrt[4]{3}}{2}$$

• задняя грань (она наклонена).



из-за того, что у фронт боковых граней одинаковая площадь, следует, что $B_1B \perp BC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА

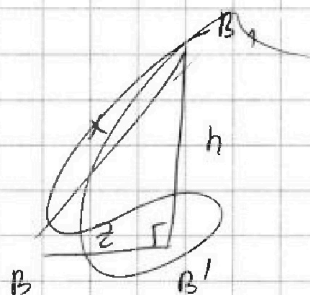
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

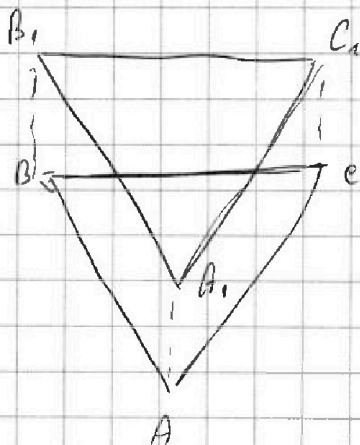
Выведи, что $a \cdot x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{a} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{4}$

Утверждение: $AA' = BB' = CC' = z$

Рассмотрим два случая:



Вид сверху:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

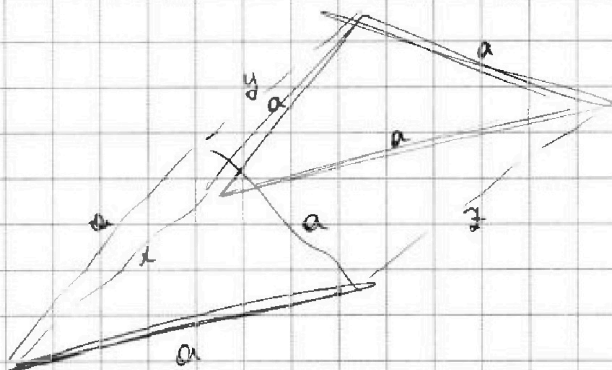
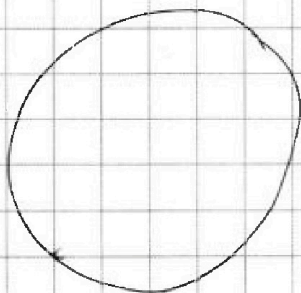
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\triangle CBF \sim \triangle ACF: \frac{CB}{AC} = \frac{FB}{CF} = \frac{CF}{AF} = y$$

$$\triangle FBD \sim \triangle AFD: \frac{FB}{FD} = \frac{BD}{AD} = \frac{FD}{AF}$$

$$\triangle CBD \sim \triangle CED: \frac{CB}{CD} = \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE} = 2y$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☒3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2 \cdot \sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

из второй: $|z| \leq 20$

из первой: $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 3-2z \end{cases}$

$-6 \leq 3-2z$

$2z \leq 9 \Rightarrow z \leq 4,5$

из второй:

$$|y+2| + 2|y-18| \leq 20$$

$$y \leq -2:$$

$$-y-2-2y+36 \leq 20$$

$$-3y \leq 20-34$$

$$-3y \leq -14$$

$$y \geq \frac{14}{3} \quad \text{пересечения нет. } \emptyset$$

$$-2 < y \leq +18$$

$$y+2-2y+36 \leq 20$$

$$-y \leq -18$$

$$y \geq 18$$

$\emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle CBD = 180^\circ - \angle - \beta$$

~~Противоположные углы~~

Угловой медиане BF: $\angle BDP$ - паралл.

$$\angle CPD = 180^\circ - \angle - \beta \quad \text{и} \quad \angle CAD = \angle + \beta$$

противоположные углы равны, т.е. $\angle CPD$ - вписан.

$$CF \cdot FD = AF \cdot FP \rightarrow \left(\frac{1}{4} CD = AF \cdot (AF + BF) \right)$$

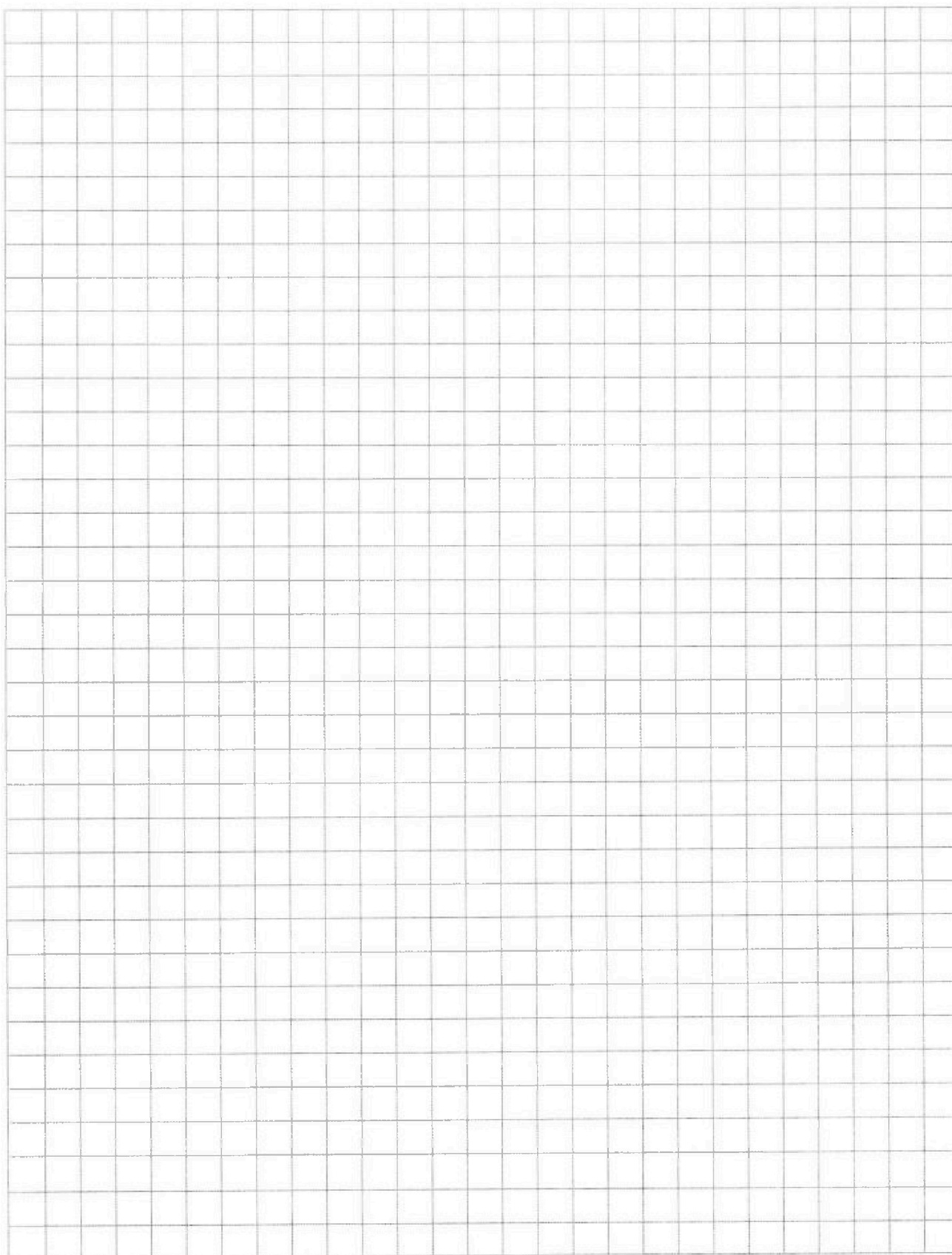


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$-x^2 - 3x + 18 = (x+6)(-x+3) =$$

$$(1+x)^3 = (1+2x+x^2)(1+x) = 1+2x+x^2+x+2x^2+x^3 =$$

$$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$= -x^2 - 6x - 9x + 18$$

$$-x^2 + 3 - 6x + 18 = -x^2 - 3x + 18$$

$$2 + 180^\circ - \beta + \theta = 180^\circ$$

$$\beta = 2 + \theta$$

$$180^\circ - \theta - 2 - \theta =$$

$$= 180^\circ - \theta - 2 - \theta$$

$$2 + \theta + \theta$$

$$\frac{CD}{OE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\triangle CBD \sim \triangle CDE:$$

$$\frac{CB}{CD} = \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE}$$

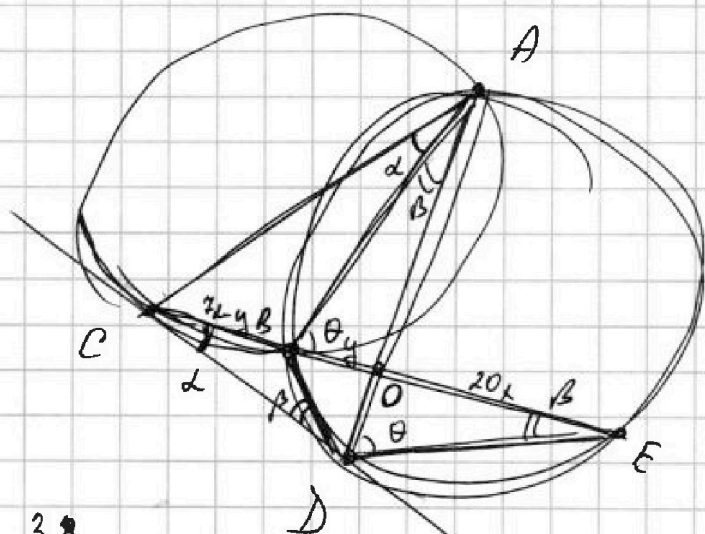
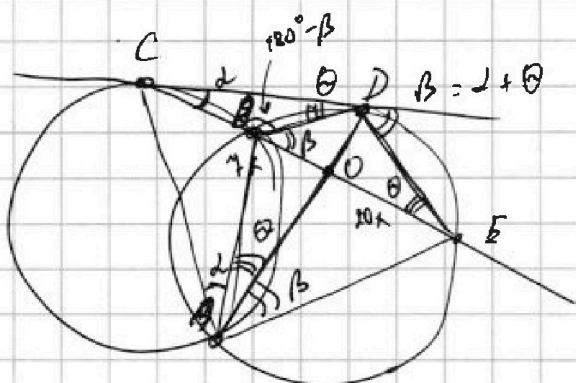
$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CB}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$CF = FD = \frac{1}{2} CD$$

$$FB \cdot FA = \frac{1}{4} CD^2$$

$$BD \cdot OE = AO \cdot OD$$



$$\begin{array}{r} \times 39 \\ 39 \\ 799 \\ 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 53 \\ 53 \\ 159 \\ 215 \\ \hline 2809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 73 \\ 73 \\ 219 \\ 511 \\ \hline 5329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 63 \\ 189 \\ 328 \\ \hline 3969 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

-1,5

$$x \in [-6; 3]$$

$$\frac{500-120}{2}, 500-60 = 30\,000$$

$$\underbrace{\sqrt{x+6}}_{\in [0;3]} - \underbrace{(\sqrt{3-x})}_{\in [0;3]} + 2 = \underbrace{2 \cdot \sqrt{(x+6)(3-x)}}_{\in [0;9]}$$

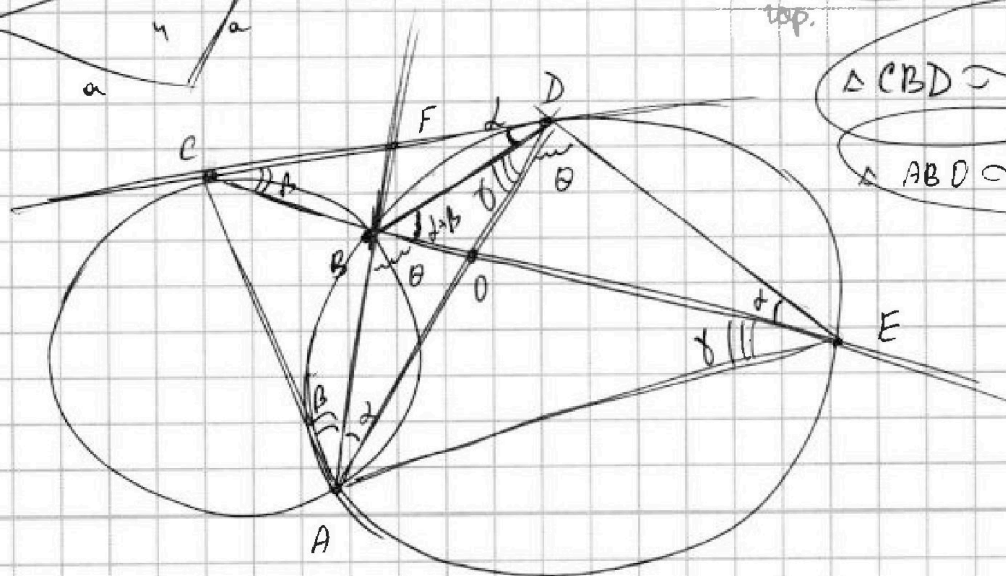
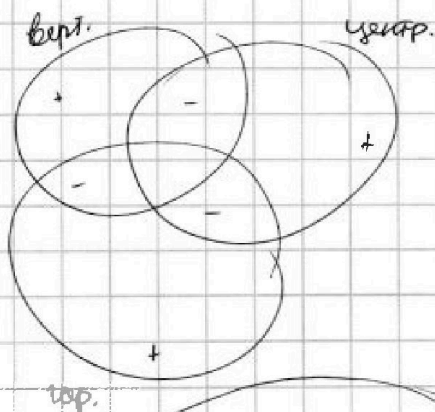
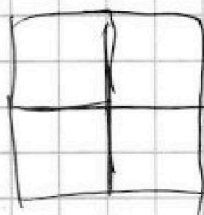
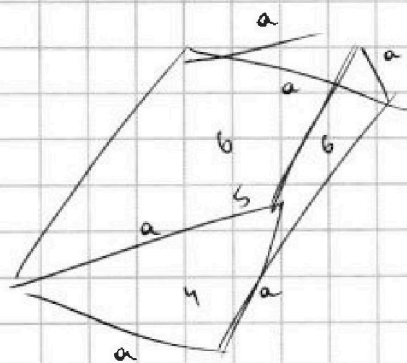
$$26 \cdot 4,5 = 4 \cdot 4,5^2 + 40 = 4(4,5^2 + 10) =$$

$$16 \cdot 4,5 = 13 \cdot 9 =$$

$$= 4 \cdot \left(\frac{81}{4} + 10 \right) = 81 + 40 = 121$$

$$2 = 9 + 8 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$



$$\triangle CBD \sim \triangle CED$$

$$\triangle ABD \sim \triangle DOE$$