



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

52

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4x^2} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9$$

Раскроем модуль

$$1) \ y \geq 5 \quad 9 \geq y+4+4y-20 = 5y-16 \geq 25-16=9$$

усл. е выполняется при рав-ве $5y-16=9$
 $y=5$

$$2) \ -4 < y < 5$$

$$9 \geq y+4-4y+20 = 24-3y \geq 24-3 \cdot 5 = 9$$

А усл. е не верно

$$3) \ y \leq -4 \quad -y \geq 4$$

$$9 \geq -y-4-4y+20 = 16-5y \geq 16+5 \cdot 4$$

не верно

значит $y=5$

$$\sqrt{81-z^2} = 9$$

$$z=0$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

$$\begin{cases} x+5 + 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4((x+5)(1-x)) - \\ - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16 \end{cases}$$

$$-5 \leq x \leq 1$$

$$4((x+5)(1-x)) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 10 = 0$$

Пусть $\sqrt{(x+5)(1-x)} = a, \ a \geq 0$

$$2a^2 - 7a + 5 = 0 \Leftrightarrow (2a-5)(a-1) = 0$$

$$\begin{cases} a \geq 1 \\ a = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Обр. зам.

$$\begin{cases} (x+5)(1-x) = 1 \\ (x+5)(1-x) = \frac{25}{4} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5 - 4x - x^2 - 1 = 0 \\ 5 - 4x - x^2 - \frac{25}{4} = 0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 4 = 0 \\ x^2 + 4x + \frac{5}{4} = 0 \end{cases}$$

$$D_1 = 4 + 4 = 8$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{8} \quad -2 + \sqrt{8} > 1 \quad \text{или } \log x$$

$$D_2 = 4 - \frac{25}{4} = \frac{16 - 25}{4} = -\frac{9}{4}$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{\frac{11}{4}} = -2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$\in [-5; 1]$$

$$\text{Ответ: } -2 + \sqrt{8}; -2 \pm \sqrt{\frac{11}{4}} \quad \text{или } -2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$(-2 - \sqrt{8}; 5; 0); (-2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}; 5; 0)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

у3.

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (2\cos^2 x - 1) \cos x -$$

$$- 2 \sin^2 x \cdot \cos x = (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x =$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4) \cos x - 6(2\cos^2 x - 1) - 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 3 \cdot 4\cos x - 12\cos^2 x - 4 = 0$$

$$p\cos^3 x - 3\cos^2 x + 3\cos x - 1 = 0$$

Пусть $\cos x = t$; $-1 \leq t \leq 1$

Каждому значению $\cos x$ при каждом из корней уравнения $pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$ имеет хотя бы одно решение.

$$[-1; 1]$$

1) $p=1$ $(t-1)^3 = 0$

$t=1$
 $\cos 8x = 1$

$$8x = 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

Отв: $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

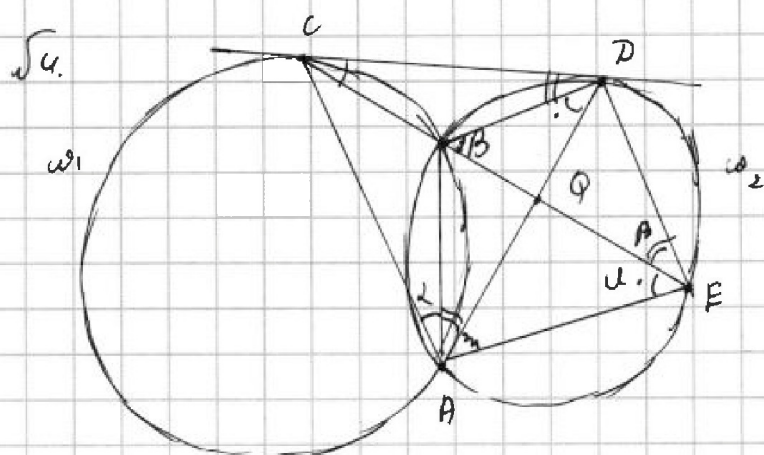


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

- 1) Вписанный в ω_1 , $\angle CAB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{CB}$ по т. о впис. уг.
- 2) CD - кас и хордой $\angle ACD = \frac{1}{2} \overset{\frown}{CB}$ как уг. между кас. $\Rightarrow \angle BCD = \angle CAB$ Пусть $\angle CAB = \angle ACD = \alpha$

- 3) Аналогично $\angle CDB = \angle CED = \beta$

- 4) Вписанные в ω_2 $\angle DBE = \angle DAE$ опр к $\overset{\frown}{DE}$
 $\angle BDA = \angle BEA$ опр к $\overset{\frown}{AB}$
 $\angle BAD = \angle BED = \beta$ опр. к $\overset{\frown}{AB}$
 по след. из т. мн о впис. уг.

- 5) $\angle DBE = \angle BCD + \angle BDC = \alpha + \beta$ как впис. к $\triangle CBD$

- 6) $\angle DAE = \angle DBE = \alpha + \beta \Rightarrow AD$ - бис $\angle CAE$
 $\angle CAQ = \alpha + \beta$

- 7) $\angle CDA = \beta + \alpha = \angle DEA$
 $\angle CAD = \angle DAE \Rightarrow \triangle CDA \sim \triangle DEA$ по 2 углам

- 8) $\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$ по опр. подоб. Δ -ков

- 9) $\triangle CAE$; AQ - бис
 $\frac{AC}{AE} = \frac{CQ}{QE} = \frac{\alpha}{5}$ по св-у бис. Δ -ка.
 $\Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{\sqrt{2}x}{x} = \frac{\sqrt{2}}{5}$

- 10) Пусть $AE = x$; $AC = \frac{2}{5}x$
 $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AD^2 = x^2 \cdot \frac{2}{5} \Rightarrow AD = \sqrt{\frac{2}{5}}x$
 Ответ: $\sqrt{\frac{2}{5}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

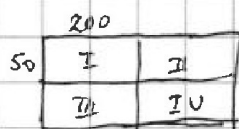
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

55.



1) Пусть это множество симметрично относительно центра тогда мы можем выбрать 4 точки из I и II коорд. четвертей а остальные 4 точки однозначно задаются центральной симметрией. способов это сделать

4
 C_{20000}^4

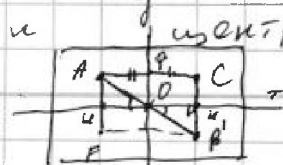
2) Пусть мн-во сим. относительно одной из осей. аналогично можно выбрать 4 точки из 2х коорд. четверт. в завис. от ос. сим. остальные однозначно задаются способами это сделать $2 \cdot C_{20000}^4$ (для 2х ос. сим.)

3) Всего $3 \cdot C_{20000}^4$

4) найдем количество совпад. способов. Пусть мн-во обладает и центр. сим и сим. относительно 1-й из 2х ос. сим. (или сим. относительно 2х ос. сим.) тогда мн-во однозначно задается 2-мя точками одной из коорд. 4-тей C_{10000}^2 (для совпадений)

5) найдем количество способов мн-во. когда мн-во обладает всеми 3-мя свойствами

Заметим что если хотя бы 2 сим. совпад. то совпад. все 3. (пусть мн-во сим. относительно 1 ос. сим.)



возьмем т. А, т. В' сим. ей относительно центра, а т. С сим. относительно ос. сим. тогда точки А, В', С, А' лежат на одной прямой.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

OQ - ср. лин. $\Delta CKB'$ $OQ \parallel CB'$
 $CB' \perp OT$

$CK_1 = B'K_1 = AK$ из сим. т.е. т. B' и C сим. отн. гориз. ср. лин.

F - сим. B' отн. OQ

F - сим. A - отн. ~~от~~ гориз. ср. лин. значит мн-во сим. отн. и гориз. ср. лин. тоже (обратные служат эквивалент.)

значит всего способов

$$3C_{20000}^4 - C_{10000}^2$$

Ответ: $3C_{20000}^4 - C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

√6.

1) $a^2 + b = 710$; $b = 710 - a^2$

$b - a \div 3$

введем обознач.
на a ~~даёт~~ остаток

$m \equiv n$, если m при делении
кратен n по модулю n

$b \equiv a$
3

2) если $a \equiv 0$ то $b \equiv 710 \equiv 2$ погл.

если $a \equiv 1$ то $b \equiv 710 - 1 \equiv 1$ $b \equiv a$ не погл.
3

если $a \equiv 2$ то $b \equiv 710 - 2 \equiv 0$ $a \equiv b$ погл.

3) $(a-c)(b-c) = (a-c)(710-a^2-c) = p^2$ где p какое-то
простое число

$a < b$ значит $a-c < 710-a^2-c$

$(a-c)(710-a^2-c) = p^2$ если $a-c = 710-a^2-c = \pm p$

или если $a-c = 1$; $710-a^2-c = p^2$

($710-a^2-c \geq a-c$ поэтому $710-a^2-c$ не может
быть 1)

1) $a-c = 710-a^2-c$

$a^2 + a - 710 = 0$

$D = 1 + 710 - 4 = 2841$

$2841 : 3$ но $2841 \neq 9$

значит $\sqrt{D}$ - не цел. действит.

a - не целое не погл

2) $a = c+1$; $c = a-1$

$710-a^2 - (a-1) = p^2$; $710-a^2-a+1 = p^2$

$711 - a(a+1) = p^2$

$711 : 3$; если $a \equiv 0$ то $a(a+1) : 3$

если $a \equiv 2$ то $(a+1) : 3$

значит $711 - a(a+1) : 3$ т.е. $p^2 : 3$ значит $p^2 = 9$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

√6.

3)

$$71 - a(a+1) = 9$$

$$a^2 + a - 70 \geq 0$$

$$(a - 26)(a + 27) = 0$$

$$\begin{cases} a = -27 \\ a = 26 \end{cases} \text{ - не годятся}$$

$$a = -27$$

$$b = 70 - 27^2 = -19$$

$$b = 4$$

$$b = a \times 3$$

$$c = a - 1 = -28$$

$$(a - c)(b - c) = 70 - 19 - (-28) = 9 \quad \text{верно}$$

$$\text{Ответ: } (-27; -19; -28)$$

13) $(AA, \emptyset) \cap (BCB_1) = PQ$; $AA, \cap (BCB_1), AA, \subset (AA, \emptyset)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13) $AA_1 \parallel PQ$ но т.о. линия пересек. 2х плоск.
одна из кот. проход. через прям.
парал. др. плоск.

14) $AA_1 \perp BC$
 $PQ \parallel AA_1$ } $\Rightarrow PQ \perp BC$

$$S_{\Delta A_1 A_1 P} = PQ \cdot BC ; \quad PQ = \frac{2}{a}$$

15) AA_1, PQ - пар.-м т.к. $AA_1 \parallel PQ$
 $AQ \parallel A_1 P \quad (A_1 B_1 C_1) \parallel (ABC)$
 $(A_1 B_1 C_1) \cap (AA_1 Q) = AA_1$
 $(ABC) \cap (AA_1 P) = AP$

$$AA_1 = PQ$$

16) $AA_1 = \frac{2}{a} ; \quad A_1 N > \frac{3}{a} ; \quad a > 0$

$\Delta A_1 N A$; $\angle N > 90^\circ$ $A_1 N > AA_1$ что не возможно.
при т.к. катет не может быть больше гипот.

Значит. такой призмы не существует
Ответ. такой призмы не существует



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = 710 - a^2$$

$$a \equiv 1 \pmod{3}$$

$$b - a \equiv 4 \pmod{3}$$

$$a \equiv 2 \pmod{3}$$

$$a \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\begin{array}{r} 710 \overline{) 3} \\ \underline{21} \\ 50 \\ \underline{42} \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 710 \overline{) 2} \\ \underline{14} \\ 56 \\ \underline{56} \\ 0 \end{array}$$

$$3+5+4=12$$

$$\begin{array}{c} 200 \\ 50 \end{array}$$

$$(a+c)(710-a^2-c) = p^2$$

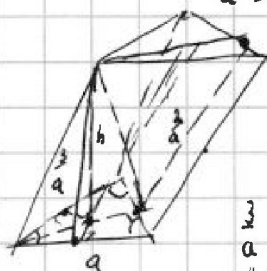
$$a-c = 710-a^2-c$$

$$a^2 + a - 710 = 0$$

$$a-c = p^2$$

$$a \leq b$$

$$a > c \leftarrow b-c$$



$$\frac{3}{a} \geq \frac{2}{a}$$

$$3a \geq 2a$$

$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 1$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$h^2 = \left(\frac{3}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$h^2 = \left(\frac{2}{a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$a = c+1$$

$$c = a-1$$

$$710-a^2-c = p^2$$

$$710-c = a^2 + p^2$$

$$710-a^2-a+1 = p^2$$

$$711-a^2(a+1) = p^2$$

$$5 \cdot 4 = 20$$

$$709 \quad 8$$

$$a(a+1) = p^2 \quad 711-p^2$$

$$\frac{4}{a^2} = \frac{4}{a^2} + x^2$$

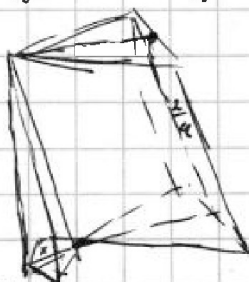
$$711-4 = 707$$

$$7 \cdot 101$$

$$711-9 = 702$$

$$= 2 \cdot 351$$

$$\frac{9}{a^2} = \frac{4}{a^2}$$



$$\frac{17}{12} \cdot \frac{11}{9} = \frac{187}{108}$$



$$\frac{711}{25} = \frac{686}{686}$$

$$\frac{343}{49} = \frac{49}{49}$$

$$\frac{331}{51} = \frac{51}{51}$$

$$\frac{21}{6} = \frac{6}{6}$$

$$\frac{279}{7} = \frac{7}{7}$$

$$711-25 = 686$$

$$\frac{686}{343} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{711}{49} = \frac{49}{49}$$

$$\frac{711}{121} = \frac{121}{121}$$

$$\frac{711}{169} = \frac{169}{169}$$

$$\frac{711}{289} = \frac{289}{289}$$

$$p^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t = 1$$

$$p = 1$$

$$p = 1$$

$$t = -1$$

$$-p - 6 - 1 = 0$$

$$p = -7$$

$$(t-1)^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = aq^6$$

$$x+3 = aq^8$$

$$q^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$(q^8)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}}$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = aq^4$$

$$a = \frac{x+3}{q^8}, (x+3)(x-6)^2$$

$$q^6 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{(x+3)(x-6)^2} = \frac{1}{x+3} \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}}$$

$$\sqrt{(25x-9)} = x+3$$

$$x > -3$$

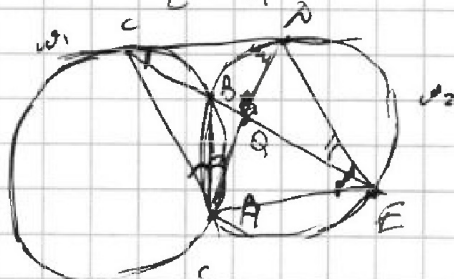
$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x = 18$$

$$x = 1$$



$$x^2 + 6x + 9 = -25x + 9$$

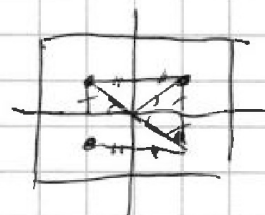
$$x^2 + 31x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -31$$

$$\frac{CD}{QE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{EP}{CD} = ?$$



$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$CB \cdot QE$$

$$22 + 2/3 + 9 + 18 = 180$$

$$22 + 2/3$$

$$\frac{CD}{QE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{711}{-9}$$

$$702 \mid 2$$

$$351 \mid 3$$

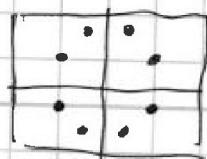
$$151 \mid -117 \mid 3$$

$$39 \mid 3$$

$$13$$

$$13 \cdot 27 \cdot 2$$

$$26 \cdot 27$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$x \neq 6$

$$q^8 = \frac{\sqrt{(x-6)(25x-9)}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)^3}} = \frac{1}{|x-6|}$$

$$(x-6)(25x-9) \geq 0$$

$$aq^8 = a \frac{1}{(x-6)^2} = (x+3)$$

$$a = (x+3)(x-6)^2$$

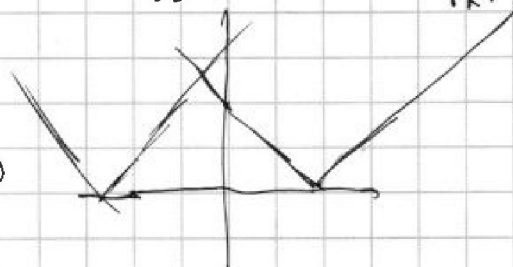
aq^6

aq^{14}

$$q^8 = \frac{1}{|x-6|^4} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$q^4 = \frac{1}{|x-6|}$$

$$\begin{cases} x > 6 \\ x < \frac{9}{25} \end{cases} \quad aq^6 = (q^8)^{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{25x-9} \cdot 6}{(x-6)^{\frac{3}{2}}}$$



52.

$$-5 \leq x$$

$$-x \leq 5$$

$$1-x-4z \geq 0$$

$$4z \leq 1-x \leq 1+5=6$$

$$-9 \leq z \leq \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y+2-(x+2y-4)}$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(\cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x) + 3(p+4) \cos x = 6(2\cos^2 x - 1) + 10$$

$$(2\cos^2 x - 1)\cos x - 2(1 - \cos 2x) \cdot \cos x$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4) \cos x - 6(2\cos^2 x - 1) + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos x - 12\cos^2 x - 4 = 0$$

$$p\cos^3 x - 3\cos^2 x + 3\cos x - 1 = 0$$

$$f(t) = pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$-1 \leq t \leq 1$$

$$f'(t) = 3pt^2 - 6t + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 410 \\ \hline 2840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2841 \overline{) 3} \\ -27 \\ \hline 14 \\ -12 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$p=1$$

$$(\cos x - 1)^3 = 0$$

$$\cos x = 1$$

$$\frac{6.9^8}{6.9^6} = \frac{\sqrt{2}(x+3)(x-6)^2}{\sqrt{(25x-9)(x-6)^3}}$$

$$947$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

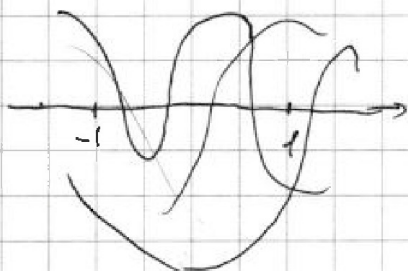
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$f(t)$ (upward) (downward)



$$3t^2 - 4t + 4 = 6 \quad (x \geq -5)$$

$$-x \leq 5$$

$$1 - x - 4z \geq 0$$

$$4z \leq 1 - x \leq 6$$

$$\left(\frac{2}{2} \leq \frac{3}{2} \right)$$

$$f(1) = f(-1) \geq 0$$

$$(p)(-p-7) > 0$$

$$10 < p < 7$$

$$3t^2 - 4t + 4 = 6$$

$$x \geq -5$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$|y+4| + 4|y+5| \geq \sqrt{81-z^2}$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + 12 \cos x + 3p \cos x = 6 \cos 2x + 10 \geq 4$$

$$u \cdot v' + v \cdot u' = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = \frac{3}{p} \\ t_1 t_2 = \frac{1}{p} \\ t_1 t_2 t_3 = \frac{1}{p} \end{cases}$$

$$p \geq 1$$

$$p \leq -1$$

$$\frac{16}{81} \cdot \frac{81}{35}$$

$$81 - z^2 =$$

$$y^2 + 8y + 16 + 4y^2 - 40y + 100 = 81 - z^2$$

$$5y^2 + z^2 = -32y + 135 = 0$$

$$p=7 \quad t=-1$$

$$-7t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$-7t^3 + 7t^2$$

$$-10t^2 + 3t$$

$$-10t^2 - 10t$$

$$t+1$$

$$t+1$$

$$t+1$$

$$x+5 + 1 - x - 4z$$

$$+ 4^2 x + \sqrt{(x+5)(\dots)}$$

$$4y - 18x - 8x^2 + 4z$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 4x - x^2 + 2 \geq 0$$

$$y \geq x^2 - 2$$

$$y \geq 5$$

$$y + 4 + 4y - 16 = 5y - 16$$

$$-4 < y < 5$$

$$-3y + 20 + 16 - 4$$

$$-5y + 20 - 16 \leq 5$$

$$-3y < 5y$$

$$y > -\frac{33}{5}$$

$$\frac{16 - 25}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$a - 2ab - b + 4 = 0$$