



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5-x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ .  
*проверка? более не надо*

2. [4 балла] Решите систему уравнений

*хотела  
решить  
эф.*

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$$b_7 = b_1 z^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = b_1 z^{12} = 5-x$$

$$b_{15} = b_1 z^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

2)  $u_1 \neq 0, u_2 \neq 0 \Rightarrow b_1 \neq 0$

$$z^6 = (5-x) \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} = \frac{b_{13}}{b_7}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{13}} = z^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} \Leftrightarrow z^6 = \frac{(13x-35)^{\frac{3}{2}}(x+1)^{\frac{3}{2}}}{(5-x)^3}$$

$$z^6 = (5-x) \cdot \frac{\sqrt{13x-35}}{(x+1)^{\frac{3}{2}}} = \frac{(13x-35)^{\frac{3}{2}} \cdot (x+1)^{\frac{3}{2}}}{(5-x)^3}$$

$$(x+1)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{(5-x) \cdot \sqrt{13x-35}}{(13x-35)^{\frac{1}{2}}} - \frac{(13x-35)^{\frac{3}{2}}}{(5-x)^3} \right) = 0$$

$x+1=0 \Rightarrow b_{15} \neq 0$ , противоречие  
 $b_7$  - не определено, противоречие

$$\Rightarrow \frac{(5-x)^4 - (13x-35)^2}{(13x-35)^{\frac{1}{2}}(5-x)^3} = 0$$

Если  $13x-35=0$ , то ур.

не определено, но при  $13x-35=0$   $b_7=0, b_{15}=0 \Rightarrow$  процесс не имеет смысла

Аналогично, если  $5-x=0$ , то  $b_{13}=0 \Rightarrow$  процесс не имеет смысла

$$13x-35=0 \Rightarrow b_7=0, \text{ ур. не}$$

$$5-x=0 \Rightarrow b_{13}=0, \text{ ур. не}$$

$$\Rightarrow (5-x)^4 - (13x-35)^2 = 0$$

$x \in \mathbb{R}$

$b_1 \in \mathbb{R}$

$b_1 \neq 0$ , иначе стая  
 $z \neq 0$

1) если  $u_{\text{ур.}} = 0$   
 (пошаговая), то

$$5-x=0 \Leftrightarrow x=5$$

при таком  $x$

$$b_7 \neq 0$$

ур. не

$\Rightarrow$  ур. не

имет.

$$\Rightarrow \begin{cases} b_1 \neq 0 \\ z \neq 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{((5-x)^2 - (13x-35))}_a \underbrace{((5-x)^2 + 13x - 35)}_b = 0$$

~~#252B~~

$$\begin{cases} a=0 & (1) \\ b=0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad 25 - 10x + x^2 - 13x + 35 = 0$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = 20 \end{cases}$$

$$(2) \quad 25 - 10x + x^2 + 13x - 35 = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Получили  $\begin{cases} x = 3 \\ x = 20 \\ x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$

~~#252B~~

при  $x = 2$   $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = \sqrt{\frac{26-35}{3^3}} \Rightarrow$  не орг.

$\Rightarrow x \neq 2$ .

при  $x = -5$   $b_7 = \sqrt{\frac{-75-35}{(-4)^3}} = \sqrt{\frac{110}{64}} = \frac{\sqrt{110}}{8} = b_{15}^6$

~~#252B~~

$b_{13} = 10 = b_{12}^{12}$

$b_{15} = \sqrt{110 \cdot 4} = b_{12}^{14}$ , где  $\sqrt{\text{что } \sqrt{\text{что}}}$  выражается  $2 = \pm \sqrt{2}$ ,  $b_1 = \dots$ , где  $b_{12} = \text{const}$ .

при  $x = 20$   $\frac{13x-35}{(x+1)^3} > 0$   $\textcircled{1}$ , ~~#252B~~  $5-x = -15 < 0$

но  $b_7$  и  $b_{13}$  одного знака, ч-тые.

$b_{12}^6$   $b_{12}^{12}$

при  $x = 3$   $b_7 = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4}$ ,  $b_{13} = 2$ ,  $b_{15} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4 = b_{12}^{14}$

$2^2 = 2 \Rightarrow 2 = \pm \sqrt{2}$ ,  $b_1 = \sqrt{\frac{4}{2^7}} = \frac{1}{32}$ .

Ответ:  $x = 3$ ;  $x = -5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐2  
☒3  
☐4  
☐5  
☐6  
☐7  
☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В общем, ~~или~~  $y \geq 12 \rightarrow z = 0 \quad y = 12$

$$x: \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}, \quad x \in [-3; 4] \quad (*).$$

2) ~~или~~  $y \in (-1; 12)$ :

$$(2) \quad y+1 - 3(y-12) = \sqrt{13^2 - z^2}$$

$$-2y + 37 = \sqrt{13^2 - z^2} \quad |^2$$

$$(37-2y)^2 + z^2 = 13^2$$

~~37-2y~~

$$13^2 = (2y-37)^2 + z^2 < (24-37)^2 + z^2 \leq 13^2 + 0$$

$\Rightarrow$  ~~нет~~ нет реш.

3)  $y \leq -1$  ~~или~~:

$$-y \geq 1$$

$$(2) \quad -y-1 - 3y+36 = \sqrt{13^2 - z^2}$$

$$-4y+35 = \sqrt{13^2 - z^2}$$

$$(35-4y)^2 + z^2 = 13^2$$

$$13^2 = (35-4y)^2 + z^2 \geq (35+4)^2 + z^2 \geq (39)^2$$

~~нет~~  $\Rightarrow$  нет реш.

$\Rightarrow$  Осталось решить  $(*) \quad z=0 \quad y=12$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}.$$

слева ~~возраст.~~ возраст. ф-ция



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{13^2 - z^2} & (2) \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{y+z+x-x^2} + \sqrt{4-x-z} \quad (1')$$

~~003:~~

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ 4 \geq x+z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 4-z \end{cases} \Rightarrow -13 \leq z \leq 7$$

$$(13-z)(13+z) \geq 0$$

$$(z-13)(13+z) \leq 0$$

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$1) \quad y - 12 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 12 \Rightarrow y+1 \geq 0$$

$$\Rightarrow (2) \quad 4y - 35 = \sqrt{13^2 - z^2} \quad |^2$$

$$(4y-35)^2 + z^2 = 13^2$$

$$13^2 = (4y-35)^2 + z^2 \geq (4y-35)^2 + z^2 = 13^2 + z^2$$

$$\Rightarrow z=0 \Rightarrow 13^2 = (4y-35)^2 \geq 13^2$$

$$\Rightarrow \text{равенство, при } y=12$$

$$\Rightarrow z=0, y=12.$$

$$(1) \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$(x+3)(4-x) = 12+x-x^2$$

$$\text{Пусть } \begin{cases} x+3=a \\ 4-x=b \end{cases} \Rightarrow (1) \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$4 \geq x \geq -3$$

$$\sqrt{a} - 5 = 2\sqrt{b} - \sqrt{a} \Rightarrow 2\sqrt{a} - 5 = 2\sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} - 5 = 2\sqrt{b} \Rightarrow \sqrt{a} = 2\sqrt{b} + 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(3x) + 3 \cos(2x) + 6 \cos x = p \quad (*) \quad p - ? \geq 1 \text{ реш.}$$

$f(x) = \cos(x)$  — четн  $\Rightarrow \mu(x_0)$  — реш.,  $(-x_0)$  — тоже реш.

Также жко, что  $m, k, \cos(x) \in [-1; 1]$

$$\Rightarrow p \in [-10; 10].$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &= (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2 \cos x \sin^2 x = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x = 4\cos^3 x - 3\cos x. \end{aligned}$$

$$\cos(2x) = (2\cos^2 x - 1)$$

$$\cos x = a, \quad (*) \quad 4a^3 - 3a + 3(2a^2 - 1) + 6a = p$$

$$a \in [-1; 1]$$

$$4a^3 - 3a + 6a^2 - 3 + 6a = p$$

$$4a^3 + 6a^2 + 3a - 3 = p$$

$$(m-n)^3 = m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$$

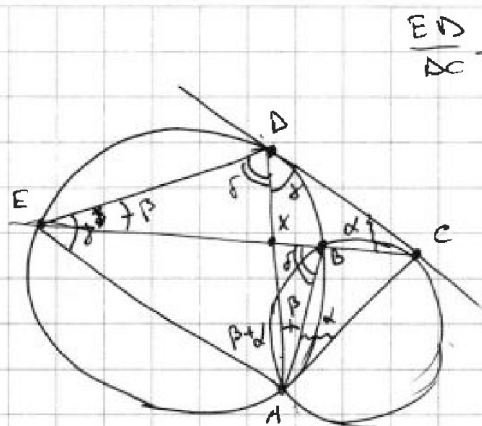


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{DC} = ?$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{10}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle DEC = \angle DAB = \beta \\ \angle EDA = \angle EBA = \delta \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{м.к.} \\ \triangle DBA \\ - \text{впис} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle BAC = \angle ECD = \alpha \\ \angle AED = \angle ADC = \gamma \end{aligned} \right\} \text{как}$$

впис. угол и угол между касат и хорд.

$$\Rightarrow \triangle EDC: \beta + \alpha + \delta + \gamma = 180$$

$$\delta + \gamma = 180 - (\beta + \alpha)$$

$$\angle EAD = 180 - (\delta + \gamma) = \alpha + \beta = \angle DAC$$

$$\Rightarrow \triangle EDA \sim \triangle ADC \text{ по 2 углам.}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{AD}{\sin \gamma} = \frac{AE}{\sin \delta} \quad (\text{м. син.}) \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} \quad ?$$

$$\text{м. син. } \triangle EDC: \frac{CD}{DE} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad \text{---}$$

$$\text{м. син. } \triangle CXD: \frac{CX}{\sin \gamma} = \frac{DX}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \sin \gamma \cdot \frac{DX}{CX}$$

$$\text{м. син. } \triangle EXX: \frac{DX}{\sin \beta} = \frac{EX}{\sin \delta} \Rightarrow \sin \beta = \sin \delta \cdot \frac{DX}{EX}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \delta \cdot CX \cdot DX}{\sin \gamma \cdot DX \cdot EX} = \frac{\sin \delta}{\sin \gamma} \cdot \frac{CX}{XE} = \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{CD}{DE}$$

$$\left( \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} \right)^2 = \frac{CX}{XE} \Rightarrow \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \sqrt{\frac{CX}{XE}}$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{EC} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

$$\text{Answer: } \sqrt{\frac{10}{3}}$$

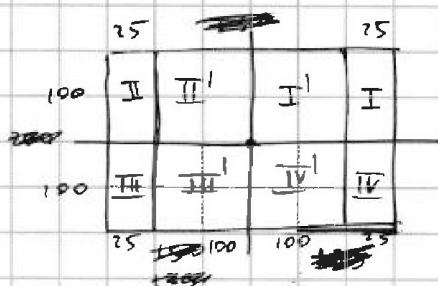


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим покраску  
первого квадрата:

ок в области II  
 $\Rightarrow$  сим. ему 2 варианта:  
 в области I и III

$100 \cdot 25 \cdot 2$  - варианты.

~~1.1.1) для 5-го (нижнего)~~

Рассмотрим области на рисунке. По числам скобки можно покрасить 8 квадратов.

Если я ставлю  $\Pi_1$ , то  $\Pi_2$  встаёт как-то.

$\Pi_3$ , то  $\Pi_4$  как-то

$\Pi_5$ , то  $\Pi_8$

1.1.1.1)

~~1.1.1.1)~~

$\Pi_1$  в II :  $100 \cdot 25$  способов

$\Rightarrow \Pi_2$  в II или в I : 2 сим. отно.

$\Pi_3$  в II :  $100 \cdot 25 - 1$

$\Pi_4$  & : 2 сим. отно.

$\Pi_5$  в II :  $100 \cdot 25 - 2$

...

$\Pi_7$  в II :  $100 \cdot 25 - 3$

$$\Rightarrow 100 \cdot 25 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 25 - 1) \cdot 2 \cdot (100 \cdot 25 - 2) \cdot (100 \cdot 25 - 3) \cdot 2^2$$

$$2^4 \cdot a(a-1)(a-2)(a-3)$$

1.1.1.2)

//  
A

$\Pi_7$  в II'  $\Rightarrow 100 \cdot 100$

$\Pi_8$  в IV'  $\Rightarrow 3$  отно  
 III'  
 I'

$\Rightarrow$  пусть  $100 \cdot 25 = a$

$$\Rightarrow a \cdot 2^3 \cdot (a-1)(a-2)(4a-3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

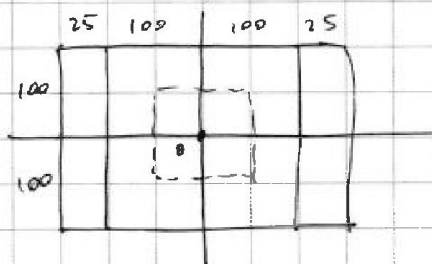
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1. 2. 1)  $a \cdot 2 \cdot (a-1) \cdot 2 \cdot (1-a) \cdot 3 \cdot (a-1) \cdot 2$~~

~~Покрасили крестик~~



Рассмотрим прямоугольники внутри исходного.

2 случая:

- 1) он квадрат
- 2) он прямоугол.

Заметим, что мн-во углов клеток в сл. 1 не совпадает нигде с мн-вом угл. кл. сл. 2.

~~В квадратах~~ Клетки красить будем в углах прямоугольников.

Возможно 2 квадрата;

В каждом прямоугол. 2 или 4 клеточки.

$$8 = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$8 = 2 + 2 + 4$$

$$8 = 4 + 4$$

I 4 прямоугольника: стороны  $a$  и  $b$  (соседние)  
 $a \neq b$

~~200 - (250 - 8) = 135~~

Всего квадратов: 100 (с центром в  $(0,0)$ )

Всего <sup>с угл.</sup> прямоугол.: ~~100~~ 125.

$\Rightarrow$  ~~прямоугол.~~ не квадр.  $100 - 124$ .

1 прямоугол.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b & (1) \\ (a-c)(b-c) = p^2 & (2) \\ a-b \not\equiv 0 \pmod{3} & (3) \\ a+b^2 = 560 & (4) \end{cases}$$

(1) и (2):

$$560 = a+b^2 > b+b^2$$

$$b^2+b-560 < 0$$

~~###~~

$$b = -25 \Rightarrow 625 - 25 - 560 > 0$$

$$b = -24 \Rightarrow 576 - 24 - 560 < 0 \quad \textcircled{v}$$

$$b = 24 \Rightarrow 576 + 24 - 560 > 0 \quad \textcircled{x}$$

$$b = 23 \Rightarrow 529 + 23 - 560 < 0 \quad \textcircled{v}$$

$$\Rightarrow b \in [-24, 23]$$

$(a-c)(b-c) = p^2$ . Либо, что  $a-c \neq b-c$ , т.к.  $a > b$

$$1) \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$$

или  $a-c > 0, b-c > 0$

$$2) \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$$

невозможно  
т.к.  $a > b$

$$3) \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \geq 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow a \leq b$   
 $\Rightarrow$  противоречие

$$\Rightarrow \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$c + p^2 \not\equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (p-1)(p+1) \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p \not\equiv 1 \pmod{3} \\ p \not\equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} a = 9 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$(4) a + b^2 = 560$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 550 = 9 + 2200 = 2209 = (47)^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 47}{2} = -25 \Rightarrow a = -16, b = -24$$

$$c = \frac{-3 + 47}{2} = 22 \Rightarrow a = 31, b = 23$$

Ответ:  $(-16, -24, -25); (31, 23, 22)$

$$\begin{array}{r} 43 \cdot 47 \\ 43 \cdot 47 \\ \hline 129 \cdot 47 \\ 172 \cdot 47 \\ \hline 2209 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) или  $a - c < 0$   
 $b - c < 0$

1)  $\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$

~~$a = p^2$~~   
 ~~$a > b$~~

$-p^2 + c > -1 + c$   
 $-p^2 > -1$   
 $p^2 < 1$   
ч-тве

2)  $\begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases}$

$a = b$   
но  $a > b$   
ч-тве

3)  $\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$

~~$a > b$~~   
 ~~$-1 + c > -p^2 + c$~~   
 ~~$-1 > -p^2$~~   
 ~~$1 < p^2$~~

$a = -1 + c$

$b = -p^2 + c = c - p^2$

~~$a = b$~~   
 ~~$-1 + c = -p^2 + c$~~   
 ~~$-1 = -p^2$~~

$-1 + c \neq -p^2 + c$   
 $-1 \neq -p^2$

$\begin{cases} p \neq 1 \\ p \neq 2 \end{cases}$

$\rightarrow p = 3$

~~$16 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 30 = 16 \cdot 10 \cdot 3$~~

$480 = 48 \cdot 10 = 20 \cdot 24 =$

$= 40 \cdot 12 = 2^5 \cdot 5 \cdot 3 =$

$= 32 \cdot 15$

$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$

$c^2 - 17c - 80 = 560$

$c^2 - 17c - 480 = 0$

$\begin{cases} c = 32 \Rightarrow a = 31, b = 23 \\ c = -15 \Rightarrow a = -16, b = -24 \end{cases}$

Ответ:  $(-16, -24, -25)$   
 $(31, 23, 22)$   
 $(31, 23, 32)$   
 $(-16, -24, -15)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$$\sqrt{x+5} = \sqrt{4-x} + 5$$~~

~~$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$$~~

~~$$\sqrt{x+5} = \sqrt{4-x} + 5$$~~

~~$$x = \frac{1}{2} \quad \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$$~~

~~$$\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{7}{2}} + 5 = 5$$~~

~~$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab} \quad a, b > 0$$~~
~~$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = \sqrt{ab} + \sqrt{ab}$$~~
~~$$\sqrt{a}(1 - \sqrt{b}) + 5 = \sqrt{b}(\sqrt{a} - 1)$$~~

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$$

$$-3 \leq x \leq 4$$

$$\sqrt{x+3} - \text{суп. возраст, на } x \in (-3; 4)$$

$$-\sqrt{4-x} - \text{суп. возр. на } x \in (-3; 4)$$

$$x_0 = -\frac{1}{2(-1)} = \frac{1}{2}; \quad y_0 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 12 = \sqrt{12 + \frac{1}{4}} \approx 3,4$$

$$(2\sqrt{-x^2+x+12})' = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{-x^2+x+12}} \cdot (-2x+1) = \frac{-2x+1}{\sqrt{-x^2+x+12}}$$



~~$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab}$$~~

$$\sqrt{a} + 5 = \sqrt{b} + 2\sqrt{ab}$$

$$a + 10\sqrt{a} + 25 = b + 4ab + 4b\sqrt{a}$$

$$\frac{\sqrt{x+3}(1 - \sqrt{4-x})}{2(1-\sqrt{3})} + 5 = \frac{\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3}-1)}{\sqrt{3}}$$

$$7 = 3\sqrt{3}$$



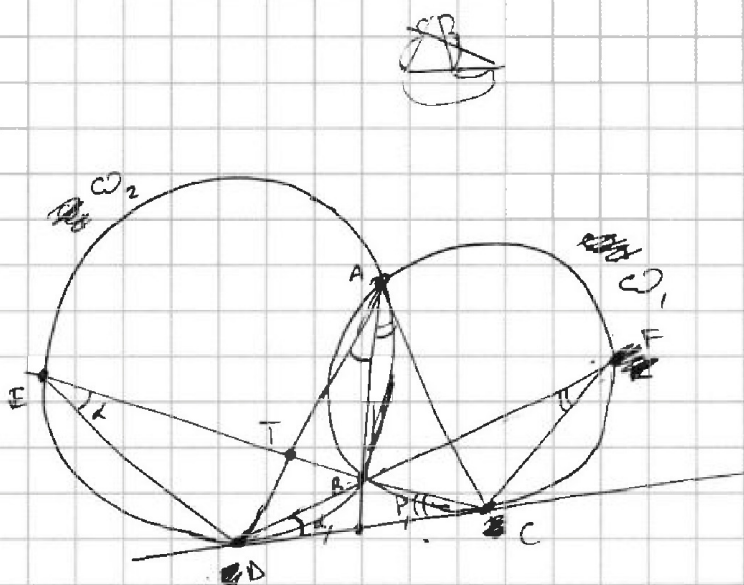


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CT}{TE} = \frac{3}{10}$$

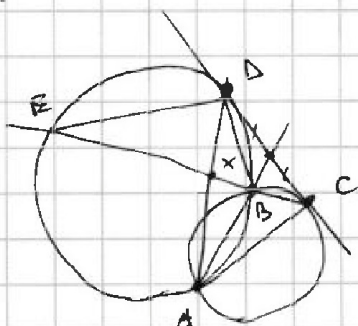
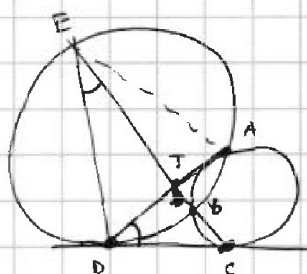
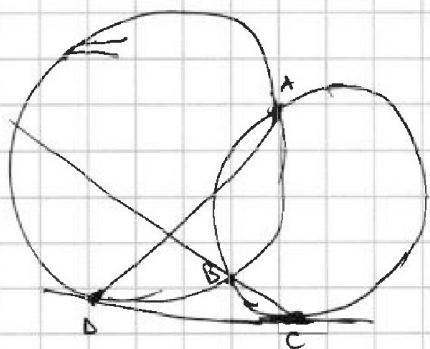
$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{BD}{BC} = \frac{DC}{CF}$$

$$BC \cdot EC = CD^2$$

$$\frac{DC}{EC} = \frac{BC}{DC}$$

$$\frac{BD}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$



$$\frac{CT}{TE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{BD}{BC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

|                                     |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

126)  $(a, b, c) \in \mathbb{Z}$ .

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 0 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \quad (1) \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$560 = a + b^2 > b + b^2$$

$$b^2 + b - 560 < 0$$

$$b = 24 \Rightarrow b^2 = 576$$

$$b = 23 \Rightarrow b^2 = 529$$

$$\frac{b}{b} = \frac{23}{23} = 1$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 46 \\ 529 \end{array}$$

$$b = -24 \Rightarrow 576 - 24 - 560 < 0 \quad (2)$$

$$b^2 + b = 625 - 25 - 560 > 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow b \in [-24, 23]$$

Пусть  $p = 3$

$$\Rightarrow (a - c)(b - c) = 3^2 \quad (1)$$

~~$$\begin{aligned} a &= 1 + c \\ b &= 3 + c \end{aligned}$$~~

$$a - b \neq 0 \Rightarrow (a - c) - (b - c) \neq 0 \Rightarrow (a - c) \neq (b - c)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - c = 3 \\ b - c = 3 \end{cases} \text{ — некорректно, невозможны.}$$

$$\Rightarrow 1) \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = 9 \end{cases}$$

$$a = 1 + c$$

$$b = 9 + c$$

$$a + b^2 = 560$$

$$1 + c + 81 + 18c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 19c - 478 = 0$$

$$D = 361 + 4 \cdot 478 = 361 + 1912 =$$

$$= 2273$$

$$\Rightarrow \sqrt{2273}$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ - 81 \\ \hline 479 \\ 1912 \\ \hline 2273 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

