



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1  $\{b_n\}$  - геом. прогр.

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} = b_9^9$$

$$b_{12} = 2-x = b_9''$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = b_9^{17}$$

$$b_{10}^3 = b^3 q^{17} = \sqrt{(25x+34)^3 (3x+2)^3}. \text{ Тогда}$$

$$b_{10}^3 \cdot b_{18} = b^4 q^{44} = (25x+34)^2 = (b_{12})^4 = (2-x)^4.$$

$$(25x+34)^2 = (x^2 - 4x + 4)^2;$$

$$(x^2 - 29x - 30) / (x^2 + 21x + 38) = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -1; 30. \\ x = -2; -19. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -1; 30. \\ x = -2; -19. \end{cases}$$

Проверка:

$$1) x = -1: b_{10} = \sqrt{(34-25)/(2-3)} \notin \mathbb{R}.$$

$$2) x = 30: b_{10} = \sqrt{(750+34)/(3 \cdot 30+2)}$$

$$\text{Заметим, что } \frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{b_9''}{b_9^9} = q^2 \neq 0$$

$$b_{10} = \sqrt{(750+34)/(3 \cdot 30+2)} > 0, b_{12} = 2-30 = -28 < 0 \Rightarrow$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} < 0 - \text{невозможно}$$

$$3) x = -2; b_{10} = \sqrt{(34-50)/(2-6)} = \sqrt{16/4} = 8.$$

$$b_{12} = 4, b_{18} = \sqrt{\frac{16}{4^3}} = \frac{1}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q^2 = \frac{4}{8} \Rightarrow q = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm 2^{-\frac{1}{2}} \quad b q^3 = 8; \quad b 2^{-\frac{3}{2}} = 8 = 2^3$$
$$b = \pm 2^{3 + \frac{3}{2}} = \pm 2^{\frac{15}{2}} \quad \text{Потенциальная прогрессия}$$
$$\text{с } b = 2^{\frac{15}{2}} \quad q = 2^{-\frac{1}{2}}$$

4)  $x = -19$ .

$$b_{10} = \sqrt{(34 - 25 \cdot 19) / (2 - 3 \cdot 19)} = \sqrt{478}.$$

$$= \sqrt{441 \cdot 55} = 21 \sqrt{55} = 21 \cdot 55^{\frac{1}{2}}$$

$$b_{12} = 21, \quad b_{18} = \sqrt{\frac{441}{55^3}} = 21 \cdot 55^{-\frac{3}{2}}$$

$$q = 55^{\frac{1}{4}}, \quad b \cdot q^3 = 8; \quad b 55^{\frac{3}{4}} = 21 \cdot 55^{\frac{3}{4}}$$

$$q^2 = \frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{21 \cdot 55^{-\frac{3}{2}}}{21 \cdot 55^{\frac{1}{2}}} = 55^{-2} \Rightarrow q = \frac{1}{55},$$

$$b \cdot 55^{-3} = 21 \cdot 55^{\frac{1}{2}}; \quad b = 21 \cdot 55^{\frac{19}{2}} \Rightarrow$$

Потенциальная прогрессия с  $b = 21 \cdot 55^{\frac{19}{2}}, \quad q = 55^{-1}$

Ответ:  $x = -2; -19$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Пусть  $f(y) = |y+2| + 2|y-18|$ ; Тогда

$$f(y) = \begin{cases} 34-3y, & y < -2 & (1) \\ 38-y, & -2 \leq y \leq 18 & (2) \\ 3y-34, & y > 18 & (3) \end{cases}$$

На участке (1)  $f \downarrow$ ,  
на участке (2)  $f \downarrow$ ,  
на участке (3)  $f \uparrow \Rightarrow$

$$f_{\min} = f(18) = |18+2| + 2|18-18| = 20, \text{ т.е.}$$

$$\sqrt{400-z^2} \neq f(y) \neq 20. \quad (\text{другой стороны})$$

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20 \Rightarrow \sqrt{400-z^2} = 20; \quad z = 0, \text{ т.е.}$$

все р-и имеют вид  $(x; 18; 0)$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2+2}$$

$$\text{ОАЗ: } \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ 18-3x-x^2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 3 \\ x^2+3x-18 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 3 \\ (x+6)(x-3) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in [-6; 3].$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} + 7 &= 2\sqrt{18-3x-x^2} + \sqrt{3-x} \\ \sqrt{x+6} + 49 + 14\sqrt{x+6} &= 4\sqrt{18-3x-x^2} + 3\sqrt{3-x} \\ + 4\sqrt{18-3x-x^2} &= 3\sqrt{3-x} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } \sqrt{x+6} = a, \sqrt{3-x} = b, \text{ тогда}$$

$$7 = a^2 + b^2 - 2 \quad \text{и} \quad a - b + a^2 + b^2 - 2 = 2ab;$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0;$$

$$\begin{cases} (a-b) = 1 \\ (a-b) = -2 \end{cases}, \text{ но т.к. } a+b \geq 0, \text{ то } a-b = 1;$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 1; \quad x+6+3-x-2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} = 1;$$

$$8 = 2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x}; \quad (x+6)(3-x) = 16.$$

$$3x - x^2 + 18 - 6x = 16; \quad x^2 + 3x - 2 = 0;$$

$$D = 9 + 4 \cdot 2 = 17. \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}.$$

$$\begin{array}{l} -\frac{3-\sqrt{17}}{2} \overset{>}{\sqrt{-6}}; \quad 9 \overset{>}{\sqrt{17}}; \\ -\frac{3+\sqrt{17}}{2} \overset{<}{\sqrt{3}}; \quad \sqrt{17} \overset{<}{\sqrt{9}} \end{array} \quad \left| \Rightarrow \text{Оба корня подходят.} \right.$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{-3-\sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right), \left( \frac{-3+\sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + (3p+12)\cos x + 10 = 0;$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0; \quad | :4$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0.$$

$$(p-1)\cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0; \quad \text{т.к. } \cos x = 0 \text{ — не реш. } \forall p.$$

$$p-1 = \left( \frac{-\cos x - 1}{\cos x} \right)^3 = \left( -1 - \frac{1}{\cos x} \right)^3$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1; \quad -1 \leq \frac{1}{\cos x} \leq 1. \quad \begin{cases} -\frac{1}{\cos x} \geq -1 \\ -\frac{1}{\cos x} \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 - \frac{1}{\cos x} \geq 0 \\ -1 - \frac{1}{\cos x} \leq -2 \end{cases} \quad \begin{cases} \left( -1 - \frac{1}{\cos x} \right)^3 \geq 0 \\ \left( -1 - \frac{1}{\cos x} \right)^3 \leq -8 \end{cases} \quad \begin{cases} p-1 \geq 0 \\ p-1 \leq -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{cases} \quad \text{— ни одного из этих значений } \exists \text{ реш.}$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt[3]{p-1}. \text{ Тогда } \frac{-\cos x - 1}{\cos x} = a;$$

$$(a+1)\cos x = -1; \quad \cos x = \frac{-1}{a+1}; \quad x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{a+1}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty), \quad x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$



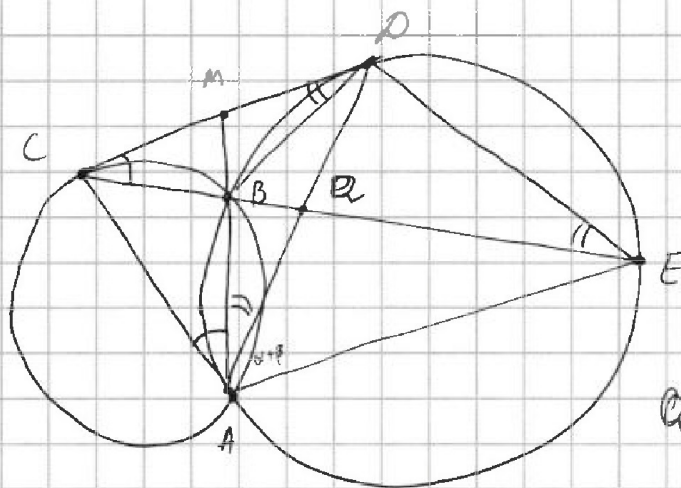
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



$$\frac{CQ}{QE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Пусть  
 $Q = AD \cap CE$ .

$$1) \text{ Пусть } \angle DCB = \alpha, \angle CDB = \beta. \text{ Тогда}$$

$$\angle CAB = \alpha \text{ (кас и хорд)}, \angle BAD = \beta \text{ и } \angle BED = \beta.$$

$$\angle DBE = \alpha + \beta \text{ (как внешний для } \triangle CBD) \Rightarrow \angle DAE = \angle DBE = \alpha + \beta$$

(как впис)  $\Rightarrow AQ$  - бис - с  $\angle CAE \Rightarrow$

$$\frac{CA}{AE} = \frac{CQ}{QE} = \frac{7}{20}.$$

$$2) \triangle CDB \sim \triangle CED \text{ по 2 углам} \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{BD}{BC};$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{BC}.$$

$$3) \triangle BQD \sim \triangle EQA \triangle BQD \sim \triangle AQE \text{ по 2 углам} \Rightarrow$$

$$\frac{BD}{AE} = \frac{BQ}{QA}. \text{ По Т. син для } \triangle ABQ: \frac{BQ}{QA} = \frac{\sin \beta}{\sin \angle ABA},$$

$$\text{для } \triangle CBA: \frac{AC}{BC} = \frac{\sin \angle CBA}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{AC \cdot BQ}{BC \cdot QA} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha},$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BQ}{QA} = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \Leftrightarrow \frac{BQ}{AE} \quad \text{Но по Т.синуса для } \triangle CDE:$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \text{ т.е. } \frac{ED}{BC} = \frac{EQ}{AC} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \text{ т.е.}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{BQ} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \left( \frac{BC}{BQ} \right)^2, \quad \frac{BC}{BQ} = \sqrt{\frac{AC}{AE}}$$

$$= \sqrt{\frac{CQ}{QE}} = \sqrt{\frac{7}{20}}, \quad \frac{ED}{DC} = \frac{BQ}{BC} = \sqrt{\frac{20}{7}}.$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{20}{7}}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



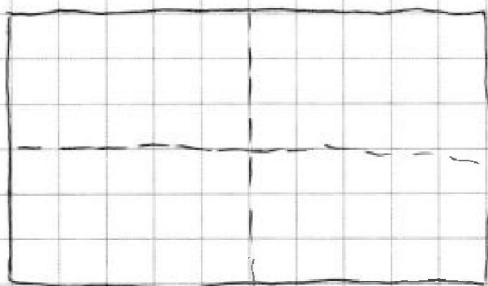
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

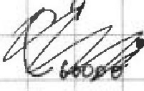
N5

500

Пусть  $S = 500 \cdot 120 = 6 \cdot 10^4$ .



Симметрии:

- Оси. центра:   $C_{\frac{1}{2}}$  - далее идёт оср. осн. центра.

$C_{\frac{1}{2}}$  и  $C_{\frac{1}{2}}$

- Оси. верт. и гор. ср. лин.:  - далее идёт оср. осн. ср. лин.

Пересечения:

- осн-ли осн. верт. и гор. ср. лин.:  $C_{\frac{1}{4}}$
- осн-ли осн. верт. ср. лин. и центра:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases}, \text{ что невозможно, т.к. } a < b$$

или

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \text{ невозможно, т.к. } a < b$$

$$b-a = p^2 - 1 \not\equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3}. \text{ Но если } p \not\equiv 3, \text{ т.е. } p \neq 3, \text{ то}$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p = 3.$$

$$\begin{cases} a = 1+c \\ b = 9+c \end{cases}$$

$$(1+c)^2 + 9+c = 1000;$$

$$\begin{cases} b = 9+c \end{cases}$$

$$c^2 + 3c + 10 = 1000; \quad c^2 + 3c - 990 = 0;$$

$$c = -33$$

$$a = -32, b = -24$$

$$c = 30$$

$$a = 31, b = 39.$$

$$\text{Ответ: } (-32; -24; -33), (31; 39; 30).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7  
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Записи 043:

Черновик

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -6 \\ 3-2z \geq x \\ y \geq x^2+3x-z \\ -20 \leq z \leq 20 \end{cases}$$

$$3-2z \geq x \geq -6;$$

$$z \leq \frac{9}{2}.$$

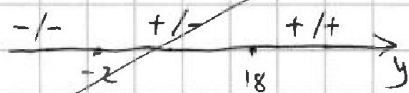
$$\min(x^2+3x) = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} \cdot 3 \Rightarrow$$

$$-z \geq -\frac{9}{2}$$

$$y \geq \frac{9}{4} - \frac{9}{2} - \frac{9}{2} = \frac{9}{4} - 9 = -\frac{27}{4}.$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \leq 20,$$

$$f(y) = |y+2| + 2|y-18|$$



$$f(y) = \begin{cases} 34-3y, & \text{для } y < -2 \\ 38-y, & -2 \leq y \leq 18 \\ 3y-34, & y \geq 18. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
☐

2  
☐

3  
☐

4  
☐

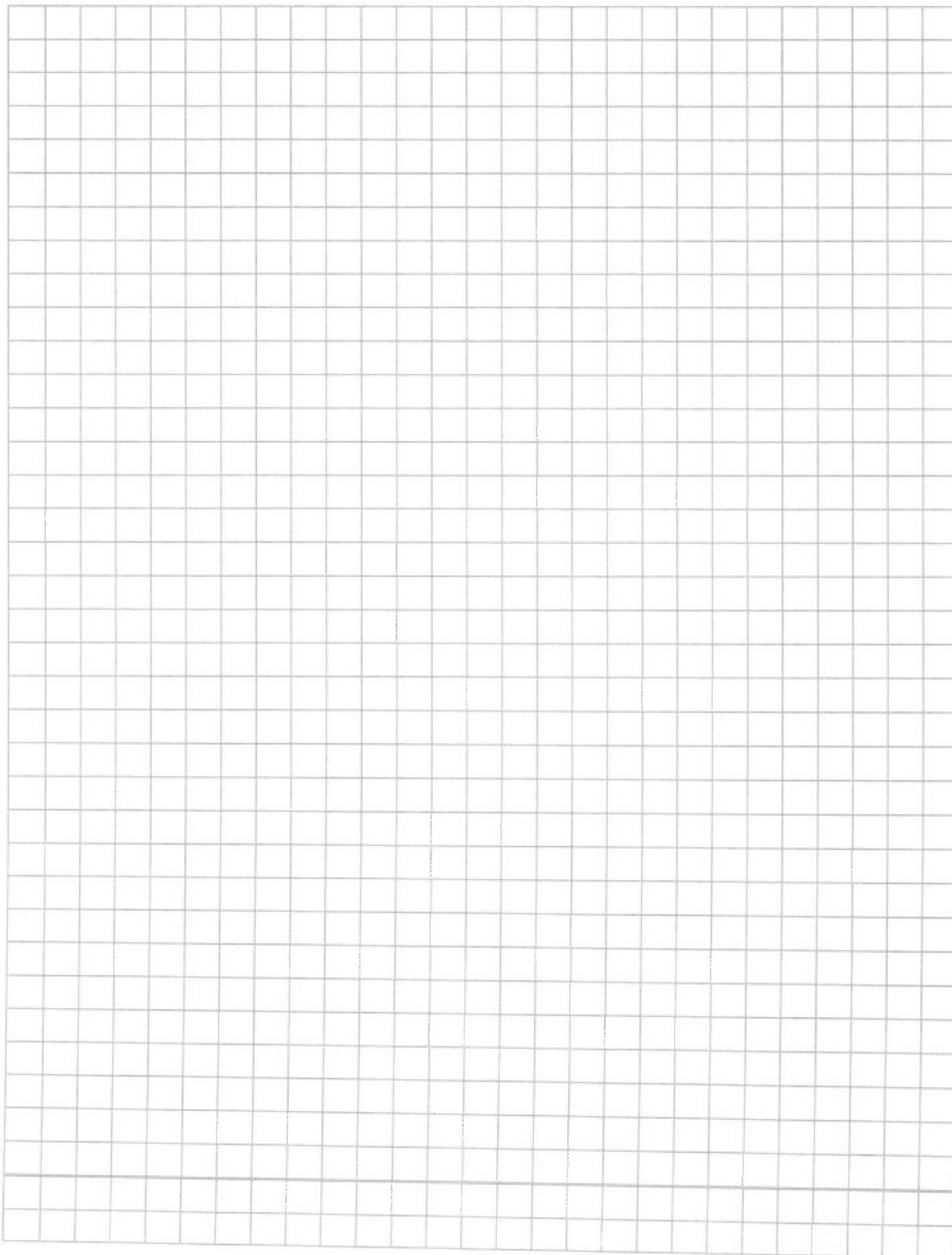
5  
☐

6  
☐

7  
☐

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

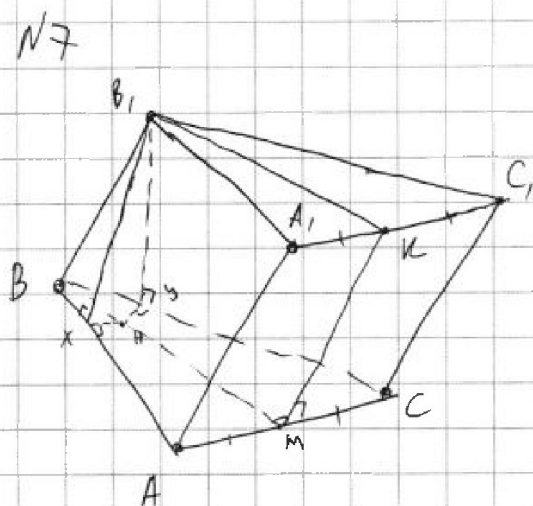




1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Черновик  
Пусть  $S(ABB_1A_1) = 6 = S(BB_1C_1C)$ ,  
 $S(AA_1C_1C) = 5$ .

1) Пусть  $X, Y$  - осн. высот из  $B_1$  на  $BA$  и на  $BC$ , тогда  $M$  - осн. перп. на пл-ть  $(ABC)$ . Тогда по ТТП

~~так~~  $B_1X \perp BA$  и  $B_1Y \perp BC$ . Более того, т.к.  $S(ABB_1A_1) = S(BB_1C_1C)$ , эти высот-ки пер-пен-ды и  $BA = BC$ , <sup>затем</sup>  $B_1X = B_1Y \Rightarrow$

т.к.  $\triangle B_1XM = \triangle B_1YM$  по шк. и катету, то  $B_1X = B_1Y \Rightarrow$

$M \in$  б-се  $\angle ABC$ , т.е. медиана и высоте.

2) Пусть  $M$  - сер.  $AC$ . Тогда  $(BB_1M) \perp (ABC)$ , т.к.  $B_1M \in (BB_1M)$  и  $B_1M \perp ABC \Rightarrow$

$(BB_1M) \perp (AA_1C_1C)$  и  $K \in (BB_1M)$ , т.к.  $B_1K \parallel BM$ , где

$K$  - сер.  $A_1C_1$ . т.к.  $AC \perp BM$ , то  $AC \perp (BB_1M) \Rightarrow$

$AC \perp MK \Rightarrow MK$  - высота в  $AA_1C_1C$ , но  $MK \parallel KA_1 \Rightarrow$

$AA_1C_1C$  - пря-ик.

3) Пусть  $\alpha$  - сторона гр. основания.

Тогда  $AB \cdot BX = 6$ ,  $BX = \frac{6}{\alpha}$ . Аналогично  $MK = \frac{5}{\alpha} \Rightarrow$

$BB_1 = \frac{5}{\alpha}$ . Тогда по Т.Пиф

$$BX = \sqrt{\frac{36-25}{\alpha^2}} = \frac{\sqrt{11}}{\alpha}$$

$$\frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{4} = 4, \alpha^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}, \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1. Т.к.  $\angle B_1H - 50^\circ$ ,  $\angle O < \angle B_1H = 30^\circ \Rightarrow$  Перпендикуляр~~

~~$\frac{B_1X}{B_1H} = \cos 30^\circ$ ;  $B_1H = \frac{\sqrt{11}}{a \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{33}}{3a}$ . Тогда по Т.Пиф.~~

~~$B_1H = \sqrt{B_1B_1^2 - B_1H^2} = \sqrt{\quad}$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ    

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

