



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

194 $\{a_n\}$ - 2. член q - знаменатель

$$a_{12} = 2 - x$$

$$a_{10} = a_{12} \cdot q^{-2} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{14} = a_{12} \cdot q^2 = \sqrt{\frac{(25x+34)^2}{(3x+2)^2}}$$

$$a_{10} \cdot a_{14} = a_{12}^2 q^4 =$$

$$= \frac{(25x+34)^2}{(3x+2)^2}$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{3x+2}}{\sqrt{25x+34}} \parallel 2-x$$

$$\Rightarrow a_{10} = (2-x)(2-x) \cdot \frac{\sqrt{3x+2}}{\sqrt{25x+34}} = \sqrt{(3x+2)(25x+34)}$$

$$\Rightarrow x \geq 2: x^2 - 4x + 4 = 25x + 34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$x \leq 2: -x^2 + 4x - 4 = 25x + 34$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -19 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x + 4 = |25x + 34|$$

$$\begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \\ x = -19 \\ x = -2 \end{cases}$$

Поставим отрицно

$$x = -1: a_{10} = \sqrt{-9} \notin \mathbb{R}$$

$$x = 30: a_{10} = \sqrt{784 \cdot 92} \quad a_{12} = -28; a_{14} = \sqrt{\frac{28^2}{92}}$$

$$a_{12} = a_{10} q^2 > 0 \quad a_{12} < 0 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$x = -19: a_{10} = \sqrt{441 \cdot 55} \quad a_{12} = 21 \quad a_{14} = \sqrt{\frac{441}{55}} \quad \checkmark$$

$$x = -2: a_{10} = \sqrt{8} \quad a_{12} = 4 \quad a_{14} = \sqrt{\frac{8}{5}} \quad \checkmark$$

Ответ: $\{-19; -2\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $y \in [-2; 18]$: (1): $y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$; $3y-y = \sqrt{400-z^2}$

$-y \in [-18; 2]$

$-y+3y \in [20; 40] \Rightarrow$ Возведем в кв: $(3y-y)^2 = 400-z^2$

$400-z^2 \leq 400$

$3y-y \geq 400$

$\Rightarrow$ равенство только при $y=18$

$z=0$

случай раскрыт.

при $y \leq -2$: $-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$; $-3y+34 = \sqrt{400-z^2}$

$-y \geq 2 \Rightarrow -3y \geq 6 \Rightarrow -3y+34 \geq 40 \Rightarrow (-3y+34)^2 = 400-z^2$

≥ 400

≤ 400

Нет решений

т.к. левая часть > 400

Ответ: $(-\frac{6-4\sqrt{44}}{4}; 18; 0)$; $(-\frac{3+5\sqrt{17}}{2}; 18; 0)$



1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + z = 2\sqrt{4-3x-x^2+z} & (2) \\ |y+2| + |2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (1) \end{cases}$$

р.ш (1):

при $y \geq 18$: $y+2+2y-18 = \sqrt{400-z^2}$; $3y-34 = \sqrt{400-z^2}$

оценим

$3y-34$: $3y \geq 54 \Rightarrow 3y-34 \geq 20$; возведем в квадрат членов, у которых

то же значение: $(3y-34)^2 \geq 400-z^2$; $\begin{cases} (3y-34)^2 \geq 400 \\ 400-z^2 \leq 400 \end{cases} \Rightarrow$ равенство упрощается

при $z=0$; подставим эти значения в (2):

$y=18$; $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2 \cdot 0} + 18 = 2\sqrt{18-3x-x^2+0}$, ~~заметим~~

пусть $\sqrt{x+6} = a \geq 0$

$\sqrt{3-x} = b \geq 0$, тогда (2): $a-b+18 = 2ab$ сложим:

$a^2+b^2=9$

$a-b+(a-b)^2=2$

$a-b=t \Rightarrow t^2+t-2=0 \Rightarrow \begin{cases} t=-2 \Rightarrow a=b-2 \\ t=1 \Rightarrow a=b+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+6} = \sqrt{3-x}-2 & (a) \\ \sqrt{x+6} = \sqrt{3-x}+1 & (b) \end{cases}$

a) $\sqrt{x+6}+2 = \sqrt{3-x} \Rightarrow x+6+4+4\sqrt{x+6} = 3-x \Rightarrow 4\sqrt{x+6} = -x-2x \Rightarrow$

$\Rightarrow -x-2x \geq 0$; $16(x+6) = 49+24x+4x^2$; $4x^2+12x-47=0$

$\frac{D}{4} = 36+4 \cdot 47 = 224 \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{224}}{4} \\ x = \frac{-6+\sqrt{224}}{4} > 0 - \text{н. кор.} \end{cases}$

$x \leq -\frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{-6-\sqrt{14}}{4} \vee -\frac{7}{2} = -\frac{14}{4}$

$\Rightarrow x = -\frac{6-\sqrt{14}}{4}$

b) $x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x}$

$2x+2 = 2\sqrt{3-x}$

$x+1 = \sqrt{3-x}$

$x \geq -1$; $x^2+2x+1 = 3-x \Rightarrow x^2+3x-2=0$

$D = 9+4 \cdot 2 = 17$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

$-\frac{3-\sqrt{17}}{2} < -\frac{7}{2} \Rightarrow \text{н. кор.}$ $x = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} > 0 \Rightarrow$ подходит

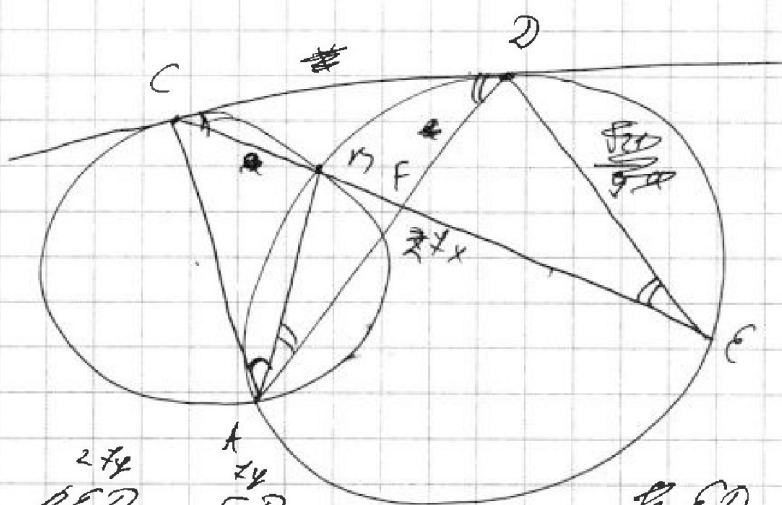


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{2x}{CD} = \frac{2y}{CF}$$

взапратные:

$$CD^2 = CF \cdot CB$$

$$CB = CD \cdot \frac{x}{2x} = \frac{CD}{2}$$

~~CD~~

$$= 3\sqrt{21} \cdot \frac{x}{2x}$$

$$BF = \left(\frac{x}{2} + \frac{2\sqrt{21}}{2x} \right) x$$

$$\angle FED = \angle CED - \angle CEF$$

мисе кат и хорды

$$\triangle CED \sim \triangle CEF$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{ED}{CF} = \frac{CF}{CD}$$

$$2x \cdot CD^2 = x \cdot 2x^2$$

$$CD = \sqrt{x \cdot 2x} x$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{CF}{CD} = \frac{CF}{CD}$$

~~ED = \frac{CF \cdot CD}{CD} = CF = x~~

$$= \frac{\sqrt{x}}{2x} \Rightarrow ED = a \Rightarrow DE = \frac{\sqrt{x}}{2x} a$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

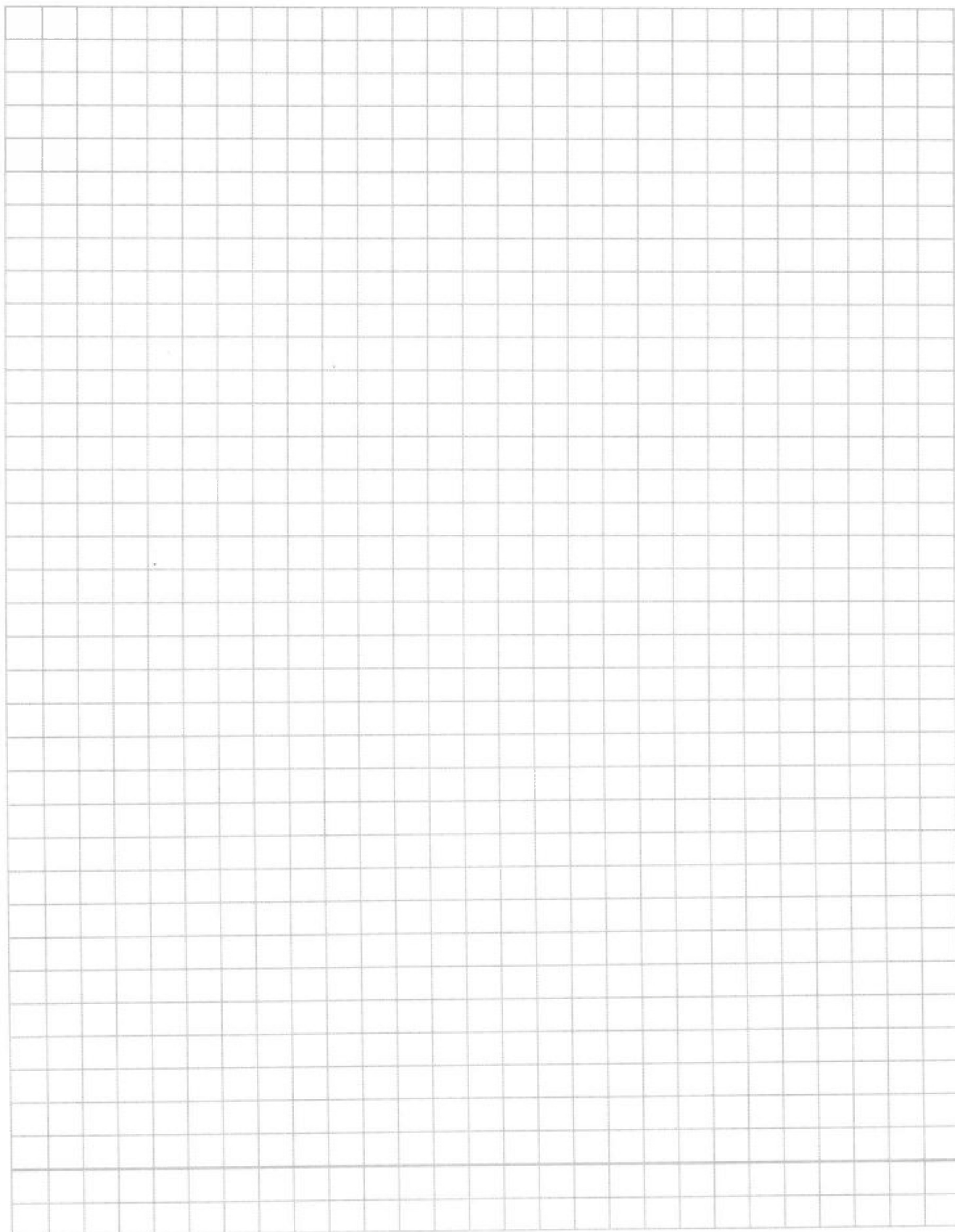
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 2} \\ 56 \overline{) 8} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ 48 \\ 48 \\ 49 \\ 96 \end{array}$$

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}; a_{12} = 2-x; a_{14} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$a_{12} = a_{10} q^2 \quad a_{14} = a_{10} q^4$$

$$224 = 4 \cdot 8 \cdot 7 = 16 \cdot 2 \cdot 7$$

$$\frac{a_{14}}{a_{10}} = q^4 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3(3x+2)(25x+34)}} = (3x+2)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}}$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \Rightarrow q^4 = \frac{(x-2)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}}$$

№2

$$a-b=t$$

$$a-b+(a-b)^2=2$$

$$t^2+t-2=0$$

$$\begin{cases} t=-2 & a=b-2 \\ t=1 & a=b+1 \end{cases}$$

$$3x \geq -18$$

$$x \geq -6$$

$$-x \leq 6$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + x = 2\sqrt{4-3x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-2z^2} \quad (1) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{array}{c} \textcircled{3} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{4} \\ 3y-34 \quad -2 \quad 18 \end{array} \rightarrow$$

$$\textcircled{1} \quad 3y-34 = \sqrt{400-2z^2} \quad | \quad 2$$

$$9(y-12)^2 = 400-2z^2$$

$$9(y-12)^2 = 400-2z^2$$

$$y \geq 18$$

$$y-12 \geq 6$$

$$(y-12)^2 \geq 36$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 9 \\ 324 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ 3 \\ 54 \end{array}$$

$$34 \geq 54$$

$$34-34 \geq 20$$

$$9y^2 - 2 \cdot 34 \cdot 3y + 34^2 = 400 - 2z^2$$

$$(3y-34)^2 \leq 400$$

$$z=0$$

$$y=$$

$$x^2+3x-18$$

$$\sqrt{x+6} + x = \sqrt{3-x} + 2\sqrt{4-3x-x^2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} = a \\ \sqrt{3-x} = b \end{cases}$$

$$a+x = b+2ab$$

$$a^2+b^2=9$$

$$3-x-2z \geq 0$$

$$2z \leq 3-x$$

$$2z \leq 9$$

$$4-3x-x^2+2 \geq 0$$

$$4 \geq 3x+x^2-2$$

$$x \geq -30 \quad x \geq -2$$

$$y-12 \geq -34,5$$

$$z^2 \in [0; 400]$$

$$z \leq \frac{9}{2} \quad -z \geq -\frac{9}{2}$$

$$x \geq -22,5$$

$$3-x \geq 0$$

$$x \leq 3$$

$$x-6 \geq 0$$

$$x \geq 6$$

$$(x+6)(3-x) = -x^2+18-3x$$

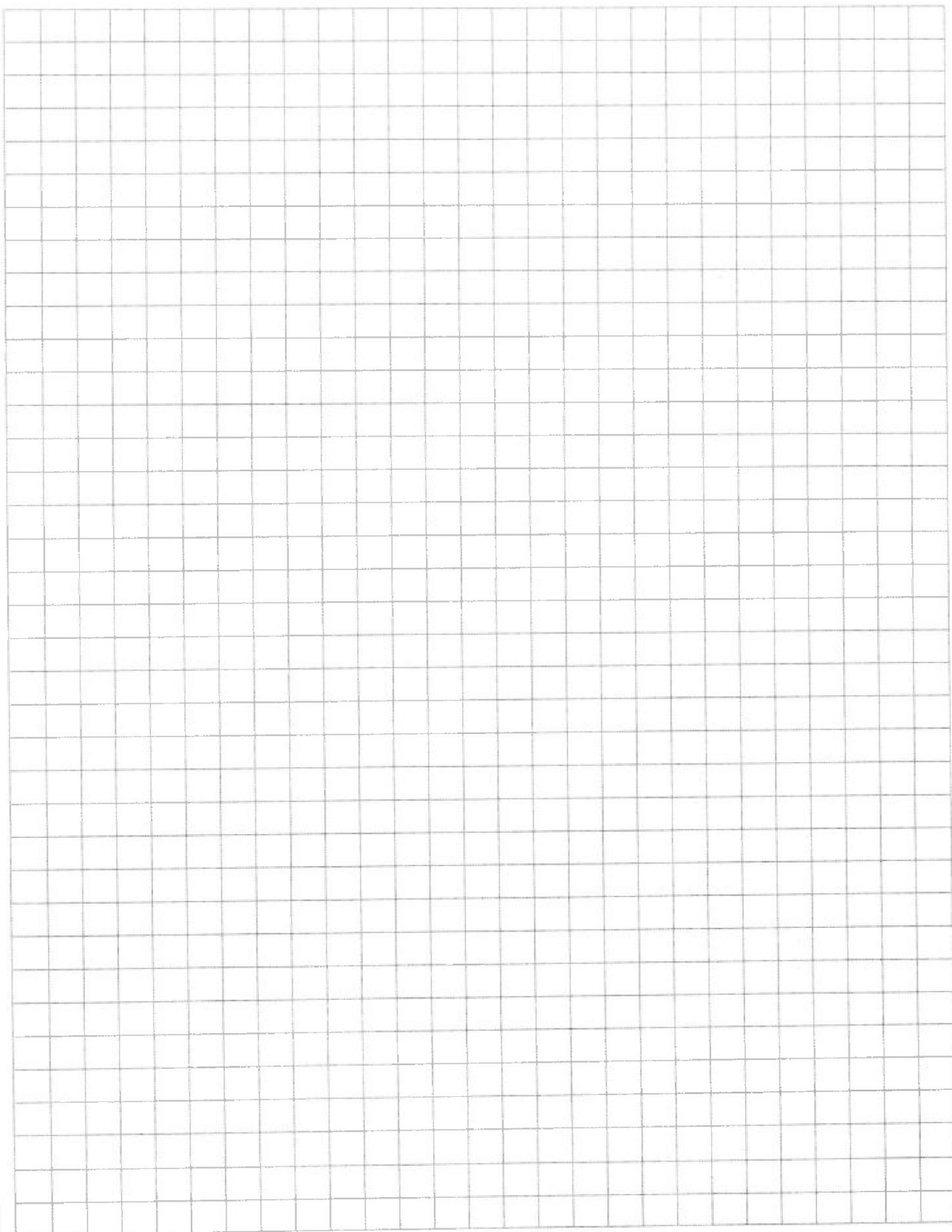


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_{12} = 2 - x$$

$$a_{10} = (2 - x) \cdot q^{-2}$$

$$x \neq 2$$

$$a_{12} = (2 - x) \cdot q^6 = \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$$

$$a_{12} \cdot a_{10} = \frac{(25x + 34)}{(3x + 2)} = (2 - x) q^4$$

$$q = \sqrt[4]{\frac{(25x + 34)}{(3x + 2)(2 - x)}}$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$x \neq 2$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{25x + 34}}{\sqrt{3x + 2}}$$

$$\sqrt{\frac{(25x + 34)^2}{(3x + 2)^2}} = (2 - x)^2 \cdot q^4$$

$$q^2 = \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)(2 - x)^2}}$$

$$q^{-2} = (2 - x) \sqrt{\frac{3x + 2}{25x + 34}}$$

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)} = (2 - x)^2 \sqrt{3x + 2}$$

$$25x + 34 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0 \quad x = +30$$

$$x = -1$$

$$x = -1$$

$$a_{12} = 3$$

$$a_{10} =$$

$$(2 - x)|x - 2| = |25x + 34|$$

$$x \geq 2$$

$$-x^2 + 4x + 4 = 25x + 34$$

$$x^2 + 21x + 30 = 0$$

$$x = -19$$

$$x = -2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos x = t \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 3t \cdot 4 + 4 = 0 \Rightarrow 4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$p \neq 4$$

$$\sqrt[3]{p-1} = a$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0 \Rightarrow (p-1)t^3 + t^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$at^3 + (t+1)^3 = 0 \Rightarrow (at + t + 1)($$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$t(a+1) = -1 \quad a \neq -1$$

$$t = -\frac{1}{a+1} \quad -1 \leq -\frac{1}{a+1} \leq 1$$

$$\frac{1}{a+1} \leq 1 \Rightarrow \frac{1-a-1}{a+1} \leq 0$$

$$\frac{a}{a+1} \geq 0$$

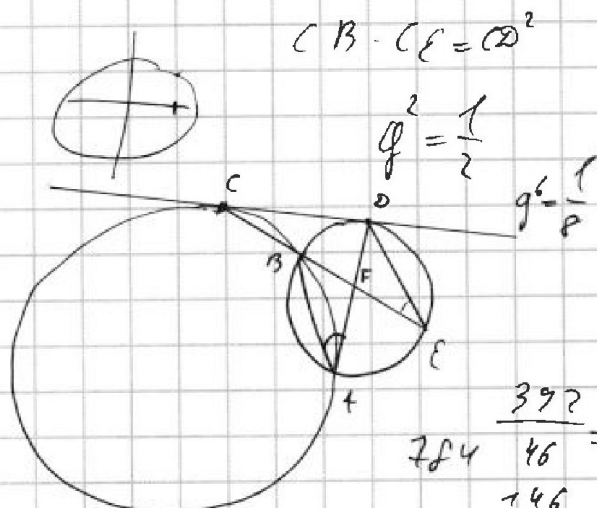
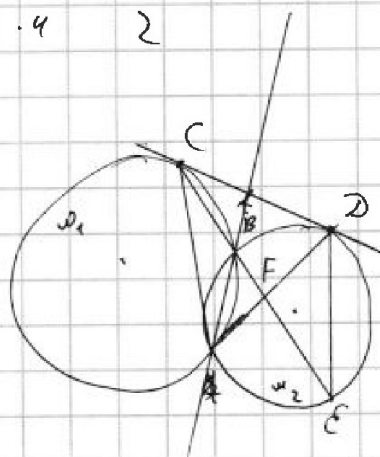
$$\frac{1}{a+1} \geq -1$$

$$\frac{a+2}{a+1} \geq 0$$

$$a \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$$

$$\frac{ab}{16 \cdot 4} = \frac{1}{2}$$

№ 4



$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$q^2 = \frac{1}{2}$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{392}{784} = \frac{46}{146} = \frac{146}{23}$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

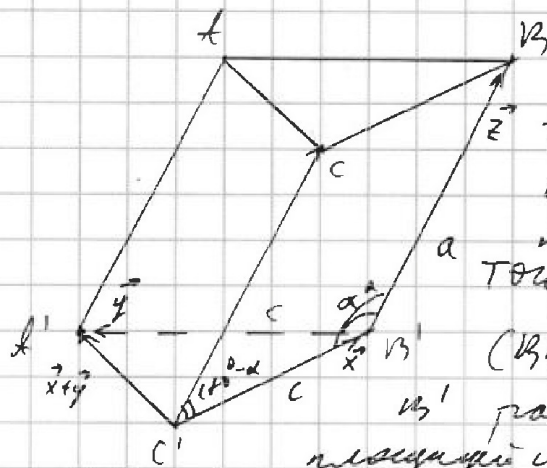


СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У01



$$\text{Пусть } AB' = A'C' = C'B' = a$$

$$A'C' = C'B' = A'B' = c$$

Тогда найдём ~~две~~ грани, у которых равные площади S , пусть они $(A'B')'$ и $(C'B')'$.

Тогда γ параллелограмм

$(B'B')'$ и $(A'A')'$ — равные

плоскости и следовательно площади и состав сторон

Пусть векторы

$$C'B' = \vec{x}$$

$$B'B' = \vec{z}$$

$$B'A' = \vec{y}$$

$$C'A' = \vec{x} + \vec{y}$$

$x = y$ (равностор.)

$$\Rightarrow \vec{z} \cdot \vec{x} = z \cdot x \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = -xz \cos \alpha$$

$$\vec{z} \cdot \vec{y} = z \cdot y \cdot \cos \alpha = xz \cos \alpha$$

$$\Rightarrow (\vec{x} + \vec{y}) \cdot \vec{z} = \vec{x} \cdot \vec{z} + \vec{y} \cdot \vec{z} = -xz \cos \alpha + xz \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow C'A' \perp C'C'$$

$$\Rightarrow \int_{A'C'A} = c \cdot a = 5$$

$$\int_{C'B'B'} = c \cdot a \cdot \sin \alpha = 6$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{6}{5} \text{ противоречие}$$

Ответ: плоскость не существует

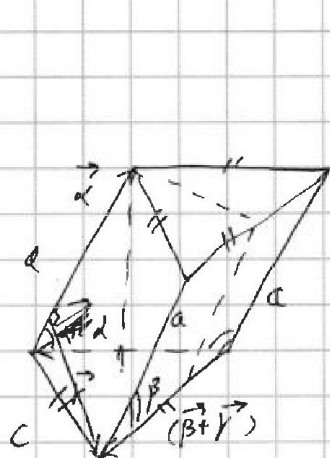


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \text{по кн} &= 4 \quad \text{то} \quad \frac{c^2 \sqrt{3}}{4} = 4 \\ c^2 &= \frac{16}{\sqrt{3}} \Rightarrow c = \frac{4}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} c \cdot c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \text{по кн}$$

$$\begin{aligned} \vec{b} \times \vec{c} &= \vec{f} \\ \vec{b} + \vec{c} &= \vec{\varphi} \\ \vec{\varphi} \times \vec{a} &= \vec{f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a \cdot c \sin \alpha &= 6 & \frac{p \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} &= \frac{6}{5} \\ a \cdot c \sin \beta &= 5 & a &= \frac{5 \sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$c \cdot a \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= ab \cos \varphi \\ \vec{a} \cdot \vec{\varphi} &= -ab \cos \varphi \end{aligned}$$

$$a < b$$

$$b = a + 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$b = 1000 - a^2 > a$$

$$a^2 + a - 1000 < 0$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{4001}}{2}$$

$$\begin{aligned} &+ \quad - \quad + \\ &\frac{-1 + \sqrt{4001}}{2} \quad \frac{-1 - \sqrt{4001}}{2} \end{aligned}$$

$$p \cdot p \quad p^2 - 1$$

$$a - c = b - c \quad a = b$$

$$a^2 + a - p^2 + 1 = 1000$$

$$b - c = 1 \quad b - a = 1 - p^2$$

$$a - c = p^2 \Rightarrow a - b = p^2 - 1 \quad b = a - p^2 + 1$$

$$1 - p^2 \div 3$$

$$a = p^2 - 4 + b$$

$$\begin{aligned} a^2 + a - p^2 &= 999 \\ a(a+1) & \end{aligned}$$

$$1 - p^2 \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$$