



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогрессии $= a$, шаг $= r \Rightarrow$
 $10^{-5} = a \cdot r^9$, $12^{-5} = a \cdot r^{11}$, $18^{-5} = a \cdot r^{17}$

$$\begin{cases} a \cdot r^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} & (1) \\ a \cdot r^{11} = 2-x & (2) \\ a \cdot r^{17} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} & (3) \end{cases}$$

если какой-то член $= 0$, то $a = 0$ или $r = 0 \Rightarrow$
 все три $= 0$ - так не бывает, т.к. тогда

$$\begin{cases} 25x+34=0 \\ 2-x=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow a \neq 0, r \neq 0 \Rightarrow$ можем делить:

$$\frac{(3)}{(1)} : r^8 = \frac{1}{|(3x+2)^4|} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$r^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$(1) \cdot r^8 = (2) : \sqrt{|25x+34|} = 2-x, \quad 2-x > 0, \quad x < 2$$

$$|25x+34| = x^2 - 4x + 4$$

$$1) \quad x^2 - 29x - 30 = 0 \quad (25x+34 > 0 \Rightarrow 3x+2 > 0)$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \\ x < 2 \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{нет реш.}$$

$$2) \quad x^2 + 21x + 38 = 0 \quad (25x+34 < 0 \Rightarrow 3x+2 < 0)$$

$$(x+19)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \\ x < -\frac{34}{25} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = -2$ и $x = -19$ годят.

Ответ: $-2, -19$.

Для каждого из этих x
 находится $r \Rightarrow$ из (1)
 находится $a \Rightarrow$ т.к. мы
 использовали соотношение
 для (1) и (3), (1) и (2), то
 (2) и (3) тоже выполнят.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad y \geq 18 &\Rightarrow y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2} \\ 3y-34 &= \sqrt{400-z^2} \\ \text{но } 3y-34 &\geq 3 \cdot 18 - 34 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad y \in [-2; 18) &\Rightarrow y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2} \\ -y+38 &= \sqrt{400-z^2} \\ \text{но } -y+38 &> -18+38 = 20, \quad \sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20 \\ \Rightarrow &\text{реш. нет.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad y < -2 &\Rightarrow -y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2} \\ -3y+34 &= \sqrt{400-z^2} \\ \text{но } -3y+34 &> -3 \cdot (-2) + 34 = 40, \quad \sqrt{400-z^2} \leq 20 \\ \Rightarrow &\text{реш. нет.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad y \geq 18 &\Rightarrow y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2} \\ 3y-34 &= \sqrt{400-z^2} \\ 3y-34 &\geq 3 \cdot 18 - 34 = 20, \quad \sqrt{400-z^2} \leq 20 \\ \Rightarrow \begin{cases} 3y-34 = 20 \\ \sqrt{400-z^2} = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = 18 \\ z = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ 1-е ур-е системы!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

Заметим, что $18-3x-x^2 = (x+6)(3-x)$
Можно сделать замену: $\sqrt{x+6} = a, \sqrt{3-x} = b$

$$\begin{cases} a-b+7 = 2ab \\ a^2 = -b^2+9 \end{cases}$$



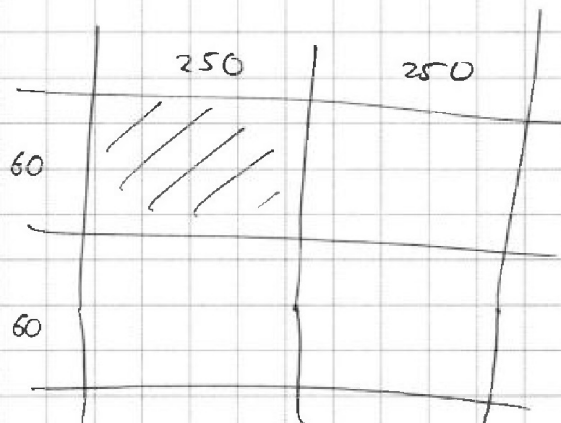
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Начи прищ-к:



Исно, что в отнесенной четверти
можно выбрать любое из клеток ($C_{250 \times 60}^4$)
и тогда можно сделать каждой из
вех видов измерения и они не будут
пересек.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a, b, c \in \mathbb{Z} \\ a < b \\ b \not\equiv a \pmod{3} \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a^2 + b = 1000 \end{cases}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow a-c \text{ и } b-c \text{ одного знака}$$

I. $a-c > 0, b-c > 0$

1) $\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases} \Rightarrow p^2 < 1 \quad \emptyset$

2) $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \Rightarrow a = b \quad \emptyset$

3) $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c+1 \\ b = p^2 + c \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} p^2 &\not\equiv 1 \pmod{3} \\ p^2 \text{ и.д.} &\equiv 0 \text{ или } \equiv 1 \\ \Rightarrow p^2 &\equiv 0 \Rightarrow p = 3 \end{aligned}$

$$\Rightarrow a = c+1, b = c+9$$

$$c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$D = 9 + 3960 = 3969 = 63^2 \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{-3+63}{2} = 30, a=31, b=39 \\ c = \frac{-3-63}{2} = -33, a=-32, b=-24 \end{cases}$$

II. $a-c < 0, b-c < 0$

1) $\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \Rightarrow -1 < -p^2 \Rightarrow p^2 < 1 \quad \emptyset$

2) $\begin{cases} a-c = -p \\ b-c = -p \end{cases} \Rightarrow a = b \quad \emptyset$

3) $\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c-p^2 \\ b = c-1 \end{cases} \text{ аналог. } p=3 \Rightarrow a = c-9, b = c-1$
 $c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 1000$
 $c^2 - 17c - 920 = 0$
 $(c+23)(c-40) = 0 \Rightarrow c = -23, c = 40$
 $a = -32, b = -24; a = 31, b = 39$
 Ответы: (31, 39, 30), (31, 39, 40), (-32, -24, -33), (-32, -24, -23).



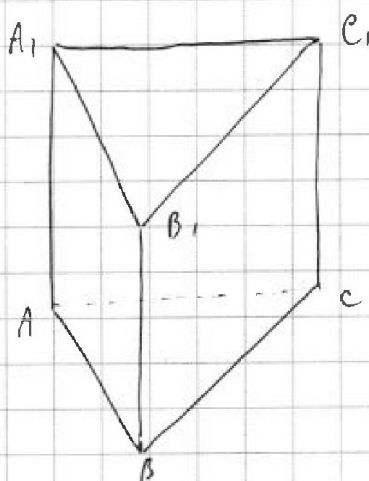
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть см. пр-ка = a , Δ ок. ребро призмы = b
 $\frac{1}{2} a^2 \cdot \sin 60^\circ = 4 \Rightarrow a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$



Пусть $S_{AA_1B_1B} = S_{BB_1C_1C} = 6$,
 $S_{AA_1C_1C} = 5$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \angle ABB_1 = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \angle CBB_1 = 6$$

$\Rightarrow \sin \angle ABB_1 = \sin \angle CBB_1 \Rightarrow$
 $\triangle ABB_1$ и $\triangle CBB_1$ — равные
пар-лы

$V = \frac{1}{2} V_0$, V_0 — объём пар-ла
на векторах $\overline{BA}$, $\overline{BB_1}$ и $\overline{BC}$.

еще $\frac{\sin \angle A_1AC}{\sin \angle ABB_1} = \frac{5}{6}$.



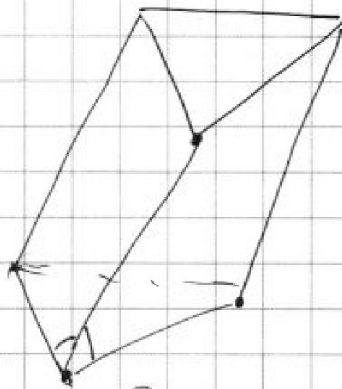
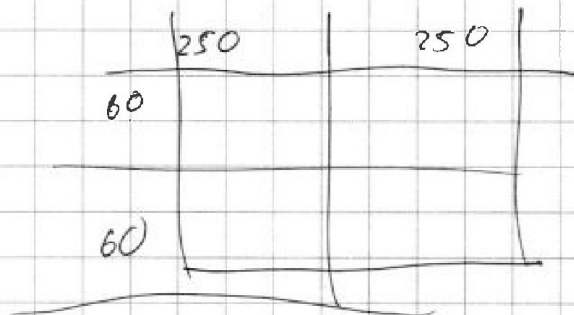
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$\sin C = \sin d \cdot \frac{x d}{C X}$$

$$\sin E = \sin \beta \cdot \frac{x d}{E X}$$

$$\frac{\sin C}{\sin E} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{E X}{C X} = \frac{20}{7} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\begin{aligned} a \cdot b \cdot \sin \alpha &= 6 \\ a \cdot b \cdot \sin \beta &= 5 \end{aligned}$$

$$C X = 7 x$$

$$E X = 20 x$$

$$C B = y$$

$$\frac{A D}{A E}$$

$$C D^2 = y \cdot 27 x$$

$$S = a^2 \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2} = 4$$

$$a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8$$

$$a^2 = 16\sqrt{3}$$

~~СДА~~ ~~СДА~~

$$\triangle CAD \sim \triangle DAE \Rightarrow$$

$$\frac{C D}{D E} = \frac{A D}{A E} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\frac{E D}{C D} = \frac{20}{7} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\left(\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right)^2 = \frac{7}{20}$$

$$\sqrt{\frac{7}{20}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

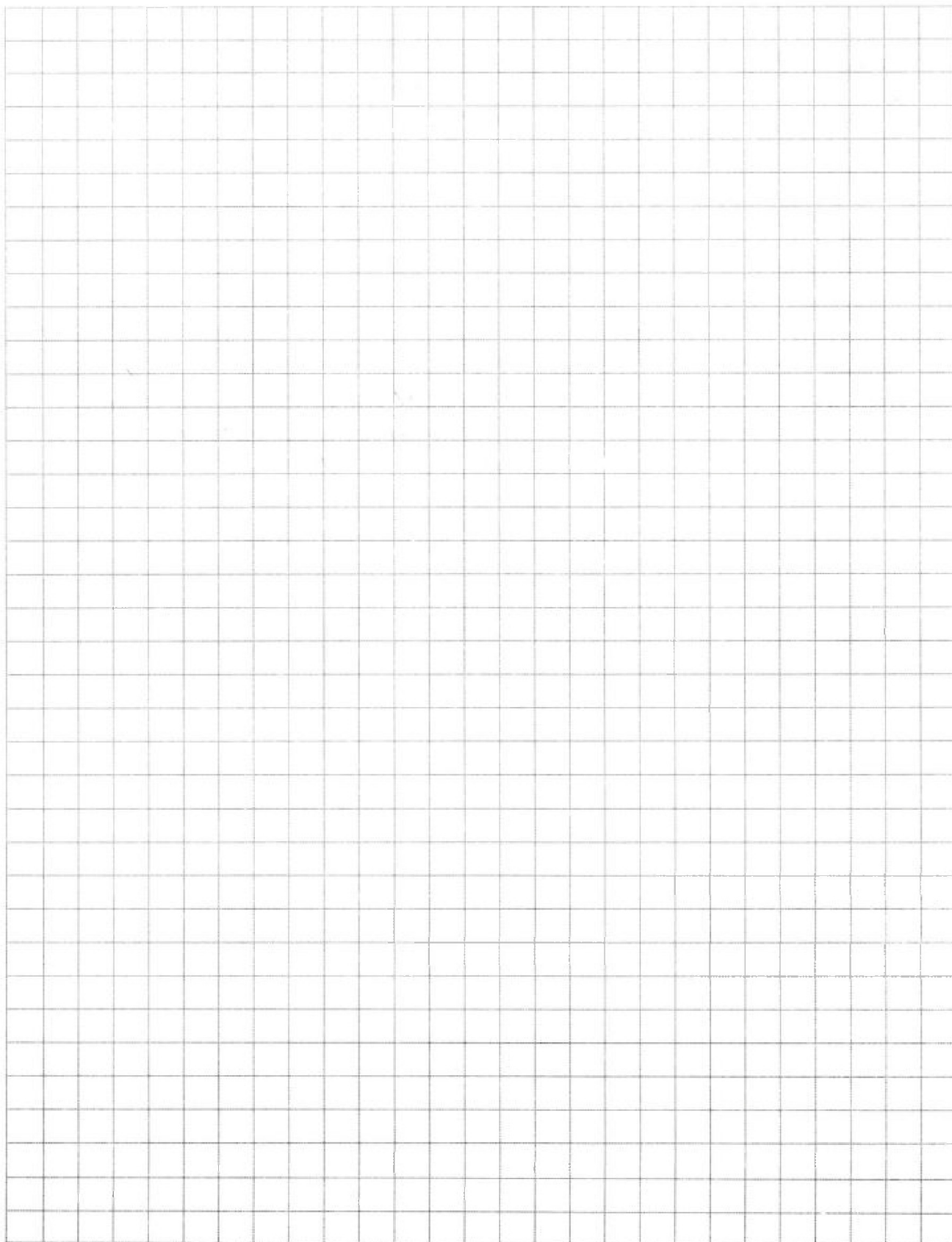
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

~~$$x+6+3-x-2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(18-3x-x^2)+49 -$$~~

~~$$- 28\sqrt{(x+6)(3-x)}$$~~

$$26\sqrt{(x+6)(3-x)} = 40 + 72 - 12x - 4x^2$$

~~$$26\sqrt{(x+6)(3-x)} = -4x^2 - 12x + 32$$~~

~~$$13\sqrt{(x+6)(3-x)} = 2(x^2 + 3x + 8)$$~~

~~$$26\sqrt{(x+6)(3-x)} = -4x^2 - 12x + 112$$~~

~~$$13\sqrt{(x+6)(3-x)} = -2x^2 - 6x + 56$$~~

$$(2x^2 + 6x - 56)$$

$$169(18 - 3x - x^2) =$$

$$\begin{cases} a - 2ab - b + 7 = 0 \\ a^2 = -b^2 + 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x+6 &= -(3-x)+9 \\ a^2 &= -b^2+9 \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

$$b = \frac{a+2}{2a+1} = \frac{\frac{1}{2}(2a+1) + \frac{13}{2}}{2a+1} = \frac{1}{2} + \frac{13}{4(a+\frac{1}{2})}$$

$$a^2 + \frac{(a^2 + 14a + 49)}{4a^2 + 4a + 1} = 9$$

$$4a^4 + 4a^3 + a^2 + a^2 + 14a + 49 = 36a^2 + 36a + 9$$

$$4a^4 + 4a^3 - 34a^2 - 22a + 40 = 0$$

~~$$a = 1 \text{ или } a = -2$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7$$

$$x \geq -6$$

$$x \leq 3$$

~~18-3x-x^2~~

2) $y \in (-2; 18)$

$$y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-y+38 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-y+38 \geq 20, \quad \sqrt{400-z^2} = 20$$

3) $y < -2, \quad -y > 2$

$$-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-3y+34 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-3y+34 > 40$$

$$18-3x-x^2$$

$$-x^2-3x+18$$

~~18-3x-x^2~~

~~-x^2-3x+18~~

$$\sqrt{x+6} + 7 = \sqrt{3-x} + 2\sqrt{(x+6)(3-x)} \quad 4(18-3x-x^2) = 72-12x-4x^2$$

$$x+6+14\sqrt{x+6}+49 = 3-x+4(x+6)(3-x) +$$

$$x+55+14\sqrt{x+6} = \quad + 4(3-x)\sqrt{x+6}$$

$$= 3-x+72-12x-4x^2 + \dots$$

$$4x^2+14x-17 = \sqrt{x+6} \cdot (12-4x-14)$$

$$4x^2+14x-17 = -\sqrt{x+6} (4x+2)$$

$$x_0 = \frac{-14}{8}$$

$$x \leq 3$$

$$x \geq -6$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

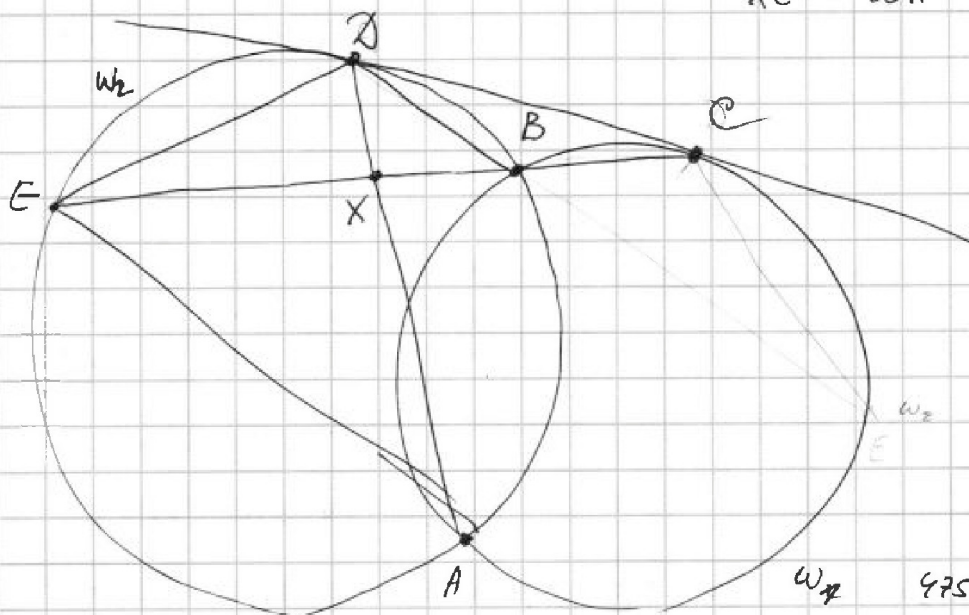
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{array}{r} 4a^4 + 4a^3 - 34a^2 - 22a + 40 \\ - 4a^4 - 4a^3 \\ \hline 8a^3 - 34a^2 - 22a + 40 \\ - 8a^3 + 8a^2 \\ \hline -26a^2 - 22a + 40 \\ - (-26a^2 + 26a) \\ \hline -48a + 40 \end{array}$$

$$\begin{aligned} OX &= 7x \\ XE &= 20x \end{aligned}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$



$$\begin{array}{r} \times 25 \\ 225 \\ 25 \\ \hline 475 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 475 - 34 &= 441 \\ 3x + 2 &= 40 \end{aligned}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

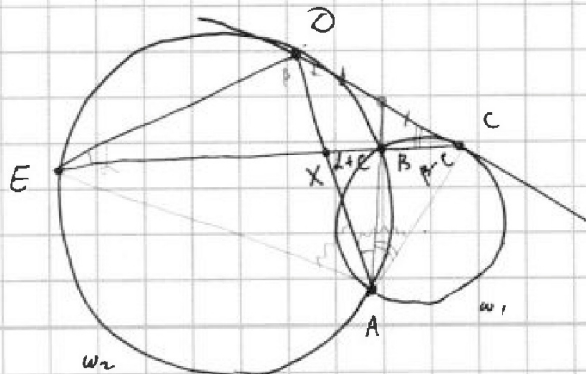
$$a \cdot r^2 = \sqrt{\quad}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin \alpha} &= \frac{b}{\sin \beta} = 2R \\ \frac{a}{b} &= \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin C}{\sin E}$$

$$\frac{CX}{XD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad \frac{EX}{XD} = \frac{\sin \beta}{\sin E}$$



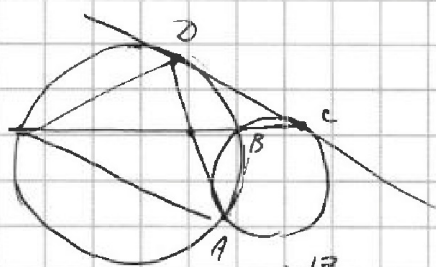


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \\ a = c-p^2 \\ b = c-1 \end{cases}$$

значит. $p=3$

$$\begin{cases} a = c-9 \\ b = c-1 \end{cases}$$

Черновики

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \\ -1 < -p^2 \\ p^2 < 1 \end{cases} \emptyset$$

$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 318 \\ 4 \\ \hline 3672 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 67 \\ 469 \\ \hline 402 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 63 \\ 189 \\ \hline 378 \\ \hline 3969 \end{array}$$

(a, b, c)

$$a < b$$

$$(b-a) \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) = -p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 1000$$

$$c^2 - 17c - 918 = 0$$

$$3672 + 289 = 3961$$

$$\begin{aligned} 918 &= 9 \cdot 102 = \\ &= 2 \cdot 9 \cdot 51 = \\ &= 2 \cdot 27 \cdot 17 = \end{aligned}$$

$$1) a \equiv 3 \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{3}$$

$$(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2 \equiv c^2 - c \pmod{3}$$

$$c(c-1) \pmod{3}$$

$$b = 1000 - a^2$$

$$a = 1000 - a^2$$

$$a^2 + a - 1000 < 0$$

$$\text{аналог } a > c \Rightarrow b > c$$

$$990 \cdot 4 = 3600 + 360$$

$$1) \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = c+1 \end{cases}$$

$$p^2 + c < c+1$$

$\emptyset$

$$2) \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = c+1 \\ b = p^2 + c \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \quad a=b$$

$$a \neq b$$

$$p^2 \neq 1 \Rightarrow \boxed{p=3}$$

$$c^2 + 2c + 1 + 9 + c = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$c = \frac{-3 \pm 63}{2}$$

$$c = \frac{-3 - 63}{2}$$

$$D = 9 + 4000 - 40 = 3969 = 63^2$$

$$\begin{aligned} a &= c+1 \\ b &= 9+c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 920 &= 92 \cdot 10 = \\ &= 46 \cdot 20 = \\ &= 23 \cdot 40 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+z| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

$y+z-x(x+3)$

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \end{cases}$$

$$x \geq -6 \quad -x \leq 6$$

$$(z-20)(z+20) \leq 0, \quad z \in [-20; 20]$$

$$2z \leq 3-x \leq 9$$

$$z \leq \frac{3}{2}$$

1) ~~18~~ ~~4~~
 $y \geq 18$

$$-2 \quad 18$$

$$y+z+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y-34 = \sqrt{400-z^2}$$

$$(3y-34)^2 + z^2 = 400$$

$$(3y-34)^2 + z^2 = 400$$

$$\Rightarrow z=0$$

$$y=18$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$(x+6)(3-x) = 18-3x-x^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 = 2\sqrt{ab}$$

$$a-b+7 = 2ab$$

$$a-2ab-b+7=0$$

~~18~~

$$a-b(2a+1)+7=0$$

$$a+7 = b(2a+1)$$

$$b = \frac{a+7}{2a+1}$$

~~18~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

N1.

1-й: a

2-й: $a \cdot r$

10-й: $a \cdot r^9$

12-й: $a \cdot r^{11}$

18-й: $a \cdot r^{17}$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 19 \\ \hline 225 \\ 25 \\ \hline 475 \end{array}$$

Знаем:

$$275 + 34 = 509$$

$$a \cdot r^9 = \sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$$

$$a \cdot r^{11} = 2 - x$$

$$a \cdot r^{17} = \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$$

$$1) a \cdot r^9 = \sqrt{-16 \cdot (-4)} = 8$$

$$a \cdot r^{11} = 4$$

$$a \cdot r^{17} = \sqrt{\frac{-16}{-64}} = \frac{1}{2}$$



a и r одного знака

$$\Rightarrow 2 - x > 0$$

$$x < 2$$

1) производная отрицательна $= 0$



$$2 - x = 0 \text{ при } x = 2$$

$$25x + 34 = 0 \text{ при } x = -\frac{34}{25}$$

2) ~~не~~ $\neq 0$

$$\div r^8 = \frac{1}{|(3x + 2)^4|} = \frac{1}{(3x + 2)^2}$$

$$38 = 19 \cdot 2$$

$$3 \cdot 19 = 57$$

$$a \cdot r^9 \text{ и } a \cdot r^{17} \text{ оба } > 0$$

$$1) r = \frac{1}{\sqrt[3]{3x + 2}}$$

$$r^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{3x + 2}}$$

$$\begin{array}{l} \text{вырази} \\ 3x + 2 < 0 \\ x < -\frac{2}{3} \end{array}$$

$$2) -25x - 34 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$(x + 19)(x + 2) = 0$$

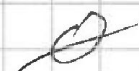
$$x = -2$$

$$x = -19$$

$$x = -1$$

$$\text{или } x = 30$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -1}$$



~~$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$$~~

$$\sqrt{25x + 34} = 2 - x$$

$$|25x + 34| = x^2 - 4x + 4$$

$$1) x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x + 1)(x - 30) = 0$$

2) $a \cdot r^9 =$