



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



$$(x-1)^3 = (x^2 - 2x + 1)(x-1) = x^3 - 2x^2 + x - x^2 + 2x - 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}, \text{ девятый член равен } x+3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$



3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

$$\begin{array}{r} 702 \mid 2 \\ 351 \mid 3 \\ 117 \mid 3 \end{array}$$

$$32 \cdot 3 \cdot 32$$

$$\omega^2 \times (1 - \omega^2) = \omega^2 - \omega^4 = \omega^2 - \omega^{-2} = \omega^2 - \frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega^4 - 1}{\omega^2} = \frac{(\omega^2 - 1)(\omega^2 + 1)}{\omega^2} = \frac{(\omega^2 - 1)(\omega^2 + 1)}{\omega^2}$$

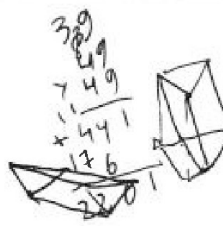
$$\begin{array}{r} 424 \\ \times 44 \\ \hline 1696 \\ + 1708 \\ \hline 2200 \end{array}$$

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

$$\begin{array}{r} 53 \\ \times 53 \\ \hline 159 \\ + 265 \\ \hline 2809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 153 \\ \times 53 \\ \hline 459 \\ + 765 \\ \hline 8061 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 710 \\ \times 4 \\ \hline 2840 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 51 \\ \hline 51 \\ + 255 \\ \hline 2601 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

11 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

геометрическая прогрессия вида:

$$a + qa + aq^2 + \dots + aq^n$$

q -шаг прогрессии, тогда

$$QD3: (25x-9)(x-6) \geq 0$$

$$\text{т.к. } a \cdot q^8 > 0 \quad x+3 \geq 0$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; \frac{9}{25}] \cup [6; +\infty) \\ x \in [-3; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in [-3; \frac{9}{25}] \cup [6; +\infty)$$

$$a \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$a \cdot q^8 = x+3$$

$$a \cdot q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

перепишем первое равенство,

замечим, что $a \cdot q^6$ равно корню $\Rightarrow a \cdot q^6 \geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow q^6 > 0$ т.к четная степень $a \geq 0$, ~~перепишем~~

(3) из (1) (можно поделить т.к. если $a \cdot q^6 = 0$, то прогрессия не существует) ~~первое~~ равенство, запишем дополнительные условия

положительности

$$Q4 \quad q^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} : \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \sqrt{\frac{(25x-9)}{(x-6)^4(25x-9)}}$$

$$a \cdot q^8 \neq 0 \Rightarrow 25x-9 \neq 0 \quad x \neq \frac{9}{25} \text{ и } x-6 \neq 0 \quad x \neq 0,$$

можно сократить на $25x-9$

$$q^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2} > 0 \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^2}}$$

$$a \cdot q^8 = \frac{a}{(x-6)^2} = x+3 \quad a = (x+3)(x-6)^2$$

$$a \cdot q^6 = \sqrt{(x+3)(x-6)^2} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$q^6 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{(x+3)(x-6)^2} \Rightarrow a \cdot q^{14} = a \cdot q^6 \cdot q^8 = \frac{(x+3)(x-6)^2}{(x+3)(x-6)^2} \cdot \frac{1}{(x-6)^2} \cdot \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
12 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \\ &= \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{(x-6)^2} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \quad x \neq \frac{9}{25} \rightarrow \text{можно сократить} \\ &= \frac{\sqrt{x-6}}{(x-6)^2} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}} \\ a \cdot g^6 &= \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ (x+3)(x-6)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}} \right)^3 &= \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ \text{если } x > 6 & \\ (x+3)(x-6) \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}} &= \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ \text{если } x > 6 & \\ (x+3)(x-6) &= \sqrt{(25x-9)(x-6)^4} \\ (x+3)(x-6) &= \sqrt{25x-9} \cdot (x-6)^2 \quad x-6 \neq 0 \\ (x+3) &= \sqrt{25x-9} \cdot (x-6) \quad \text{условия для корня есть } 6, 0, 3, 5 \\ &\quad \text{возведем в квадрат} \\ x^2 + 6x + 9 &= (25x-9)(x^2 - 12x + 36) \\ x^2 + 6x + 9 &= 25x^3 - 300x^2 + 900x - 9x^2 + 108x - 324 \\ 25x^3 - 310x^2 + 1002x - 333 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 108 \\ \hline \times 36 \\ 324 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

6 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases} \quad N=2$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{(9-z)(9+z)}$$

рассмотрим возможные значения переменных

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x-4z \geq 0 \\ y-4x-x^2+z \geq 0 \\ 81-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1-4z \Rightarrow x \text{ существует когда} \\ z \in [-9; 9] \\ y \geq x^2+4x-z \end{cases}$$

$$1-4z \geq -5$$

$$4z \leq 6$$

$$z \leq \frac{3}{2}$$

↓

$$z \in [-9; \frac{3}{2}]$$

$$x^2+4x \rightarrow \min_{x \in \mathbb{R}} = -2 \Rightarrow y_{\min} = 9 - 8 - \frac{3}{2} = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$x^2+4x \rightarrow \min_{x \in \mathbb{R}} = -2 \text{ если } 1-4z \geq -2 \text{ и } 1-4z \text{ если } 1-4z \leq -2$$
$$z \leq \frac{3}{4} \quad z \geq \frac{3}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
3 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N-3

$$p \cos^3 x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

$$p (\cos^2 x \cos x - \sin^2 x \sin x) + 3(p+4) \cos x = 6(\cos^2 x - \sin^2 x) + 10$$

$$p ((\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$p ((2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$p (2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$p (4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x - 3 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$\text{если } p=0 \quad -3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$\cos^2 x (-p \cos x - 3) \quad D = 9 - 4 \cdot 3 < 0 \text{ нет решений } p \neq 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0 \quad \text{если } p \neq 0$$

$$\cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 + p \cos^3 x - \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + p \cos^3 x - \cos^3 x = 0 \quad (\cos x - 1)^3 = \cos^3 x (p-1)$$

$$\text{при } p=1 \text{ имеем решение } \cos x = 1$$

$$\cos x - 1 = \cos^3 x \sqrt[3]{p-1}$$

$$\cos x (1 - \sqrt[3]{p-1}) = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \Rightarrow \text{уравнение имеет}$$

$$\text{решения когда } -1 \leq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1 \quad \sqrt[3]{1-p} = t$$

$$\begin{cases} \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \geq -1 \\ \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1 - \sqrt[3]{1-p} + 1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \geq 0 \\ \frac{1 - 1 + \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2-t}{1-t} \geq 0 \\ \frac{t}{1-t} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 \\ + & + \\ - & + \\ 0 & 1 \\ - & + \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$\begin{cases} t \in (-\infty; 1] \vee [2; +\infty) \\ t \in [-\infty; 0] \vee (1; +\infty) \end{cases} \Rightarrow t \in (-\infty; 0] \vee [2; +\infty)$$
$$\begin{cases} \sqrt[3]{1-p} \leq 0 \\ \sqrt[3]{1-p} \geq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 1-p \leq 0 \\ 1-p \geq 8 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \leq 1 \\ p \geq 9 \end{matrix}$$

p при которых есть хотя бы 1 решение $p \in (-\infty; 1] \cup [9; +\infty)$

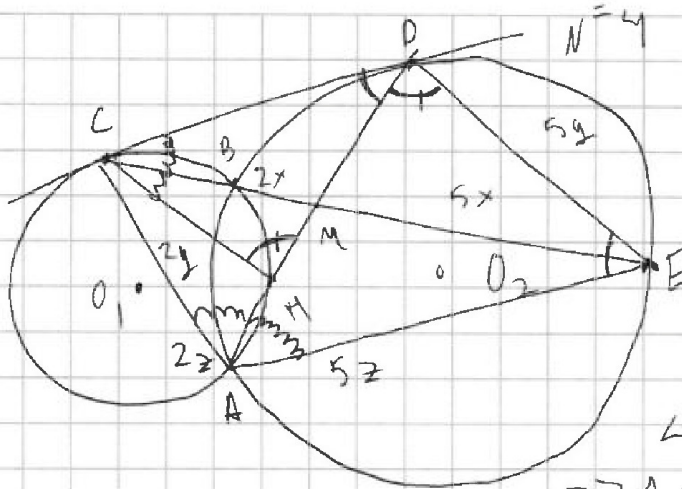
$$\cos x = \frac{1}{1-\sqrt[3]{1-p}} \quad x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1-\sqrt[3]{1-p}}\right) + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
9 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CE \cap AD = M$$

$$AD \cap \omega_2 = M$$

$$\angle BCM = \angle ABM \text{ (опираются на одну дугу)}$$

$$\angle BAM = \angle BED, \text{ (опираются на одну дугу)}$$

$$\angle CMM = \angle EMD \text{ (вертикальные)}$$

$$\Rightarrow \triangle CMM \sim \triangle MDE \text{ по 2м}$$

$$\text{чтем } \frac{CM}{ME} = \frac{CM}{MD} = \frac{2}{5} = \frac{CM}{DE}$$

$$\angle CDA = \angle DEA \text{ (углы между касательной и хордой)}$$

$$\angle EDM = \angle CMM \text{ (из подобия)} \Rightarrow \triangle CMM \sim \triangle EDA \Rightarrow$$

$$\frac{MD}{DE} = \frac{CM}{AD} = \frac{2}{5} = \frac{MD}{AD} \text{ (по подобию)}$$

$$\Rightarrow \angle DAE = \angle DCM \quad \angle DCM = \angle CAM \text{ (углы между касательной и хордой)} \Rightarrow DA - \text{биссектриса } \angle CAE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CM}{ME} = \frac{CA}{AE} = \frac{2}{5} =$$

$$\triangle CDA \sim \triangle AEE \text{ (} \angle CAD = \angle DAE \text{ } \angle CDA = \angle DEA \text{)}$$

$$\frac{CA}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{2}{5}$$

или и требовалось найти

Ответ: 2:5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
7 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



Найдем сколькоими способами можно закрасить в клетках чтобы была симметрия

относительно центра, заметим, что мы можем выбрать как закрасить 4 клетки в левой части прямоугольника, скажем, что места остальных клеток выбираем симметрично центру, таких вариантов выбора

$$\begin{array}{r} 4! \\ 2! \end{array} \cdot 19998!$$

$$\begin{array}{r} 20000! \\ 4! \cdot 19996! \end{array}$$

аналогично выберем 4 точки в правой части прямоугольника для симметрии относительно горизонтальной с.л.

$$\begin{array}{r} 20000! \\ 4! \cdot 19996! \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20000! \\ 4! \cdot 19996! \end{array}$$

найдем сколько точек имеют и вертикальную и горизонтальную симметрию



$$\begin{array}{r} 10000! \\ 2! \cdot 19998! \end{array}$$

заметим, что тогда в каждой четверти должно быть 2 точки, остальные все симметричны, найдем точки которые имеют горизонтальную

симметрию и симметрию относительно центра аналогично считаем кто имеет

$$\begin{array}{r} 10000! \\ 2! \cdot 19998! \end{array}$$

вертикальную и симметрию относительно центра найдем точки которые имеют все симметрии

такие точки можно выбрать

$$\begin{array}{r} 10000! \\ 2! \cdot 19998! \end{array}$$

заметим что если точки симметричны и по вертикали и по горизонтали, то они симметричны относительно центра



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
6 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Эти точки мы минимизировали 2 раза $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ мы можем выбрать max 8 точек
3. $\frac{20000!}{4! \cdot 19996!} - 2 \cdot \frac{10000!}{2! \cdot 19998!} \rightarrow$ ответ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a = b$$

$$b - a \neq 3$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

$$a^2 + b = 710$$

$$n = 6$$

заметим, что если $(a - c)(b - c) =$
квадрат простого числа, то либо $a - c = p^2$
либо $a - c = b - c = p$ либо $b - c = p^2$ $a - c = 1$, т.к. если это не

$a - c$ выполняется, то

$a - c$ можно представить как

произведение простых множителей $a - c = d_1 \cdot q_1$, аналогично

$$b - c = d_2 \cdot q_2 \Rightarrow d_1 \cdot q_1 \cdot d_2 \cdot q_2 = p^2, \text{ но в разложении}$$

p^2 не могут присутствовать множители отличные от

p т.к. оно простое, пропиферение $\Rightarrow a - c = b - c = p$

$$a = b \Rightarrow a^2 + a = 710 \quad a^2 + a - 710 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 710 = 2841 \neq \text{квадрат} \Rightarrow a \text{ не целое, противоречие}$$

невозможность

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \quad \text{заметим, что } p^2 > 1 \text{ т.к. } b > 1 \text{ первая система} \\ \text{не может выполняться} \Rightarrow \begin{cases} b - c = p^2 \\ a - c = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$= b - a = p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1) \neq 3$$

$$b = 710 - a^2 \Rightarrow 710 - a^2 - a \neq 3 \quad b - a = p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1)$$

$$710 \not\equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - a \equiv 1 \pmod{3} \\ a^2 - a \equiv 0 \pmod{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0a(a - 1) \equiv 1 \pmod{3} \\ 0a(a - 1) \equiv 0 \pmod{3} \end{cases}$$

если $a \equiv 0 \pmod{3}$ то $a - 1 \equiv 2 \pmod{3}$ ① не выполняется, второе

выполняется $a \equiv 1 \pmod{3}$ $a - 1 \equiv 0 \pmod{3}$ первое не выполняется

второе выполняется если $a \equiv 2 \pmod{3}$ $a - 1 \equiv 1 \pmod{3}$ оба

не выполняются $\Rightarrow$ либо $a \equiv 3$ либо $a \equiv 1 \pmod{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 12

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N = 6$$

$$b - a = (p - 1)(p + 1)$$

$$p - 1 \not\equiv 3 \quad p + 1 \not\equiv 3 \quad \text{если} \quad p \equiv 1 \pmod{3}$$

$$p - 1 : 3 \text{ - не может быть}$$

$$\text{если} \quad p \equiv 2 \pmod{3} \text{ то} \quad p + 1 : 3 \text{ - не может быть} \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{н.к. } p \text{ - простое} \quad p = 3 \Rightarrow b - a = 8 \quad b = a + 8$$

$$a^2 + a + 8 - 710 = 0 \quad a^2 + a - 702 = 0$$

$$a(a + 1) = 702$$

$$D = 1 + 4 \cdot 702 = 2809 = 53^2$$

$$a = \frac{-1 \pm 53}{2}$$

$$a = \begin{bmatrix} \frac{-54}{2} \\ \frac{52}{2} \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} -27 \\ 26 \end{bmatrix}$$

$$\text{если} \quad a = -27 \quad b = -19$$

$$-19 - c = 9 \quad c = -28$$

$$\text{тройка } (-27, -19, -28)$$

$$\text{если} \quad a = 26 \quad b = 34$$

$$34 - c = 9$$

$$c = 25$$

$$\text{тройка } (26, 34, 25)$$

по ходу решения поминимо, что других нет

$$\text{Ответ: } (-27, -19, -28), (26, 34, 25)$$

