



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a > b$,
 - число $a - b$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a + b^2 = 560$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть $b = 1$ или $b = -1$ или $b = 0$, q — се знаменатель. тогда из уравнения:

$$\begin{cases} b q^6 = \sqrt{13x-35} \\ b q^{12} = \sqrt{5-x} \\ b q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \end{cases}$$

$x \neq 5, x \neq 35, x \neq -1$, т.к. или нет смысла, или это не цел. прогрессия (2 числа 0, а третий — нет). $b, q \neq 0$ однозначно.

$$\frac{b q^{14}}{b q^6} = \frac{q^8}{q^2} = \sqrt{(x+1)^4} \Leftrightarrow q^4 = (x+1)^2 \Leftrightarrow q^2 = \sqrt{x+1}$$

1сл.) $x < -1$. тогда $q^2 = \sqrt{-(x+1)}$, а $b q^{12} = (b q^{14}) : q^2 =$
 тогда $13x-35 < 0$.

$$= \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{-(x+1)}} = \sqrt{35-13x} = 5-x \quad (2) \quad \begin{cases} 35-13x \geq 25-10x+x^2 \\ x < 5 \end{cases} \quad (2)$$

(2) $\begin{cases} x^2+3x-20 \geq 0 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x < 5 \end{cases}$ из того, что $x < -1, x \geq -5$.

2сл.) $x > 13/35$ (т.к. оба корня отриц.) тогда $5-x = b q^{12} = \frac{b q^{14}}{q^2} =$
 $\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{13x-35}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25-10x+x^2 = 13x-35 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-23x+60 \geq 0 \\ x < 5 \end{cases}$$

2сл.) $\begin{cases} x \geq 20 \\ x \geq 3 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$

Ответ: $\{3; -5\}$



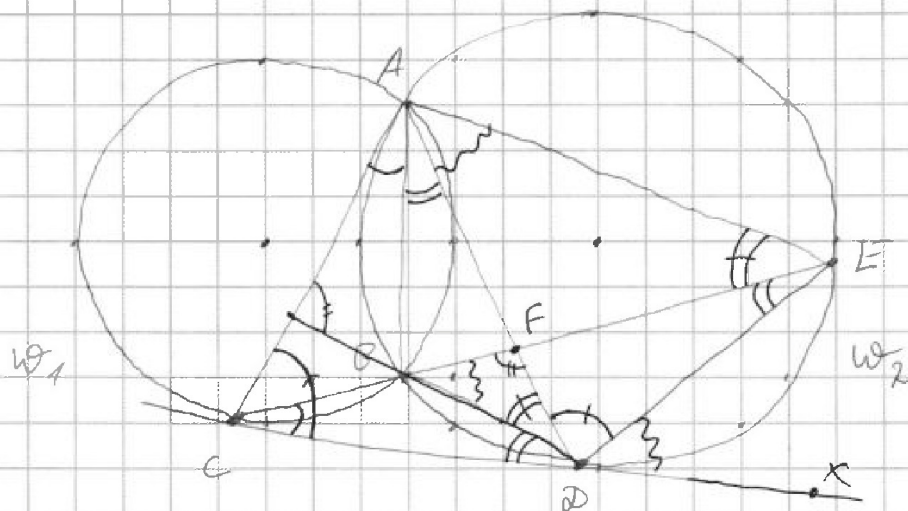
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) $F = AD \cap CE \Rightarrow$ по условию, $\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$.
- 2) $\angle BCD = \angle CAB$ как угол между хордой и кас-ой. аналог, $\angle BAD = \angle BDC$.
- 3) $\angle FBD = \angle BCD + \angle BDC$ как внешний.
- 4) $\angle FBD = \angle EDX = \angle DAE$ как угол между хордой и кас-ой.
- 5) $\angle CAE = \angle CAB + \angle BAD = \angle BCD + \angle BDC = \angle FBD = \angle DAE \Rightarrow \angle CAD + \angle BAD = \angle CAD + \angle FAE \Rightarrow \angle CAD = \angle FAE \Rightarrow AD$ — диаметр $\triangle CAE$ на оп-ю $\Rightarrow \frac{CF}{FE} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$.
- 6) $\angle ACD + \angle CAD = \angle ADX = \angle ADE + \angle EDX = \angle ADE + \angle CAD \Rightarrow \angle ACD = \angle ADE$. тогда $\triangle ACD \sim \triangle ADE$ по I-пу-ку $\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$. если $AC = 3y$, то $AE = 10y$ (из п. 5), и тогда $AD = y\sqrt{10}$.
тогда $\frac{AC}{AD} = \frac{3y}{y\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$. из подобия, $\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разделим наш прямоугольник на 4 прямоугольника по "средним линиям". Тогда поставив тот закрашен в один, мы однозначно определим по тому симметрии, какой в каком прямоугольнике закрашен еще квадратик. P_2

1) Пусть у нас заданствована только 1 симметрия по u . В одном прямоугольнике закрашивается квадрат $6'$ симметричном по горизонтальной линии - еще 1. А из группы g ~~двух~~ ^{одного} ~~выбирается~~ ^{приводится} ~~квадрат~~ ^{ситуация} ~~симметричное по~~ ^{к 2} ~~горизонтальной~~ ^{ситуации} (т.е. ~~линии~~ ^{ситуации} ~~приводится~~ ^{к 2} ~~ситуации~~ ^{ситуации}) тогда если необходимо ~~поставить~~ ^{расширить} как-то 4 квадратика, остальные определяются однозначно. Видно, если нам, что при симметрии мы получим группу g ~~дополнительно~~ ^{дополнительно}, ~~также возможно~~ ^{также возможно}, если ~~для~~ ^{для} ~~наше~~ ^{наше} ~~первое~~ ^{первое} два квадрата поставят в симметричные позиции по горизонтальной линии. Но если для двух квадратов, не поставивших группу g в симметричные по горизонтальной линии позиции, эта ситуация определена однозначно (а точнее, ~~ситуация~~ ^{ситуация} ~~определяется~~ ^{определяется} ~~однозначно~~ ^{однозначно} ~~(а точнее, симметрично)~~ ^(а точнее, симметрично) ~~так как можно переставить из на 4 позиции на 2, т.е.~~ ^{так как можно переставить из на 4 позиции на 2, т.е.} $C_4^2 \cdot 2 \cdot 6$.)

Тогда разделим все прямоугольники на 2 прямоугольника, если по средним линиям, или 2 треугольника, если по центу. Тогда мы ~~расставляем~~ ^{распределяем} 4 квадратика среди $100 \cdot 250$ клеток.

Так как симметрия 3, то вариантов это будет - $3 \cdot 100 \cdot 250$, но мы группа g ~~наименее~~ ^{наименее} ~~двух~~ ^{двух} ~~одна~~ ^{одна} ~~симметрии~~ ^{симметрии}, тогда, ~~надо~~ ^{надо} ~~внести~~ ^{внести} 2 варианта ~~двух~~ ^{двух} ~~одна~~ ^{одна} ~~сим-ии~~ ^{сим-ии}, а ~~таких~~ ^{таких} ~~вариантов~~ ^{вариантов}, если воспользоваться делением прямоугольника на 4 - $\frac{C_{100}^1 \cdot C_{250}^1}{2}$, так как ~~назначаются~~ ^{назначаются} ~~одни~~ ^{одни} ~~и~~ ^и ~~те~~ ^{те} ~~же~~ ^{же} ~~комб-ии~~ ^{комб-ии}.

Тогда итак: $3 \cdot C_{2500}^4 - 625 \cdot 624$.

Ответ: $3 \cdot C_{2500}^4 - 625 \cdot 624$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое, то есть несколько вариантов, как представить $(a-c)$ и $(b-c)$ через p и $\pm$ (как множители квадрата)

$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ и, так как $a > b$, то возникает 2 случая:

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a = c + p^2 \\ b = c + 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

1сл.) $a = c + p^2$ тогда $a-b = p^2 - 1$ и не кратно 3
 $b = c + 1$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

так как квадраты делятся на 3 тогда можно рассмотреть случаи 0 или ± 1 (нулю число $n = 3k + 2$, где $0 \leq 2 < 3$ тогда $n^2 = 9k^2 + 6k + 4$, тогда $n^2 \equiv 1 \pmod 3$, если $2 = 0$, то $n \equiv 0$, $2 = 1$ или 2 , то $n^2 \equiv 1 \pmod 3$), то p^2 делится на 3, следовательно

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = -p \\ b-c = -p \end{cases}$$

только, $p^2 \equiv 9 \pmod 3$ тогда $p \equiv 3$ найдем это b

$$a + b^2 \equiv 560 \pmod{560} \quad c + p^2 + c^2 + c + 1 \equiv 560 \quad a + c^2 + 3c \equiv 550 \pmod{560} \quad (c + 25)(c - 22) \equiv 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = -25, \text{ в таком случае: } c = -25, b = -24, a = -16 \\ c = 22, b = 23, a = 31 \end{cases}$$

$$2сл.) \quad \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^2 \end{cases} \quad \text{аналогично, } p = 3, \text{ тогда } c - 1 + c^2 - 2cp^2 + p^4 \equiv 560 \pmod{560}$$

$$\Leftrightarrow c^2 - 17c = 490 \Leftrightarrow (c - 32)(c + 15) \equiv 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 32 \\ c = -15 \end{cases}$$

$$6 \text{ таких случаев, } c = 32, b = 23, a = 31$$

$$c = -15, b = -24, a = -16$$

Ответ: $\{(-16; -24; -25), (31; 23; 22), (31; 23; 32), (-16; -24; -15)\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C_1 C^2 = C_1^2 + C_0^2 - 2 C_1 C_0 \cos \angle(C_1 O; C_0) \Leftrightarrow$$

$$(2) \frac{76}{3} = 9 + \frac{7}{3} - 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \cos \angle(C_1 O; C_0) \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cos \angle(C_1 O; C_0) = -14.$$

$\frac{9 + \frac{76}{3}}{3} = \frac{2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{14}{2} \cdot \frac{1}{3}$ Тогда $\angle C_1 O C_0$ не существует.
Итак, т.е. изначальное предположение неверно. Тогда условие не корректно.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-c=-p \\ b-c=-p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c-p \\ b=c-p \end{cases} \oplus$$

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c+p \\ b=c+p \end{cases} \oplus$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c+p^2 \\ b=c+1 \end{cases} \oplus$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c-p^2 \\ b=c-1 \end{cases} \ominus$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c+1 \\ b=c+p^2 \end{cases} \ominus$$

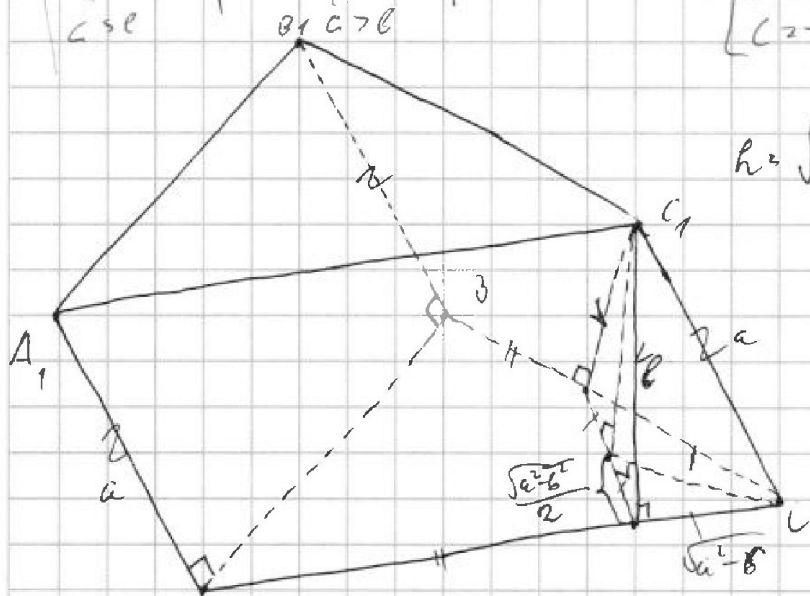
$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c-1 \\ b=c-p^2 \end{cases} \ominus$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=c-1 \\ b=c+p^2 \end{cases} \oplus$$

$$c > p$$

1. $a \geq c+p$, $b \geq c+1$. $p \in \{1, 2, 3\}$
 $c+p^2 + c^2 + 2c+1 \geq 560$. $p^2 \geq 1$
 Но $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ или $p^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p \geq 3$.
 $c^2 + 3c \geq 550$. $25 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5$.
 $c \geq 25 \Rightarrow \begin{cases} a: 28, b: 24, c: 25 \\ c: 22 \Rightarrow \begin{cases} a: 31, b: 23, c: 22 \end{cases} \end{cases}$

2. $a \geq c-1$, $b \geq c-p$. аналогично, $p \geq 3$.
 $c-1 + c^2 - 2p^2c + p^4 \geq 560$
 $c^2 - 14c \geq 480 = 4 \cdot 120 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$.
 $\begin{cases} c \geq 35 \Rightarrow a: 34, b: 26, c: 35 \\ c \geq 15 \Rightarrow a: 16, b: 24, c: 15 \end{cases}$



$$h = \sqrt{b^2 - \frac{a^2 - b^2}{4}} = \sqrt{\frac{5b^2 - a^2}{4}}$$

$$a \geq \sqrt{x+3} \quad a+b \geq 7+2$$

$$b \geq \sqrt{4-x-2}$$

$$ab \geq \sqrt{(x+3)(4-x-2)} =$$

$$= \sqrt{4x+12-x^2-3x-2x-32} =$$

$$= \sqrt{x-x^2-2x+12-32}$$

если один сим-м: умножить на 4, закрашивая в одном, закрашивая в другом симметричные позиции, тогда для закрашивания

$$3(4 \cdot C_{625}^1 \cdot 4 \cdot C_{624}^1 \cdot 4 \cdot C_{623}^1 \cdot 4 \cdot C_{622}^1) = 384 \cdot 625 \cdot 624 \cdot 623 \cdot 622$$

или 2 симметрии, то закрашивая 1, можно закрашивать еще 2, значит, еще 1-атоматически, тогда необходимо 2 клетки. $4 \cdot C_{625}^1 \cdot 4 \cdot C_{624}^1 \cdot 4 \cdot C_{623}^1 \cdot 4 \cdot C_{622}^1$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot C_{625}^1 \cdot C_{624}^1, \quad 2 = 384 \cdot 625 \cdot 624 \cdot 623 \cdot 622 + 4 \cdot 625 \cdot 624 =$$

$$= 625 \cdot 624(96 \cdot 623 \cdot 622 + 1)$$

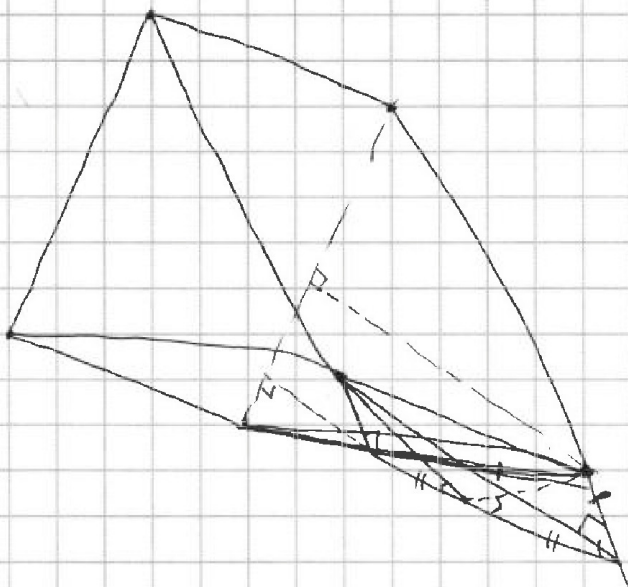


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11

$$b, q. \begin{cases} b \cdot q^6 = \sqrt{13x-35} \\ b \cdot q^{12} = 5-x \\ b \cdot q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x \neq -1 \\ q^8 &= (x+1)^2 \Rightarrow q^4 = \pm(x+1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow q^2 = \sqrt{x+1} \\ b \cdot q^{12} &= 5-x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1a.) x < -1. \quad q^4 &= \sqrt{-(x+1)} \quad b \cdot q^{12} = b \cdot q^6 \cdot q^4 \cdot q^2 = \sqrt{13x-35} \\ &\quad q^4 = -(x+1) \\ \sqrt{-(x+1)} \cdot -(x+1) &= \sqrt{13x-35} \Rightarrow \sqrt{35-13x} = 5-x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 35 - 26 \cdot 35x + 169 &= 35 - 13x \Rightarrow 25 - 10x + x^2 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \oplus \\ x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5 \end{cases} \end{aligned}$$

$$2a.) x \geq \frac{35}{13} \quad \begin{cases} q^4 = x+1 \\ q^2 = \sqrt{x+1} \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{13x-35} = (5-x) \\ x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow 13x - 35 = 25 - 10x$$

$$\Rightarrow x^2 - 23x + 60 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = 3 \oplus \end{cases}$$

Ответ: 3, -5

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2}$$

$$q(y+1) + 3(y-2) = \sqrt{169-2^2}$$

$$19y \geq 12. \quad y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 21y + 432 + 16y^2 - 66y - 72 = 169 - 2^2$$

$$16y^2 - 4y - 35 = \sqrt{169-2^2} \Rightarrow 16y^2 - 16 \cdot 35y + 35^2 = 169 - 2^2$$

$$\Rightarrow 4y = 4y, \quad (4y-35)^2 + 2^2 = 13^2$$

13

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$f = 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 3 \quad (2 \cos x + 1)^2 = 0$$

$$\geq 0 \Rightarrow f \text{ не убывает} \Rightarrow \cos x = -1/2 \text{ - минимальное значение}$$

$$\text{максимум: } \cos x = 1 \text{ или } -1$$

$$4 + 6 + 3 - 3 = p \Rightarrow p = 10$$

$$f(-1) = 4 \Rightarrow p \in [4; 10]$$

$$-4/8 \mid -3/2 \mid -6/4 \mid -3/2 \mid -4/8 \mid -3/2$$

$$-4 + 6 - 3 - 3 = p \Rightarrow p = -4$$

$$f(1) = 10$$

$$x \in [5; 10]$$



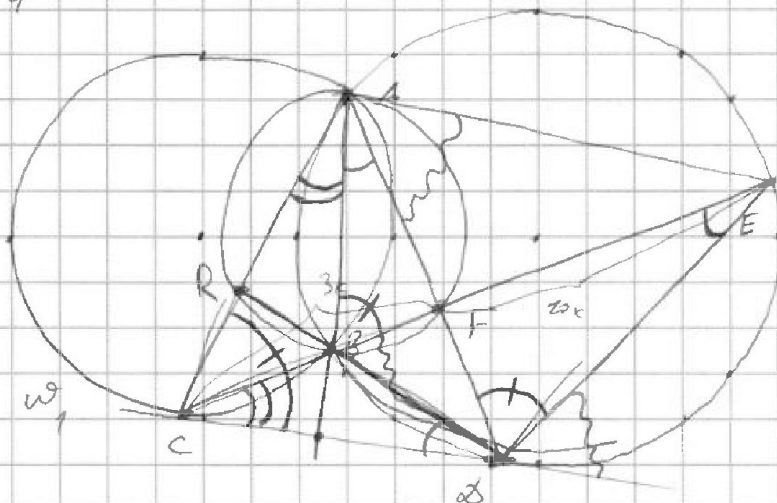
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



$$\frac{FE}{DR} = \frac{DE}{CP}$$

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$\omega_1 \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$$

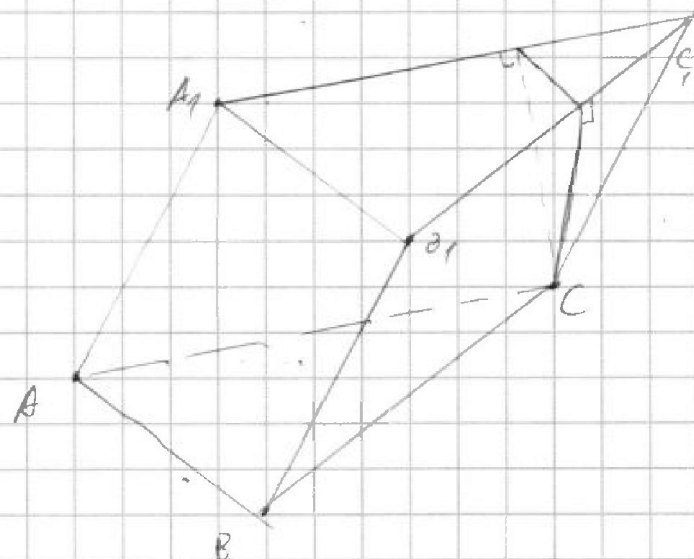
№5



относительно "средней линии" - $C_{\text{ср}}^4$
разделить на 4 прямоугольника ($50 \cdot 125$)
идем по одной из сторон. Тогда в среднем
по - не одна - то определяется позиция группы

для упрощения, тогда $C_4^1 \cdot C_{25}^1 \cdot C_4^1 \cdot C_{25}^2 \cdot C_4^1 \cdot C_{23}^1 \cdot C_4^1 \cdot C_{21}^1$

№7



$$\begin{aligned} b &= c+1 & a &= c+1 & \{ a &= c+p^2 \\ a-c &= p^2 & b-c &= p^2 & \{ b &= c+1 \\ 3) & a < p^2, b < p^2 & & & \{ a &= c+1 \\ a < c+p^2 & & & & \{ b &= c+p^2 \\ b < c+1 & & & & & \\ a < c+1 & & & & & \\ b < c+p^2 & & & & & \end{aligned}$$