



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- ① [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

- ② [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

- ③ [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

- ④ [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ⑥ [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

- ⑦ [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Страница 1 из 2

Пусть b_1 — 1 член прогрессии, q — её шаг, ($q \neq 0$, $b_1 \neq 0$)
 b_i — i член прогрессии; $b_i = b_1 q^{i-1}$

Тогда

$$\begin{cases} b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 q^{12} = 5-x & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} & (3) \end{cases}$$

ОДЗ: $\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0$

Sign chart for $\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0$:
 Poles at $x = -1$ and $x = \frac{35}{13}$.
 Sign: $+$ for $x < -1$, $-$ for $-1 < x < \frac{35}{13}$, $+$ for $x > \frac{35}{13}$.

$\sqrt{(13x-35)(x+1)} \geq 0$

Sign chart for $\sqrt{(13x-35)(x+1)} \geq 0$:
 Poles at $x = -1$ and $x = \frac{35}{13}$.
 Sign: $+$ for $x < -1$, $-$ for $-1 < x < \frac{35}{13}$, $+$ for $x > \frac{35}{13}$.

$x \in (-\infty; -1) \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$

$x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$

$\rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$

(3) : (1) : $\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)} \cdot \sqrt{(x+1)^3}}{\sqrt{13x-35}} = q^8$

(1) $\neq 0$ как член геом. прогрессии

$$(x+1)^2 = q^8$$

$$|x+1| = q^4$$

(2) : (3)

: $\frac{5-x}{\sqrt{(13x-35)(x+1)}} = \frac{1}{q^2}$

(3) $\neq 0$ как член геом. прогрессии



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Страница 2 из 2

$$\frac{5-x}{\sqrt{|13x-35| \cdot |x+1|}} = \frac{1}{q^2}$$

$$\frac{5-x}{\sqrt{|13x-35| \cdot q^4}} = \frac{1}{q^2} \quad | \cdot q^2$$

$$\frac{5-x}{\sqrt{|13x-35|}} = 1$$

$$5-x = \sqrt{|13x-35|}$$

Ограничения: $5-x \geq 0 \rightarrow x \leq 5$

$$25 - 10x + x^2 = |13x - 35|$$

$$1) x \geq \frac{35}{13}$$

$$25 - 10x + x^2 = 13x - 35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x = 20$$

или

$$x = 3$$

не логх. т.к.

$$x \leq 5$$

$$2) x < \frac{35}{13}$$

$$25 - 10x + x^2 = 35 - 13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x = -5$$

или

$$x = 2$$

не логх лог ОДЗ

Ответ: -5; 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Страница 1 из 3

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2}$$

$$7 \leq \sqrt{169-2^2} \leq \sqrt{169} \approx 13$$

$$|y+1| + 3|y-12| \leq 13$$

$$3|y-12| \leq 13 - |y+1|$$

$$3y - 36 \leq 13 - |y+1|$$

$$3y - 36 \geq |y+1| - 13$$

$$|y+1| \leq 49 - 3y$$

$$|y+1| \leq 3y - 23$$

$$y+1 \leq 49 - 3y \rightarrow y \leq 12$$

$$y+1 \geq 3y - 49 \rightarrow y \leq 25$$

$$y+1 \leq 3y - 23 \rightarrow y \geq 12$$

$$y+1 \geq 23 - 3y \rightarrow y \geq \frac{11}{2}$$

→ единственный возможный $y = 12$

Проверим, что он подходит и решим при $y = 12$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2+2}$$

$$13 = \sqrt{169-2^2} \rightarrow 2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ОДЗ: $x \leq 4$; $x \geq -3$; $12+x-x^2 \geq 0 \rightarrow$ Страница 2 из 3

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = \sqrt{4-x} (1 + 2\sqrt{x+3})$$

~~$x+3$~~ Замена $\sqrt{x+3} = a$; $\sqrt{4-x} = b$

$$a^2 - b + 5 = 2ab$$

$$a^2 + 10a + 25 = b^2 (1 + 4a + 4a^2)$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = \sqrt{4-x} (1 + 2\sqrt{x+3})$$

$$x+3 + 10\sqrt{x+3} + 25 = (4-x)(1 + 4\sqrt{x+3} + 4x + 12)$$

$$x + 28 + 10\sqrt{x+3} = (4-x)(13 + 4x + 4\sqrt{x+3})$$

$$x + 28 + 10\sqrt{x+3} = 52 + 16x + 16\sqrt{x+3} - 13x - 4x^2 - 4x\sqrt{x+3}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ -28 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\sqrt{x+3} (4x - 6) = 24 + 2x - 4x^2$$

$$\sqrt{x+3} (2x - 3) = 12 + x - 2x^2$$

$$(x+3)(4x^2 - 12x + 9) = 144 + x^2 + 4x^4 + 24x - 48x^2 - 4x^3$$

$$4x^3 - 12x^2 + 9x + 12x^2 - 36x + 27 = x^2 + 4x^4 + 24x - 48x^2 - 4x^3$$

$$4x^4 - 8x^3 - 48x^2 + 69x - 27 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☒☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Страница 3 из 3

Замена $\sqrt{x+3} = a$; $\sqrt{4-x} = b$

$$a(1-b) + 2,5 = b(1-a) + 2,5$$

~~$$1/a = 1/b$$~~

$$a = b$$

$$\sqrt{x+3} = \sqrt{4-x}$$

$$x+3 = 4-x$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Ответ: $(\frac{1}{2}; 12; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Страница 1 из 2

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x = p + 3$$

Замена $\cos x = t$; $t \in [-1; 1]$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t = p + 3$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2 - \text{всегда} \geq 0, \text{ т.е.}$$

$f(t) \nearrow$

Тогда верно, что уравнение всегда имеет корни.

Но учитывая ограничение $t \in [-1; 1]$ это не так.

Поэтому при этом, что $\max_{t \in [-1; 1]} f(t) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x$ это 13 при $\cos x = 1$. Т.е. ~~только~~ только $p + 3 \leq 13$;

$$p \leq 10.$$

Найдём минимум:

$$g'(x) = -\sin x (12\cos^2 x + 12\cos x + 3) = -3\sin x (2\cos x + 1)^2$$

Загружается при $\cos x = \pm 1$ или $\cos x = -\frac{1}{2}$

При $\cos x = 1$: $g(x) = 13$; при $\cos x = -1$: $g(x) = -1$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

Граница 2 из 2

$$\text{при } \cos x = -\frac{1}{2}; \quad g(x) = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Минимум при } \cos x = -1; \quad g(x) = -1.$$

Тогда верно, что для p , такого, что $\begin{cases} p+3 \leq 13 \\ p+3 \geq -1 \end{cases}$ найдётся решение y исходного уравнения.

$$\begin{cases} p \leq 10 \\ p \geq -4 \end{cases} \rightarrow \underline{p \in [-4; 10]}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☒5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \angle ADE = 180^\circ - \alpha - \beta$$

Граница 2 из 2

$$\angle BED = \angle BAD = \gamma$$

$$\angle CBD = 180^\circ - \beta \quad \angle DBQ = 180^\circ - \beta$$

$$\angle DCB = 180^\circ - \angle CDB - \angle CBD = \beta$$

$$\angle CAB = \angle DCB \quad (\text{но } \gamma \text{ } \angle \text{ между хордой и кас})$$

$$5) \text{ ~~гипотеза~~ } \angle CAQ = \beta = \angle QAE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AQ - \text{биссектриса} \Rightarrow \text{ ~~CAQ = QAE~~ } \frac{CQ}{QE} = \frac{CA}{AE} = \frac{3}{10} = \frac{3k}{10k}$$

$$6) \angle CAD = \angle DAE = \beta$$

$$\angle CDA = \angle DEA = \alpha + \gamma \quad \Rightarrow \triangle CDA \sim \triangle DEA \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AD = k\sqrt{30}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{k\sqrt{30}}{10k} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$$

$$\text{ ~~ED = CD~~ } \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

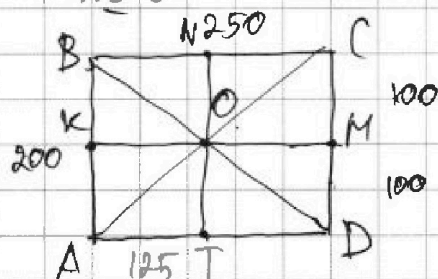
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Страница 1 из 1



1) симметр. отн. ср. линии KM
клеток ~~тогда~~ ^{тогда} над KM $100 \cdot 250$

~~тогда~~ ^{каждой} клетке
покажем, что если ~~мы выберем~~ ^{каждую} клетку над KM соответствует единственная клетка снизу. При этом сверху и ~~ниже~~ ^{клетки выбираем} и снизу 4.

~~сверху~~ возможных комбинаций из этого случая - $C_{100 \cdot 250}^4 = C_{25000}^4 = \frac{25000!}{4! \cdot 24996!}$

2) симметр. отн. ср. линии NT

всё аналогично случаю 1, но ~~тогда~~ ^{клеток}
справа и слева от NT по $125 \cdot 200 = 250 \cdot 100$

из этого случая - $C_{25000}^4 = \frac{25000!}{4! \cdot 24996!}$

3) ~~тогда~~ ^и в случаях 1 и 2 мы учли
по ~~раз~~ ⁴ ситуации, когда картинки симметричны
относительно центра, поэтому ~~тогда~~ сколько в этом
случае можно не считать

Всего: $2 \cdot C_{25000}^4$

Ответ: $\frac{2 \cdot 25000!}{4! \cdot 24996!}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Страница 2 из 2

$$\begin{cases} p^2 \equiv 2 \pmod 3 \\ p^2 \equiv 3 \pmod 3 \end{cases} \text{ - невозможно, ведь}$$

x	$x^2 \pmod 3$
0	0
1	1
2	1

$$p^2 \equiv 0 \pmod 3 \text{ - но } p \text{ - простое,}$$

и единственное простое число, $\div 3$

$$\text{это } 3 \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} b - c = 1 \rightarrow b = 1 + c \\ a - c = 9 \rightarrow a = 9 + c \end{cases}$$

подставим в (4):

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 550 = 2209 = 47^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 47}{2} = \begin{cases} 22 \\ -25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 22 \\ a = 31 \\ b = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -25 \\ a = -16 \\ b = -24 \end{cases}$$

Ответ: $(31; 23; 22)$
 $(-16; -24; -25)$

Проверим найденные тройки: $31 > 23$; $31 - 23 \equiv 8 \pmod 3$; $\checkmark$

$-16 > -24$; $-16 + 24 \equiv 8 \pmod 3$; $(-16 + 25)(-24 + 25) = 9 = 3^2$; $-16 + 5 \cdot 6 = 560$ $\checkmark$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Страница 1 из 2

$$a > b \quad (1)$$

$$a - b \not\equiv 3 \quad (2)$$

$$(a - c)(b - c) = p^2 \quad (3)$$

$$a + b^2 = 560 \quad (4)$$

из (3) т.к. p - простое ~~верно~~ возможны
только 2 случая: ~~$a - c = p$ и $b - c = p$~~

$$1) a - c = b - c = p$$

но это невозможно учитывая (1), ведь

$$a > b \rightarrow a - c > b - c$$

$$2) \begin{cases} b - c = p^2 \\ a - c = 1 \end{cases}$$

- тоже невозможно, ведь
 $p^2 > 1$, т.е. ~~$a - c > b - c$~~

$$a - c < b - c \rightarrow a < b - \text{противоречие с (1)}$$

$$3) \begin{cases} b - c = 1 \\ a - c = p^2 \end{cases} \rightarrow a - b = p^2 - 1$$

$$\text{из (2): } p^2 - 1 \not\equiv 3 \Leftrightarrow \begin{cases} p^2 - 1 \equiv 1 \\ p^2 - 1 \equiv 2 \end{cases}$$

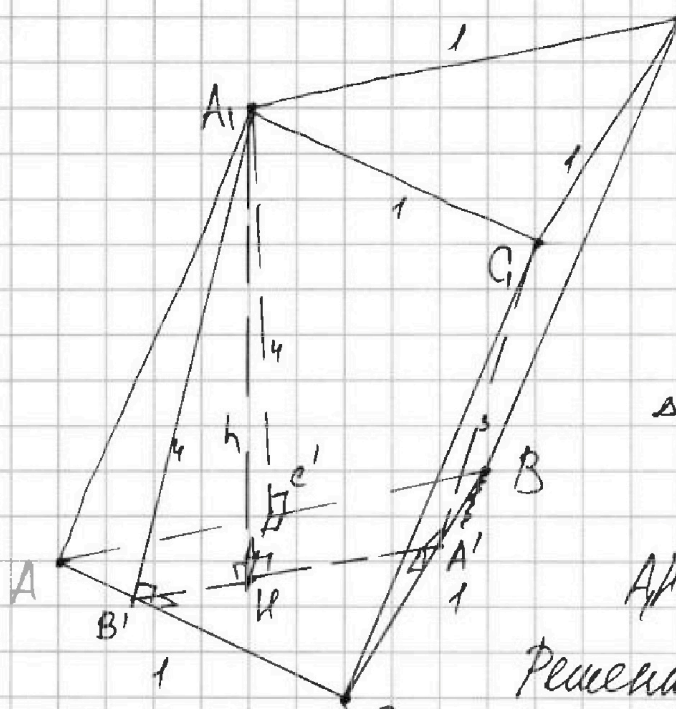


СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порта QR-кода недопустима!

№ 2

Страница 1 из



В, $ABCA_1B_1C_1$ - призма

$$S_{AA_1C_1C} = 4$$

$$S_{AA_1B_1B} = 4$$

$$S_{CC_1B_1B} = 3$$

$\triangle ABC$ - равностор. $\triangle$

$$AB = 1$$

AA_1 - высота призмы - ?

Решение:

1) пусть $AA_1 = h$

2) Т.к. бок. грани призмы - параллелограммы, то их площадь = высота · основание

$$\text{пусть } A_1B' - \text{выс. } AA_1C_1C; A_1B' = \frac{S_{AA_1C_1C}}{AC} = 4$$

$$\text{пусть } C_1A' - \text{выс. } CC_1B_1B; C_1A' = \frac{S_{CC_1B_1B}}{BC} = 3$$

$$\text{пусть } A_1C' - \text{выс. } AA_1B_1B; A_1C' = \frac{S_{AA_1B_1B}}{AB} = 4$$

3) по теор. о 3 перп. т.к. $AA_1 \perp ABC$ и

$$A_1B' \perp AC \Rightarrow KB' \perp AC$$

$$C_1A' \perp BC \Rightarrow KA' \perp BC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A_1C' \perp AB \Rightarrow KC' \perp AB$$

$$4) \text{ по т. Пифагора } \triangle A_1KB': B'K = \sqrt{A_1B_1^2 - A_1K^2}$$

$$B'K = \sqrt{16 - 4^2}$$

$$\triangle A_1KC': KC' = \sqrt{A_1C_1^2 - A_1K^2} = \sqrt{16 - 4^2}$$

△



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 q^6$ $x = ?$

$b_{13} = 5-x = b_1 q^{12}$

$b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 q^{14}$

$\frac{5-x}{1} = \frac{\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{(x+1)^3}}{1} = (x+1)^2 = q^{28} \rightarrow |x+1| = q^4$
 $\frac{5-x}{\sqrt{(13x-35)(x+1)}} = \frac{1}{q^2}$

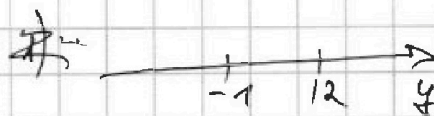
$\frac{5-x}{q^2 \sqrt{(13x-35)}} = \frac{1}{q^2}$

$5-x = \sqrt{(13x-35)}$

$25-10x+x^2 = 13x-35$

2) $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$
 $|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$

$x \geq -3$



$z \in [-13; 13]$

$x+z \leq 4$

1) $y \geq 12$

$y+1+3y-36 = \sqrt{169-z^2}$

$4y = 35 + \sqrt{169-z^2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p \quad p \geq 1 \text{ или}$$

решить при всех p

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p + 3 \quad 4t^3 + 6t^2 + 3t$$

$$\leq 13 \quad t(4t^2 + 6t + 3)$$

$$\cos x (4 \cos^2 x + 6 \cos x + 3) = p + 3$$

$$p(1) = 13$$

$$p(-1) = 4 - 6 + 3 = 1$$

$$\cos 2x \cos x$$

$$f' = (12 \cos^2 x + 12 \cos x + 3) - \sin x$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

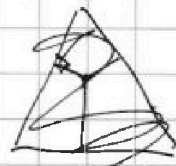
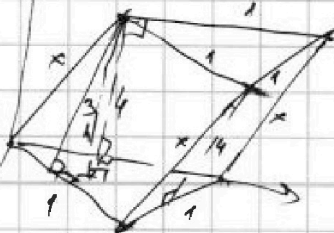
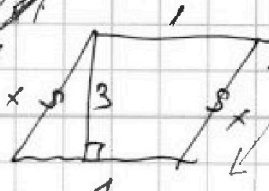
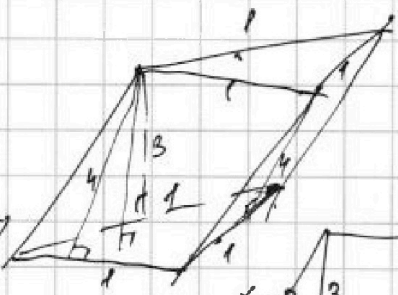
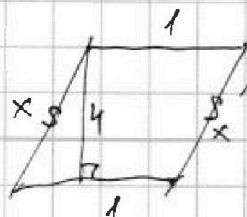
$$(2 \cos x + 1)^2 (\sin x) < 0 \quad (4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1) \cdot (-3 \sin x) > 0$$

$$\sin x < 0$$

$$\sin x = 0$$

$$1) \sin x < 0$$

$$a = \sqrt{18 - h^2}$$
$$b = \sqrt{2 - h^2}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

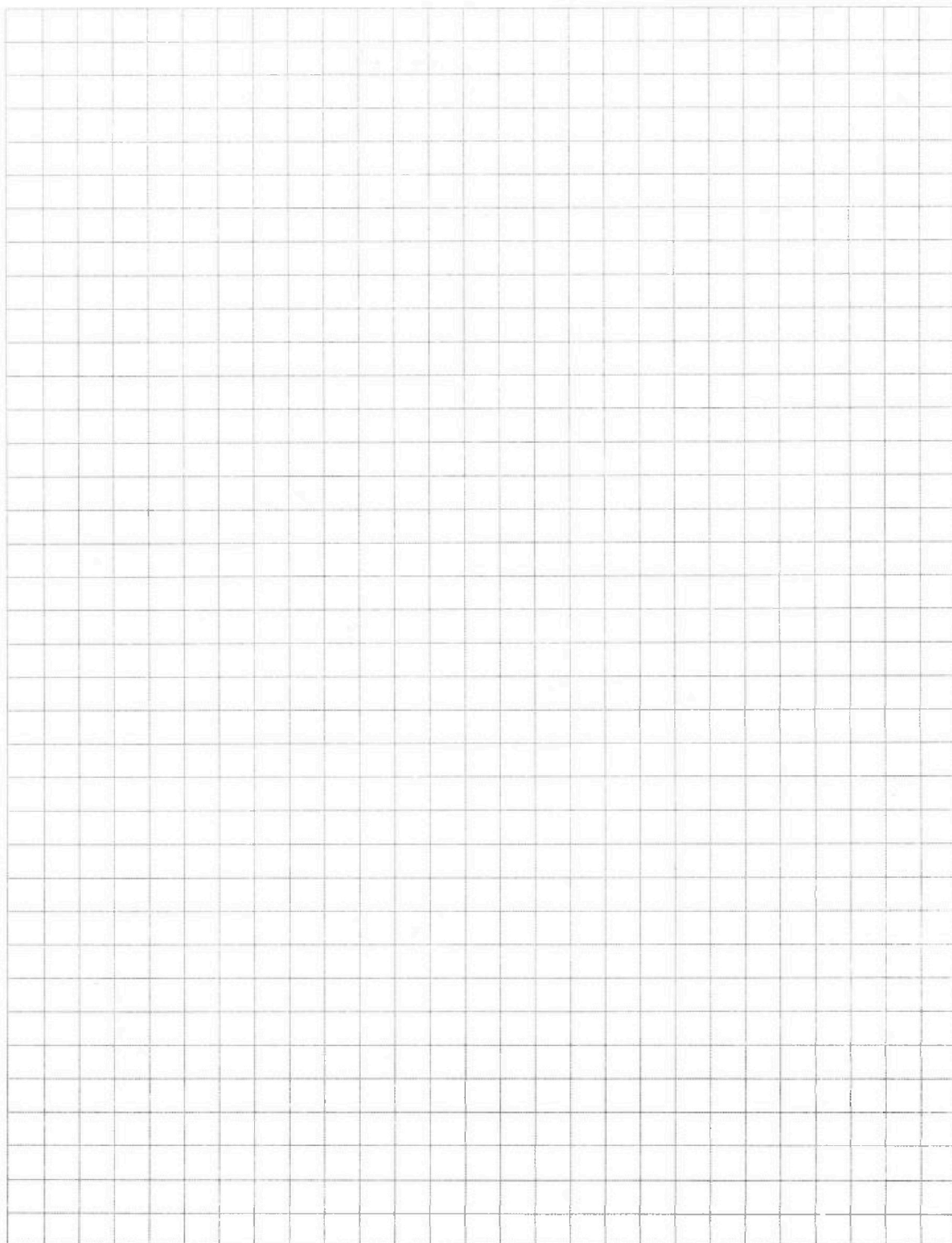
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



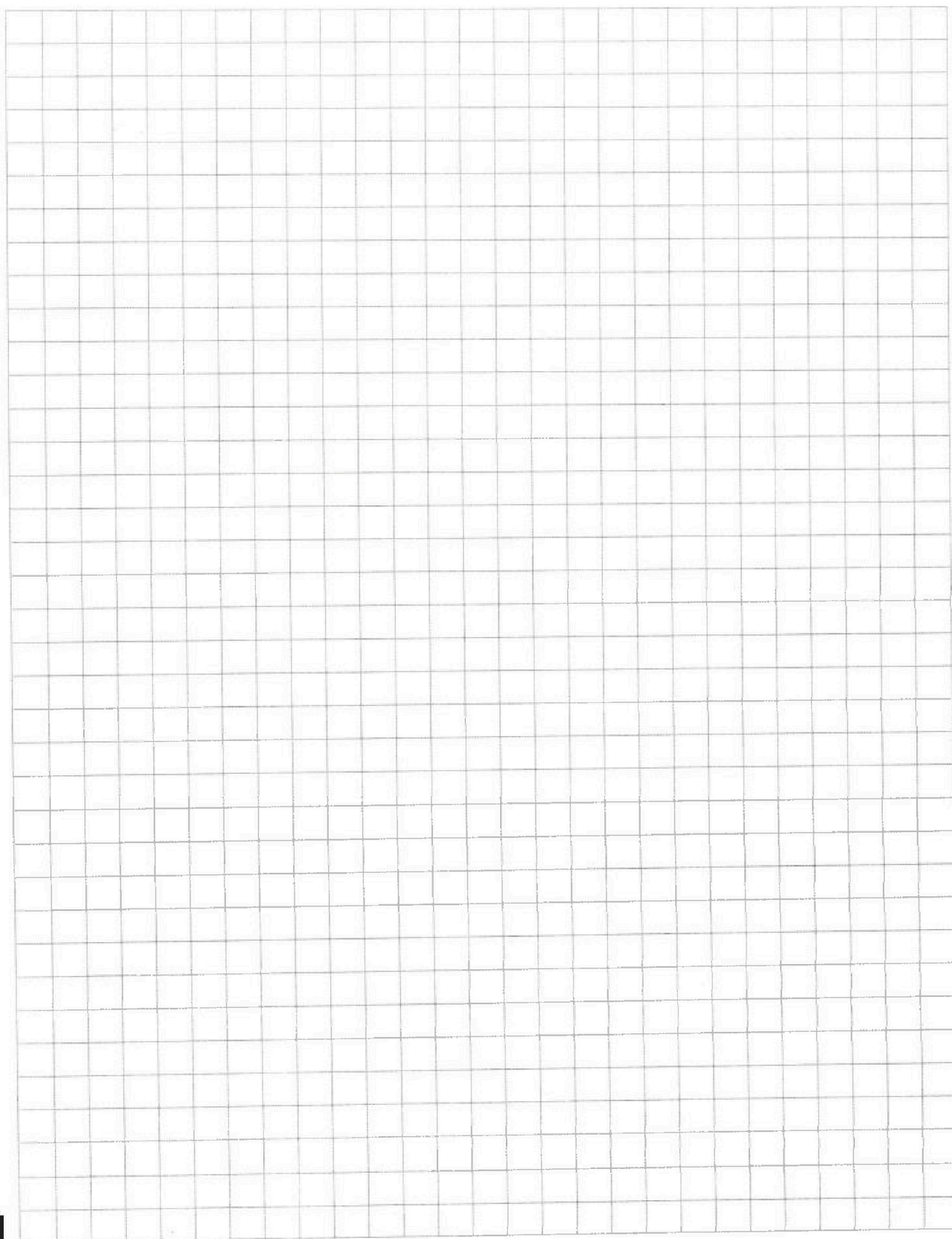


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



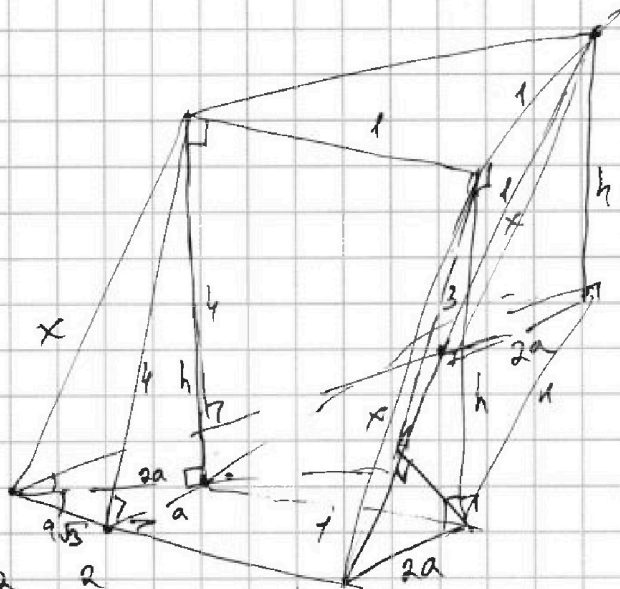


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

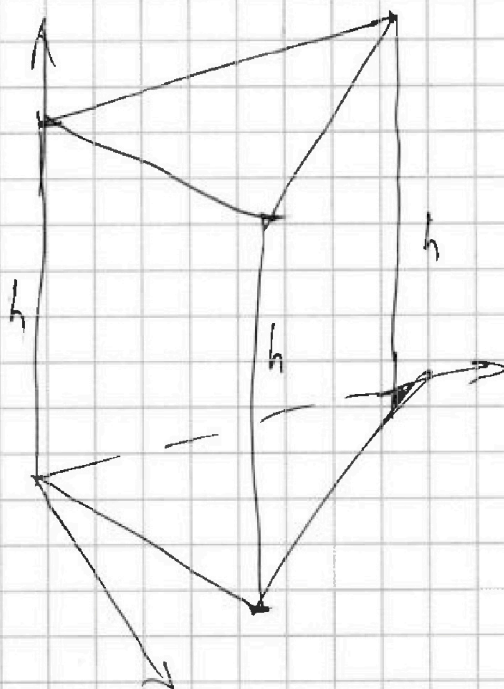
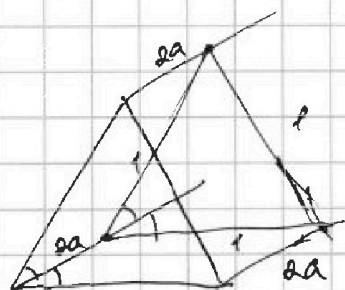
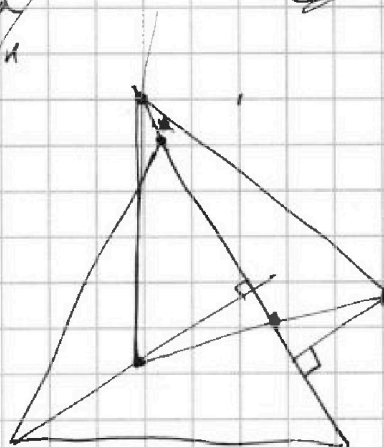
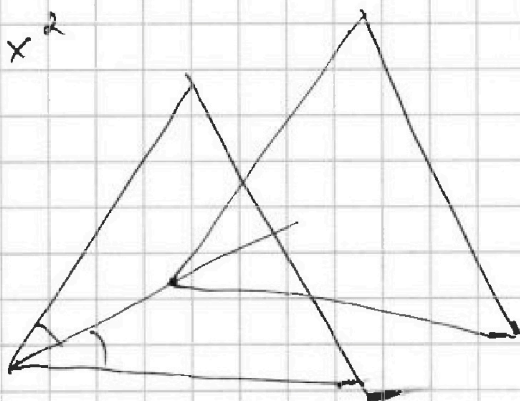


$$a = \sqrt{16 - h^2}$$



$$4a^2 + h^2 = x^2$$

$$64 - 3h^2 = x^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-22} \end{cases}$$

~~$x = -3$~~ ~~$z = 13$~~

$x = -3 \quad z = 13$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{-x-1} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+13} \\ |y+1| + 3|y-12| = 0 \end{cases}$$

$x \geq -3$

$x+3 \geq 0$

~~$x = -3$~~

~~$x^2 + 2x + 2 = 0$~~

$\sqrt{x+3}$

$-x^2 + x + y + z$

$x_0 = \frac{p}{-2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} + y + z$

$z = 0$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2} \\ |y+1| + 3|y-12| = 13 \end{cases}$$

$1) y \geq 12$

$4y - 35 = 13$

$4y = 48$

$y = 12$

$x \geq -3$

$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$

$003: x \geq -3$

~~$x = -3$~~ ~~$x = 4$~~

$x \leq 4$

$a + b + 5 = 2ab \quad 2.$

$180 - x - 2y + y - x$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

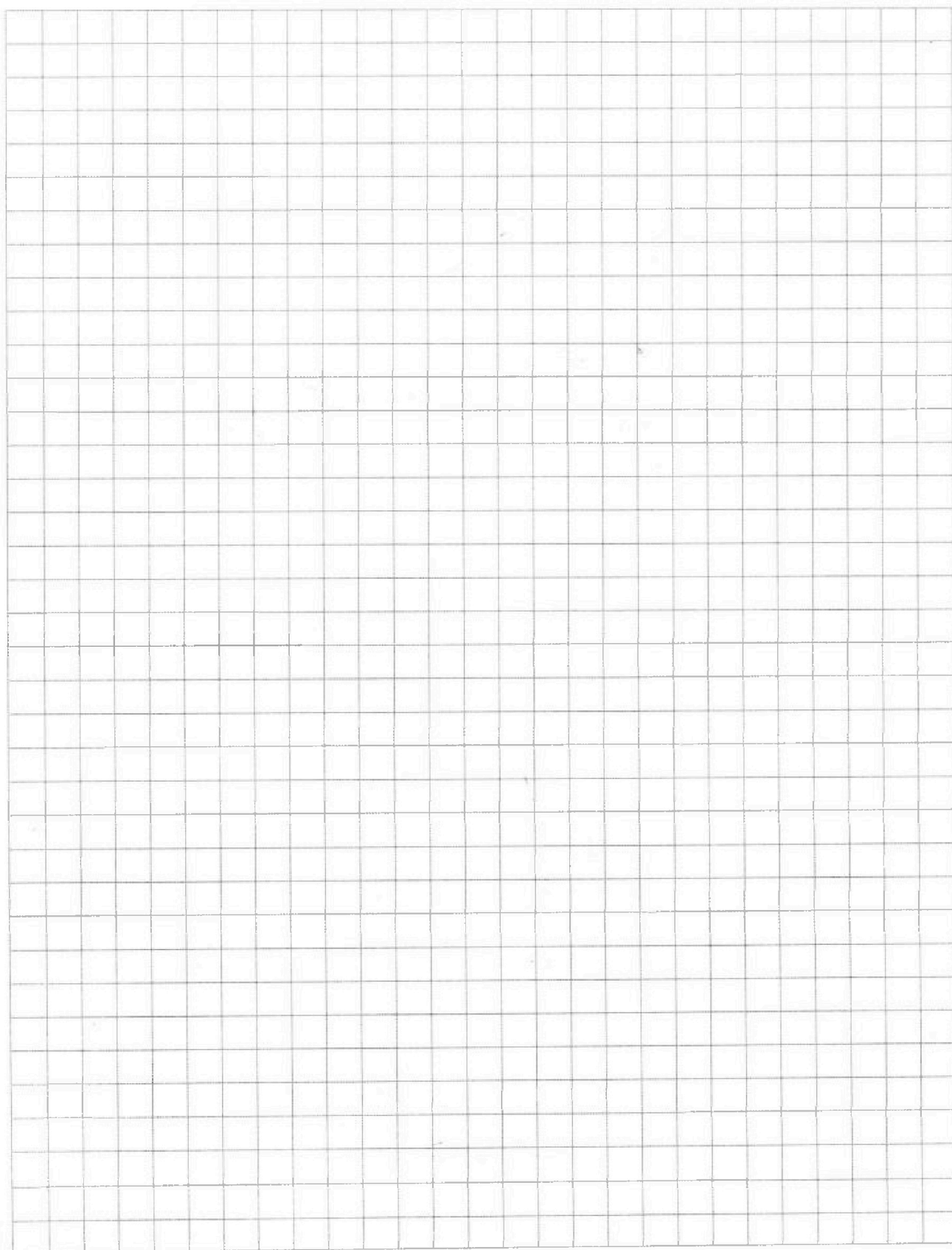
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

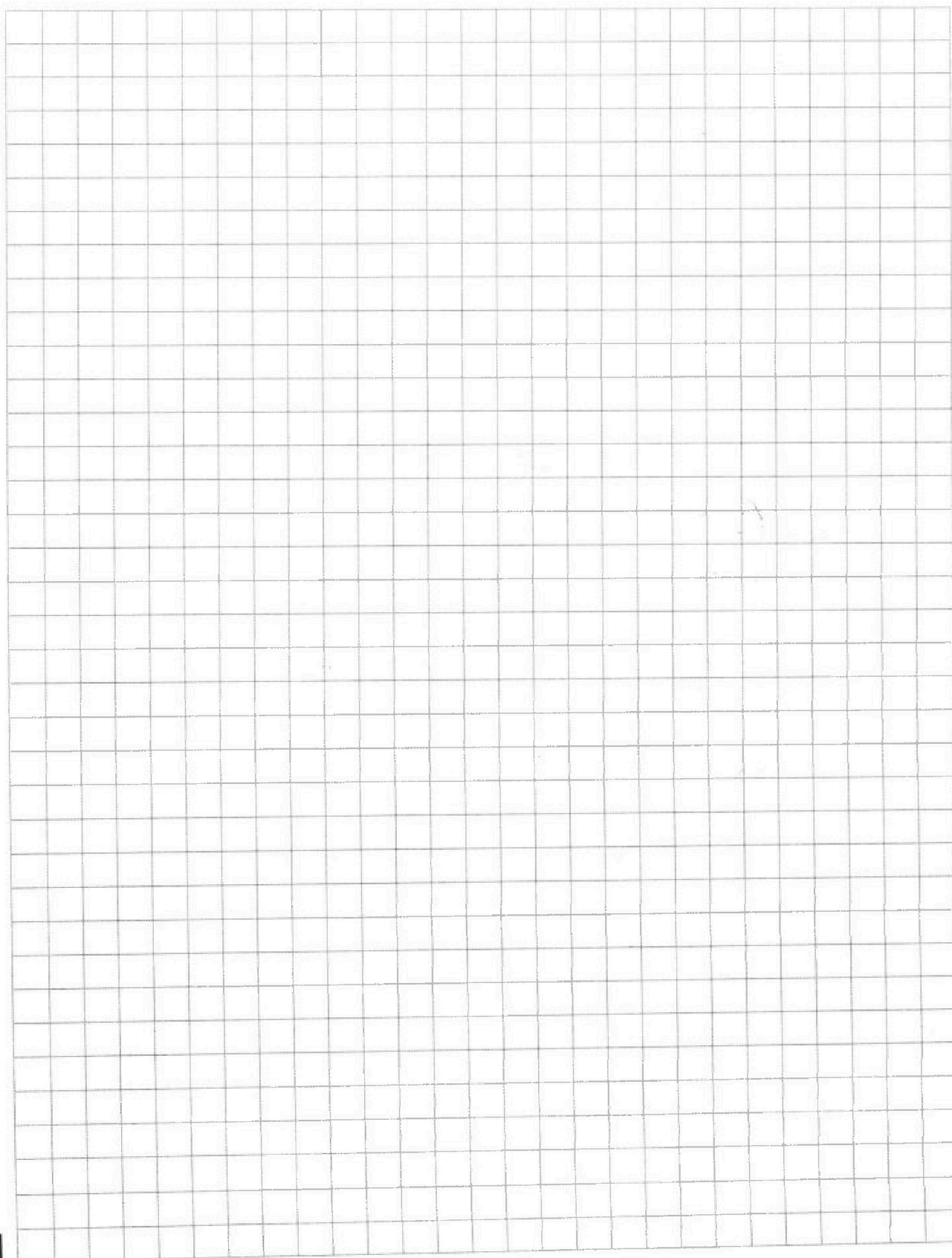
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+1| + 3|y-12| \leq 13$$

$$3|y-12| \leq 13 - |y+1|$$

$$\begin{cases} 3y-36 \leq 13 - |y+1| \\ 3y-36 \geq |y+1| - 13 \end{cases}$$

$$|y+1| \leq 49 - 3y$$

$$|y+1| \leq 3y - 23$$

$$\begin{cases} y+1 \leq 49-3y \rightarrow y \leq 12 \\ y+1 \geq 3y-49 \rightarrow y \leq 25 \\ y+1 \leq 3y-23 \rightarrow y \geq 12 \\ y+1 \geq 23-3y \rightarrow \end{cases}$$

$$y+1 \geq 3y-49 \rightarrow y \leq 25$$

$$y+1 \leq 3y-23 \rightarrow y \geq 12$$

$$y+1 \geq 23-3y \rightarrow$$

$$2y \leq 50$$

$$2y \geq 24$$

$$4y \geq 22$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = \sqrt{4-x} (1 + 2\sqrt{x+3})$$

$$\cancel{x=3}$$

$$\sqrt{x+3} (1 - \sqrt{4-x}) + 5 = \sqrt{4-x} (1 + \sqrt{x+3})$$

$$a(1-b) + 5 = b(1-a)$$

$$a(1-b)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + 5 = \sqrt{4-x-z} + 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-22} \end{cases}$$

$$z \in [-13; 13]$$

$$x \geq -3$$

$$x+z \geq 4$$

$\frac{4}{2}$

$$4-x-z$$

№ 6

$$a > b$$

$$a-b \div 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a+b^2 = 560$$

$$\begin{cases} b-c=1 \rightarrow b=c+1 \\ a-c=p^2 \rightarrow a=c+p^2 \end{cases}$$

$$b-c=1$$

$$c+p^2+c^2+2c+1=560$$

$$a-c=9$$

$$c(3+c)+p^2=559$$

$$559 = 13 \cdot 43$$

$$\Rightarrow a-b = p^2 - 1 \div 3$$

$$p^2 - 1 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$p^2 - 1 \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 3 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 3 \pmod{3}$$

$$1) a-c = b-c = p$$

$$a-b = 2c \div 3$$

$$a-c = b-c$$

$$a > b$$

$$a-c > b-c$$

$$p^2 - 1 \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 3 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 3 \pmod{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$p = ? \quad \geq 1 \text{ при } (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x)$$

$$2\cos 2x \cos x + 3\cos 2x + 5\cos x = p$$

$$\cos 2x(2\cos x + 3) + 5\cos x = p$$

≥ -1



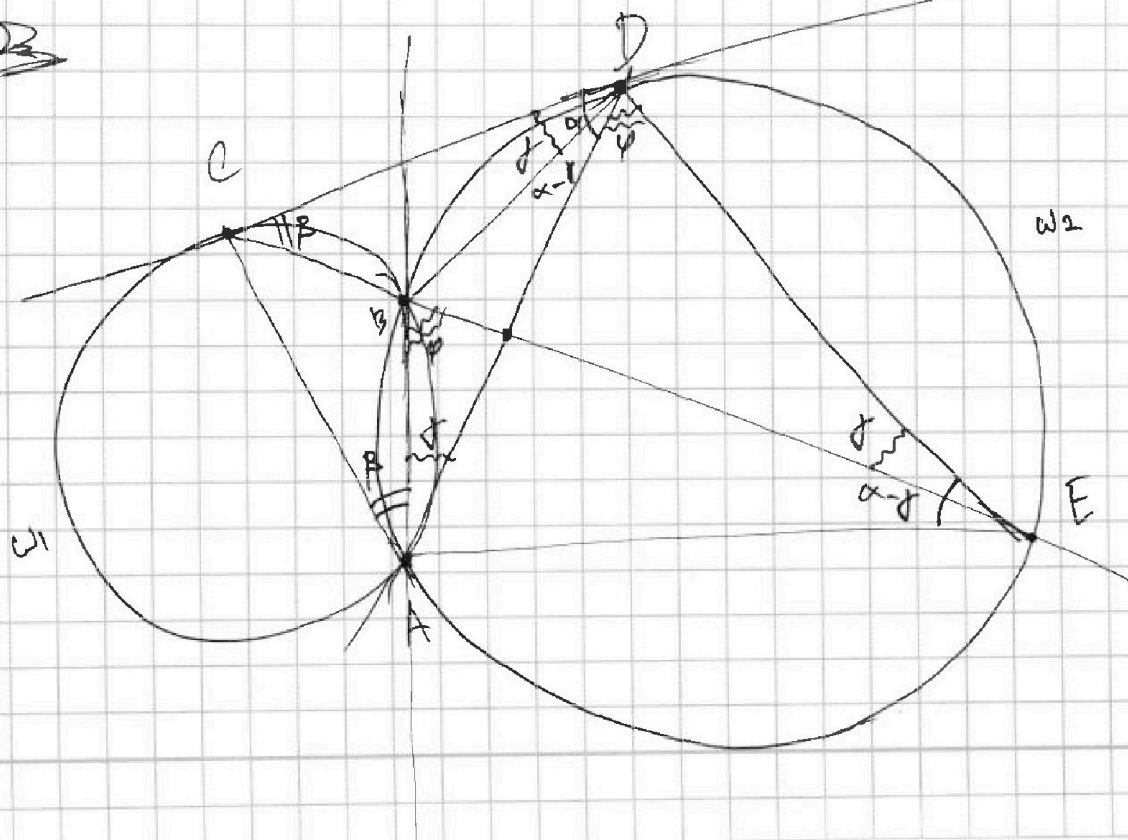
$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - p = 3(\cos x + 1) + 6\cos x(\cos x + 1)$$

$$4\cos^3 x - p = (3 - 6\cos x)(\cos x + 1)$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - p - 3 = 0$$

\$\Rightarrow\$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -2$$

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{6 - z} + 5 = 2\sqrt{y + z - 6} \\ |y + 1| + 3|y - 12| = \sqrt{169 - z^2} \end{cases}$$

$$6 - \sqrt{6 - z}$$

$$z = 5$$

$$5 = 2\sqrt{y - 1}$$

$$25 = 4y - 4$$

$$4y = 29$$

$$y = \frac{29}{4}$$

$$\frac{33}{4} + 3 \cdot \frac{19}{4} = 12$$

$$33 +$$

$$48 - 29 = 19$$

$$\begin{aligned} 4y &\geq 22 \\ y &\geq \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{y} = \frac{x}{13}$$

$$\frac{3}{y} = \frac{x}{13}$$

$$\triangle CQD \sim \triangle CED$$

$$\frac{12}{8} = \frac{9}{8}$$

$$\frac{3k}{AD} = \frac{AD}{10k}$$

$$AD = k\sqrt{30}$$

$$4 - 8 - 48 + 69 - 27 =$$

$$= -52 - 27 + 69$$

$$2x^2 - x - 12 \geq 0$$

$$D = 1 + \sqrt{12 \cdot 8} = 97$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

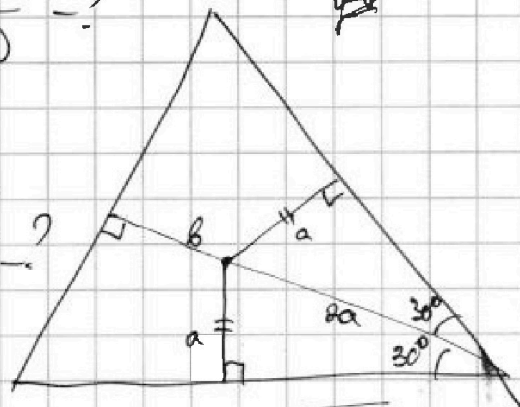
СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

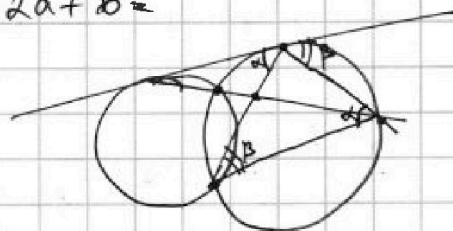
$$\frac{AC}{AD} = ?$$

$$\frac{AE}{AD} = ?$$

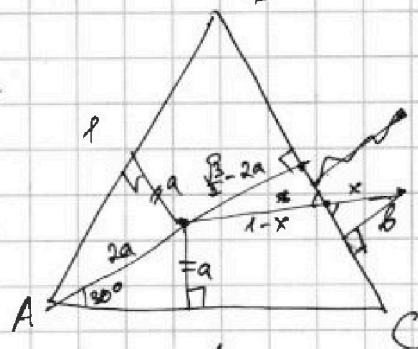


$$\frac{DE}{\sin \beta} = \frac{10k}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}$$

$$2a + b =$$

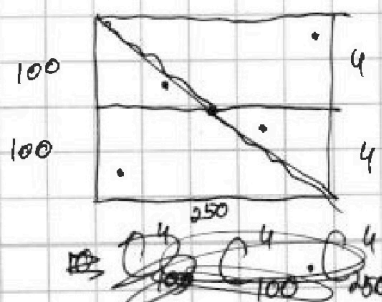
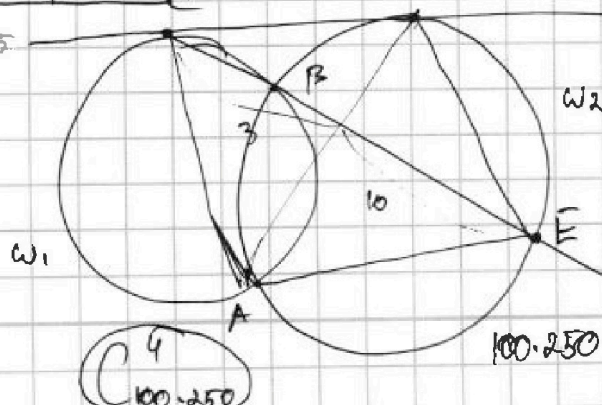
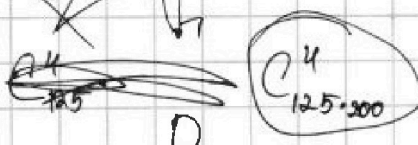
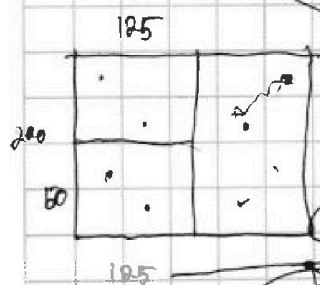


$$\therefore 180 - \alpha - \beta - \gamma - \beta + \gamma$$



$$\frac{1-x}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 2a} = \frac{x}{b}$$

$$b - bx = (\frac{\sqrt{3}}{2} - 2a)x$$



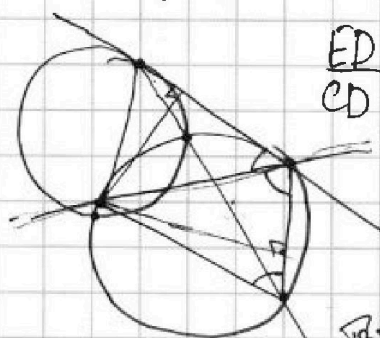
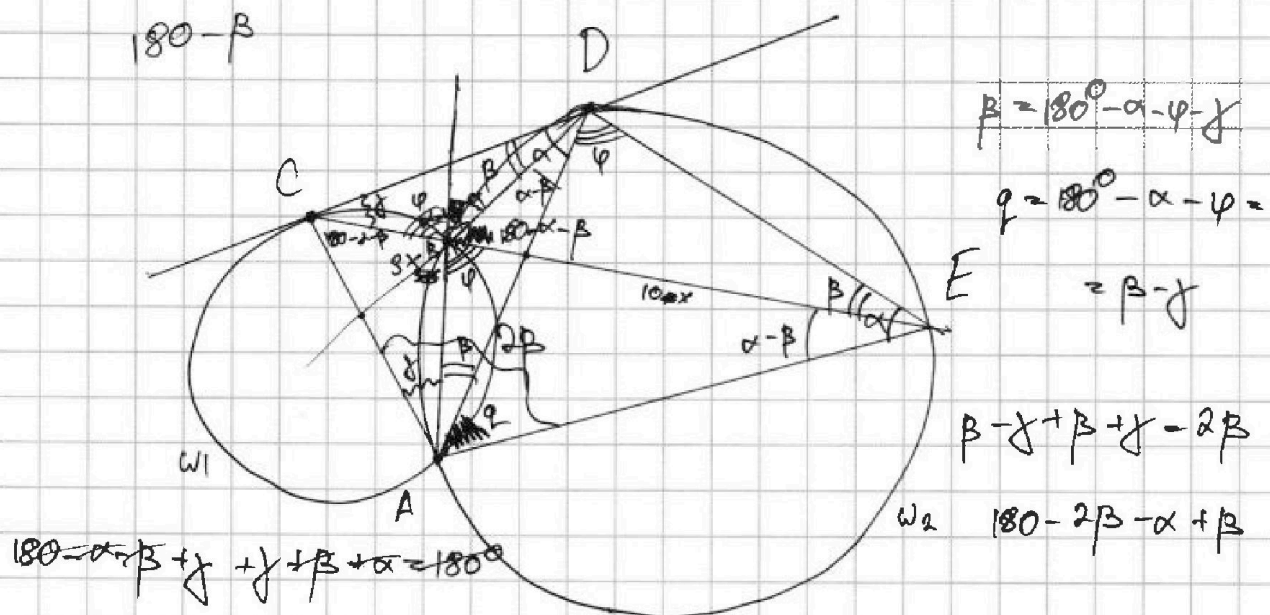


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\triangle CBD \sim \triangle CDE$$

$$180 + 360 - \alpha - \gamma$$

$$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{BD}{DE} = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{13}}$$

$$\frac{BD}{\sin \gamma} =$$

$$\frac{3-x}{CD} = \frac{CD}{13}$$

$$CD = \sqrt{13} \sqrt{3-x}$$

$$\frac{10+x}{\sin(\gamma+\beta)} = \frac{DE}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\frac{DE}{\sin \gamma} = \frac{13}{\sin(\alpha+\beta)} \rightarrow \sin(\alpha+\beta) = \frac{13}{DE \sin \gamma}$$